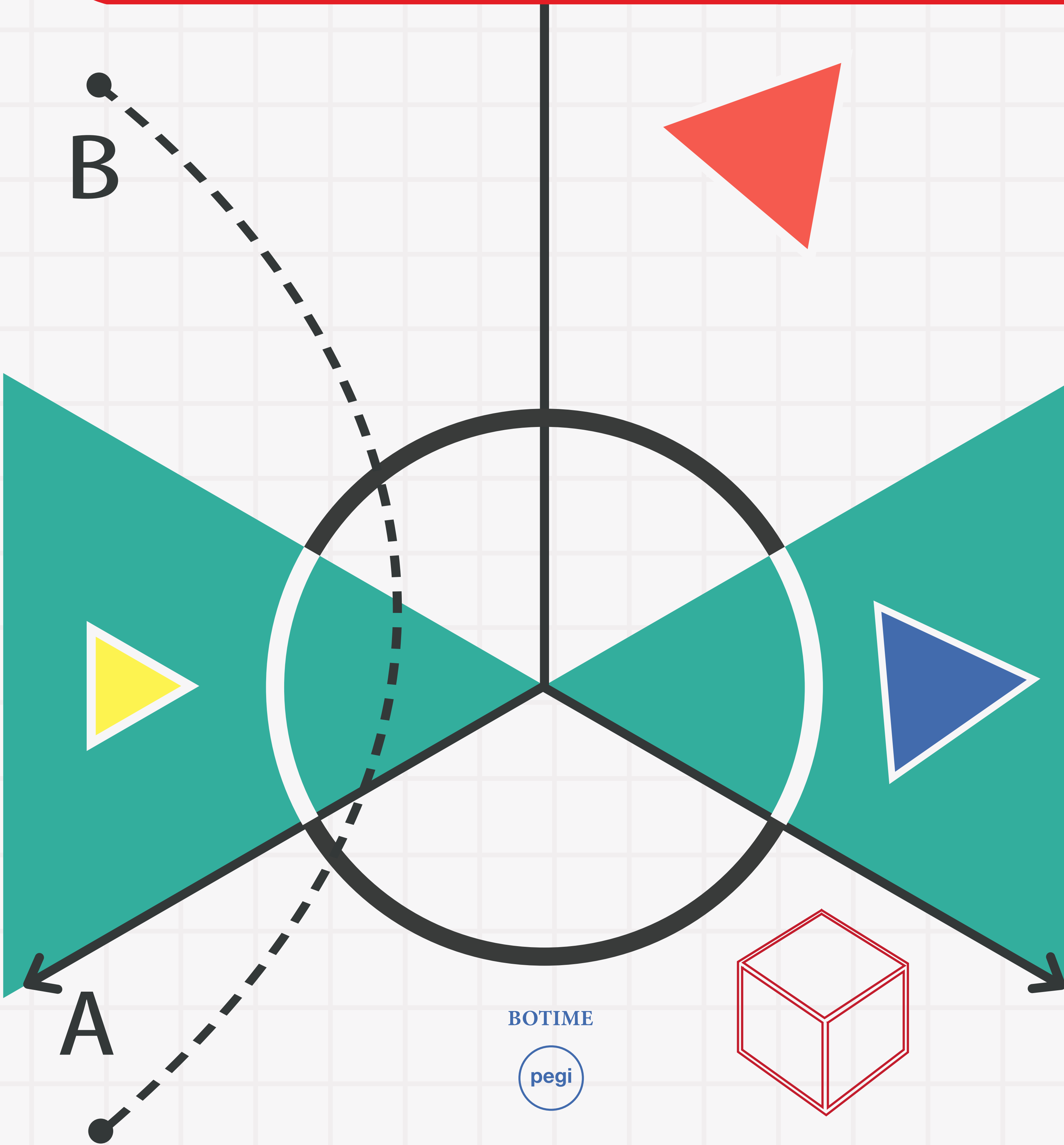
Edmond Lulja Irena Tafani Artan Berisha Behar Baxhaku

Matematika 6



BOTIME
pegi

Edmond Lulja
Irena Tafani
Artan Berisha
Behar Baxhaku

MATEMATIKA 6

Për klasën e 6-të të arsimit 9-vjeçar

BOTIME
pegi

Prishtinë, 2024

BOTIME

pegi

Drejtoi botimin: Arlinda RRUSHI
Recensentë të MASHTI-t:
?????????????
Redaktore letrare: Aida BARO, Ornela LECI
Korrektore letrare: Ornela LECI
Paraqitja grafike: Elidor KRUJA, Elvis BEJTJA
Kopertina: Elvis BEJTJA
Shtypi: Shtypshkronja Pegi, Lundër, Tiranë
ISBN: 978-9951-843-14-0

Të gjitha tekstet letrare dhe joletrare të këtij libri janë përshtatur dhe redaktuar për qëllime didaktike.

Botime Pegi: tel: +355/ 042 468 833; cel: +355/ 069 40 075 02;
e-mail: botimepegi@botimepegi.al; web: www.botimepegi.al
Sektori i shpërndarjes: cel: +355/ 069 20 267 73; 069 60 778 14;
e-mail: marketing@botimepegi.al
Shtypshkronja Pegi: cel: +355/ 069 40 075 01;
e-mail: shtypshkronjapegi@yahoo.com

Përmbajtje

Hyrje

Numrat natyrorë. Mbledhja dhe zbritja e tyre

1.1 Shkrimi dhe leximi i numrave natyrorë 8
1.2 Krahasimi i numrave natyrorë 10
1.3 Boshti numerik. Radhitja e numrave 12
1.4 Rrumbullakimi i numrave natyrorë 14
1.5 Mbledhja e numrave natyrorë. Vetitë e mbledhjes 16
1.6 Zbritja e numrave natyrorë 18
1.7 Mbledhja dhe zbritja e numrave në shtyllë 20
1.8 Shprehjet numerike 22
1.9 Problema 24
1.10 Çfarë mësuam (përsëritje) 26
1.11 Vlerësim 28

2 Shumëzimi dhe pjesëtimi i numrave natyrorë

2.1 Shumëzimi i numrave natyrorë. Vetitë e shumëzimit 30
2.2 Shumëzimi i numrave natyrorë 32
2.3 Pjesëtimi pa mbetje i numrave 34
2.4 Radha e kryerjes së veprimeve 36
2.5 Pjesëtimi me mbetje 38
2.6 Shumëfisha dhe faktorë 40
2.7 Numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë. Numrat çift dhe tek 42
2.8 Zbërthimi në faktorë të thjeshtë 44
2.9 PMP-ja dhe SHVP-ja e dy numrave natyrorë 46
2.10 Algoritmi i Euklidit për gjetjen e PMP-së së dy numrave 48
2.11 Rregulla të plotpjesëtimit 50
2.12 Çfarë mësuam (përsëritje) 52
2.13 Vlerësim 54

3 Gjeometria në rrafsh

3.1 Pika, drejtëza dhe rrafshi 56
3.2 Segmenti. Gjatësia e segmentit 58
3.3 Këndi. Krahasimi i këndeve. Shuma dhe ndryshimi i këndeve 60
3.4 Lloje të tjera këndesh 62
3.5 Matja e këndeve me këndmatës 64
3.6 Simetralja e këndit 66
3.7 Drejtëzat normale (pingule) 68
3.8 Simetralja (përmesorja) e segmentit 70
3.9 Largesa e një pike nga një drejtëz 72
3.10 Drejtëzat paralele 74
3.11 Çfarë mësuam (përsëritje) 76
3.12 Vlerësim 78

4 Thyesat

4.1 Kuptimi i thyesës 80
4.2 Vetia themelore e thyesave 82
4.3 Thjeshtimi i thyesave. Thyesat dhe numrat natyrorë 84
4.4 Sjellja e thyesave në emërues të përbashkët 86
4.5 Krahasimi i thyesave 88
4.6 Mbledhja e thyesave 90
4.7 Numrat e përzier. Kthimi i thyesave të parregullta në numra të përzier 92
4.8 Zbritja e thyesave 94
4.9 Shumëzimi i thyesave 96
4.10 Thyesat e anasjellta. Pjesëtimi i thyesave 98
4.11 Gjetja e pjesës dhe e tërësisë 100
4.12 Problema 102
4.13 Çfarë mësuam (përsëritje) 104
4.14 Vlerësim 106

5 Figurat gjeometrike

5.1 Shumëkëndëshat 108
5.2 Trekëndëshat 110
5.3 Katërkëndëshat. Trapezi. Paralelogrami 112
5.4 Drejtkëndëshi. Rombi. Katrori 114
5.5 Rrethi dhe elementet e tij 116
5.6 Ndërtimi i disa shumëkëndëshave me vizore dhe kompas 118
5.7 Çfarë mësuam (përsëritje) 120
5.8 Vlerësim 122

6 Numrat dhjetorë

6.1 Kuptimi i numrit dhjetor 124
6.2 Vendvlerat e shifrave te numri dhjetor 126
6.3 Krahasimi i numrave dhjetorë 128
6.4 Mbledhja dhe zbritja e numrave dhjetorë 130
6.5 Rrumbullakimi i numrave dhjetorë 132
6.6 Shumëzimi i numrit dhjetor 134
6.7 Pjesëtimi i numrit dhjetor me numër natyror 136
6.8 Pjesëtimi i numrave dhjetorë 138
6.9 Kthimi i thyesës së zakonshme në thyesë dhjetore.
Përdorimi i kalkulatorit (makinës llogaritëse) 140
6.10 Shprehje numerike me numra dhjetorë. 142
Përdorimi i kalkulatorit (makinës llogaritëse) 142
6.11 Kuptimi i përqindjes 144
6.12 Zbatime të përqindjes 146
6.13 Çfarë mësuam (përsëritje) 148
6.14 Vlerësim 150

7 Matje të madhësive gjeometrike

7.1 Kuptimi për matjen. Matja e gjatësive 152
7.2 Njësi të gjatësisë. Sistemi metrik 154
7.3 Veprime me njësitë e gjatësisë 156
7.4 Perimetrat e shumëkëndëshave 158
7.5 Syprinat e figurave 160
7.6 Syprina e drejtkëndëshit. Syprina e katrorit 162
7.7 Veprime me njësitë e matjes së syprinës 164
7.8 Vëllimet e trupave. Njësitë e vëllimit 166
7.9 Çfarë mësuam (përsëritje) 168
7.10 Vlerësim 170

8 Numrat e plotë

8.1 Kuptimi i numrit të plotë 172
8.2 Paraqitja e numrave të plotë në boshtin numerik 174
8.3 Mbledhja e dy numrave të plotë 176
8.4 Zbritja e numrave të plotë 178
8.5 Shprehje numerike me mbledhje e zbritje të numrave të plotë 180
8.6 Çfarë mësuam (përsëritje) 182
8.7 Vlerësim 184

9 Shprehjet, ekuacionet, inekuacionet

9.1 Shprehjet shkronjore 186
9.2 Shprehjet shkronjore. Thjeshtimi i tyre 188
9.3 Barazimet numerike dhe vetitë e tyre 190
9.4 Ekuacioni 192
9.5 Ekuacioni $x + a = b$ dhe $ax = b$ 194
9.6 Problema që zgjidhen me ekuacione me një ndryshore 196
9.7 Mosbarazime numerike dhe shkronjore 198
9.8 Inekuacione me një ndryshore 200
9.9 Ushtrime për përpunimin e njohurive 202
9.10 Çfarë mësuam (përsëritje) 204
9.11 Vlerësim 206

10 Matje madhësish të tjera

10.1 Paratë 208
10.2 Masa e trupit. Peshimi 210
10.3 Matja e kohës 212
10.4 Veprime me njësitë e kohës 214
10.5 Nxënësitë e enëve (vëllimi i lëngjeve në to) 216
10.6 Çfarë mësuam (përsëritje) 218
10.7 Vlerësim 220

11 Shndërrimet gjeometrike dhe trupat gjeometrikë

11.1 Sistemi kënddrejtë koordinativ. Koordinatat e pikës 222
11.2 Simetria sipas një drejtëze (simetria boshtore) 224
11.3 Simetria boshtore në rrafshin koordinativ 226
11.4 Shumëfaqëshat 228
11.5 Kubi 230
11.6 Kuboidi 232
11.7 Hapjet e kuboidit dhe të kubit 234
11.8 Çfarë mësuam (përsëritje) 236
11.9 Vlerësim 238

12 Funksione dhe vargje numerike

12.1 Kuptimi i bashkësisë dhe ndryshorja 240
12.2 Çiftimi (shoqërimi) i elementeve të dy bashkësive 242
12.3 Funksioni 244
12.4 Tabelat dhe grafiku i funksionit 246
12.5 Vargje numerike 248
12.6 Vargje numerike në situata të ndryshme 250
12.7 Çfarë mësuam (përsëritje) 252
12.8 Vlerësim 254

13 Statistikë dhe probabilitet

13.1 Mbledhja dhe organizimi i të dhënave. Piktogramet 256
13.2 Tabelat statistikore 258
13.3 Diagramet me shtylla 260
13.4 Si të realizojmë një anketë 262
13.5 Mesataret 264
13.6 Kuptimi i probabilitetit 266
13.7 Probabiliteti për ngjarjet me rezultate njëlloj të mundshme 268
13.8 Probabiliteti statistikor 270
13.9 Çfarë mësuam (përsëritje) 272
13.10 Vlerësim 274

Fjalor 275
Referenca

Hyrje

Ky tekst është hartuar veçanërisht për nxënësit e klasës së gjashtë të arsimit të mesëm të ulët. Ai është shkruar nga një grup autorësh dhe mësuesish me përvojë, si dhe është i pajisur me ushtrime, shpjegime e me materiale shtesë, që ndihmojnë në përvetësimin sa më të mirë të lëndës.

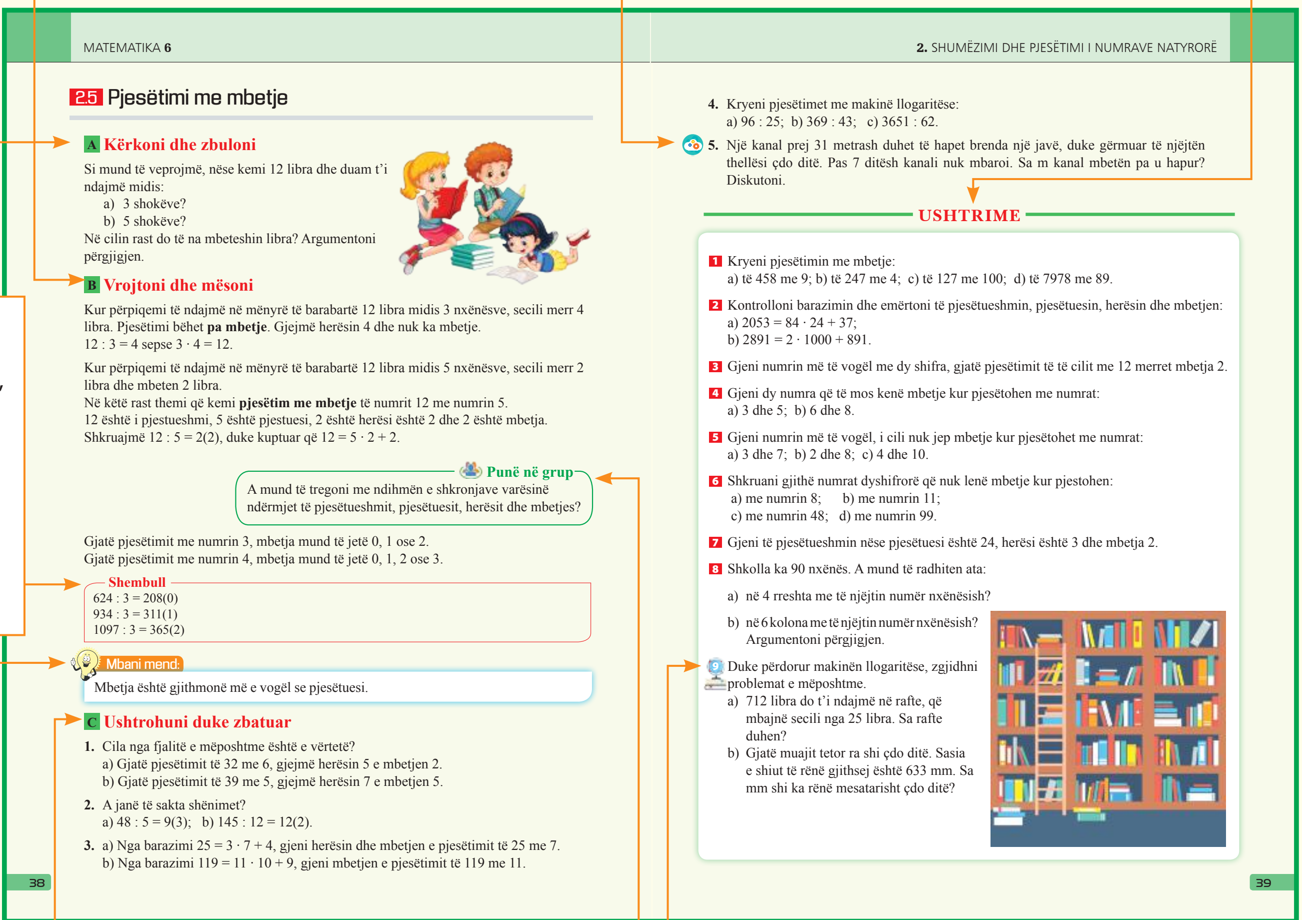
Çdo njësi mësimore fillon me një situatë problemore. Kërkimet dhe arsyetimet e nxënësve në lidhje me këtë situatë, do t'i nxisin ata të zbulojnë bazat e njohurive matematikore për të cilat do të mësojnë gjatë orës së mësimit.

Ushtrimet e shoqëruara me këtë simbol përmbajnë zbatime të njohurive matematikore të njësisë mësimore në jetën e përditshme. Ato kanë për qëllim të aftësojnë nxënësit në zbatimet praktike të njohurive matematikore.

Rubrika B përmban shpjegime teorike dhe shembuj që shpalosin konceptet dhe njohuritë matematikore të njësisë mësimore.

Në rubrikën "Ushtrime" gjenden ushtrime dhe problema, të cilat ndihmojnë në përforcimin e shprehive dhe shkathtësive.

Shembujt e zgjidhur japin zgjidhje model, të shoqëruara me komentet përkatëse. Ato ndihmojnë nxënësin të kuptojnë konceptet teorike.


MATEMATIKA 6

2.5 Pjesëtimi me mbetje

A Kërkoni dhe zbuloni

Si mund të veprojmë, nëse kemi 12 libra dhe duam t'i ndajmë midis:
a) 3 shokëve?
b) 5 shokëve?
Në cilin rast do të na mbeteshin libra? Argumentoni përgjigjen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Kur përpiqemi të ndajmë në mënyrë të barabartë 12 libra midis 3 nxënësve, secili merr 4 libra. Pjesëtimi bëhet **pa mbetje**. Gjejmë herësin 4 dhe nuk ka mbetje.
$12 : 3 = 4$ sepse $3 \cdot 4 = 12$.

Kur përpiqemi të ndajmë në mënyrë të barabartë 12 libra midis 5 nxënësve, secili merr 2 libra dhe mbeten 2 libra.
Në këtë rast themi që kemi **pjesëtim me mbetje** të numrit 12 me numrin 5.
12 është i pjestueshmi, 5 është pjestuesi, 2 është herësi është 2 dhe 2 është mbetja.
Shkruajmë $12 : 5 = 2(2)$, duke kuptuar që $12 = 5 \cdot 2 + 2$.

Punë në grup
A mund të tregoni me ndihmën e shkronjave varësinë ndërmjet të pjesëtueshmit, pjesëtuesit, herësit dhe mbetjes?

Gjatë pjesëtimit me numrin 3, mbetja mund të jetë 0, 1 ose 2.
Gjatë pjesëtimit me numrin 4, mbetja mund të jetë 0, 1, 2 ose 3.

Shembull
$624 : 3 = 208(0)$
$934 : 3 = 311(1)$
$1097 : 3 = 365(2)$

Mbani mend:
Mbetja është gjithmonë më e vogël se pjesëtuesi.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Cila nga fjalitë e mëposhtme është e vërtetë?
   a) Gjatë pjesëtimit të 32 me 6, gjejmë herësin 5 e mbetjen 2.
   b) Gjatë pjesëtimit të 39 me 5, gjejmë herësin 7 e mbetjen 5.
2. A janë të sakta shënimet?
   a) $48 : 5 = 9(3)$; b) $145 : 12 = 12(2)$.
3. a) Nga barazimi $25 = 3 \cdot 7 + 4$, gjeni herësin dhe mbetjen e pjesëtimit të 25 me 7.
   b) Nga barazimi $119 = 11 \cdot 10 + 9$, gjeni mbetjen e pjesëtimit të 119 me 11.

38

2. SHUMËZIMI DHE PJESËTIMI I NUMRAVE NATYRORË

4. Kryeni pjesëtimet me makinë llogaritëse:
   a) $96 : 25$; b) $369 : 43$; c) $3651 : 62$.
5. Një kanal prej 31 metrash duhet të hapet brenda një javë, duke gërmuar të njëjtën thellësi çdo ditë. Pas 7 ditësh kanali nuk mbaroi. Sa m kanal mbetën pa u hapur? Diskutoni.

USHTRIME

1 Kryeni pjesëtimin me mbetje:
a) të 458 me 9; b) të 247 me 4; c) të 127 me 100; d) të 7978 me 89.

2 Kontrolloni barazimin dhe emërtoni të pjesëtueshmin, pjesëtuesin, herësin dhe mbetjen:
a) $2053 = 84 \cdot 24 + 37$;
b) $2891 = 2 \cdot 1000 + 891$.

3 Gjeni numrin më të vogël me dy shifra, gjatë pjesëtimit të të cilit me 12 merret mbetja 2.

4 Gjeni dy numra që të mos kenë mbetje kur pjesëtohen me numrat:
a) 3 dhe 5; b) 6 dhe 8.

5 Gjeni numrin më të vogël, i cili nuk jep mbetje kur pjesëtohet me numrat:
a) 3 dhe 7; b) 2 dhe 8; c) 4 dhe 10.

6 Shkruani gjithë numrat dyshifrorë që nuk lenë mbetje kur pjestohen:
a) me numrin 8; b) me numrin 11;
c) me numrin 48; d) me numrin 99.

7 Gjeni të pjesëtueshmin nëse pjesëtuesi është 24, herësi është 3 dhe mbetja 2.

8 Shkolla ka 90 nxënës. A mund të radhiten ata:
a) në 4 rreshta me të njëjtin numër nxënësish?
b) në 6 kolona me të njëjtin numër nxënësish? Argumentoni përgjigjen.

9 Duke përdorur makinën llogaritëse, zgjidhni problemat e mëposhtme.
a) 712 libra do t'i ndajmë në rafte, që mbajnë secili nga 25 libra. Sa rafte duhen?
b) Gjatë muajit tetor ra shi çdo ditë. Sasia e shiut të rënë gjithsej është 633 mm. Sa mm shi ka rënë mesatarisht çdo ditë?

39

Zgjidhja e ushtrimeve dhe problemave të rubrikës C kërkon zbatimin e njohurive teorike të paraqitura në rubrikën B.

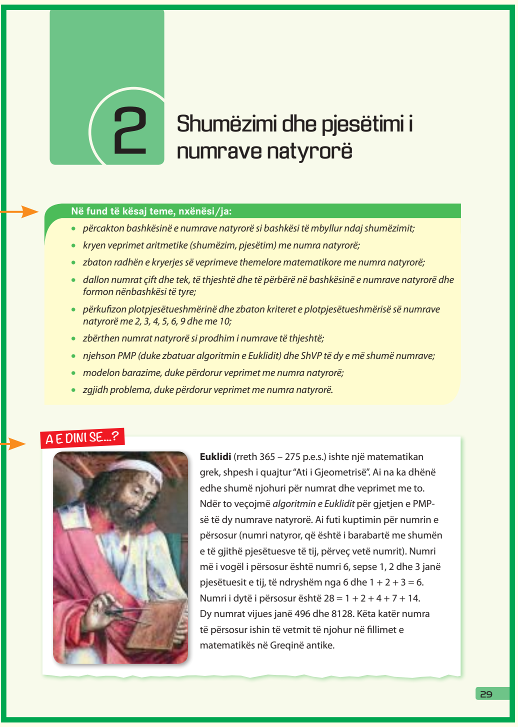
Problemat e shoqëruara me këtë simbol përmbajnë zbatime të njohurive të njësisë mësimore nëpërmjet të dhënave sasiore të vërteta.

Në rubrikën "Mbani mend" janë vendosur njohuri shumë të rëndësishme, të cilat duhen mbajtur mend, për të formuar shprehi dhe shkathtësi të qëndrueshme.

Rubrika "Punë në grup" ndihmon të nxënit aktiv dhe bashkëpunues. Nëpërmjet saj, nxënësit nxiten të ndërtojnë disa njohuri matematikore në mënyrë të pavarur.

Në fillim të çdo teme paraqiten rezultatet e të nxënit të lëndës për temën përkatëse, sipas programit të matematikës për klasën VI.

Në fund të çdo teme, njësia “Vlerësim” ka për qëllim të ndihmojë nxënësit të testojnë dhe të vetëvlerësojnë njohuritë që kanë marrë gjatë temës.



2 Shumëzimi dhe pjesëtimi i numrave natyrorë

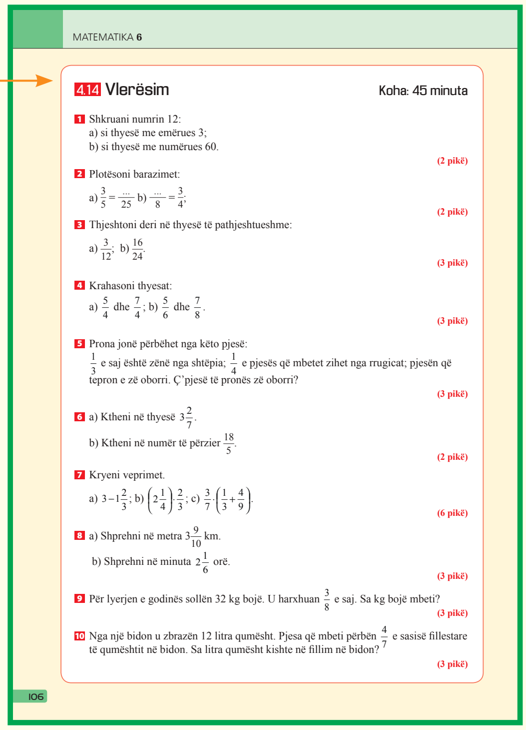
Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *përcakton bashkësinë e numrave natyrorë si bashkësi të mbyllur ndaj shumëzimit;*
- *kryen veprimet aritmetike (shumëzim, pjesëtim) me numra natyrorë;*
- *zbaton radhën e kryerjes së veprimeve themelore matematikore me numra natyrorë;*
- *dallon numrat çift dhe tek, të thjeshtë dhe të përbërë në bashkësinë e numrave natyrorë dhe formon nënbashkësi të tyre;*
- *përkufizon plotpjesëtueshmërinë dhe zbaton kriteret e plotpjesëtueshmërisë së numrave natyrorë me 2, 3, 4, 5, 6, 9 dhe me 10;*
- *zbërthen numrat natyrorë si prodhim i numrave të thjeshtë;*
- *njehson PMP (duke zbatuar algoritmin e Euklidit) dhe ShVP të dy e më shumë numrave;*
- *modelon barazime, duke përdorur veprimet me numra natyrorë;*
- *zgjidh problema, duke përdorur veprimet me numra natyrorë.*

A E DINI SE...?

Euklidi (rreth 365 – 275 p.e.s.) ishte një matematikan grek, shpesh i quajtur “Ati i Gjeometrisë”. Ai na ka dhënë edhe shumë njohuri për numrat dhe veprimet me to. Ndër to veçojmë *algoritmin e Euklidit* për gjetjen e PMP-së të dy numrave natyrorë. Ai futi kuptimin për numrin e përsosur (numri natyror, që është i barabartë me shumën e të gjithë pjesëtuesve të tij, përveç vetë numrit). Numri më i vogël i përsosur është numri 6, sepse 1, 2 dhe 3 janë pjesëtuesit e tij, të ndryshëm nga 6 dhe 1 + 2 + 3 = 6. Numri i dytë i përsosur është 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14. Dy numrat vijues janë 496 dhe 8128. Këta katër numra të përsosur ishin të vetmit të njohur në fillimet e matematikës në Greqinë antike.

29



MATEMATIKA **6**

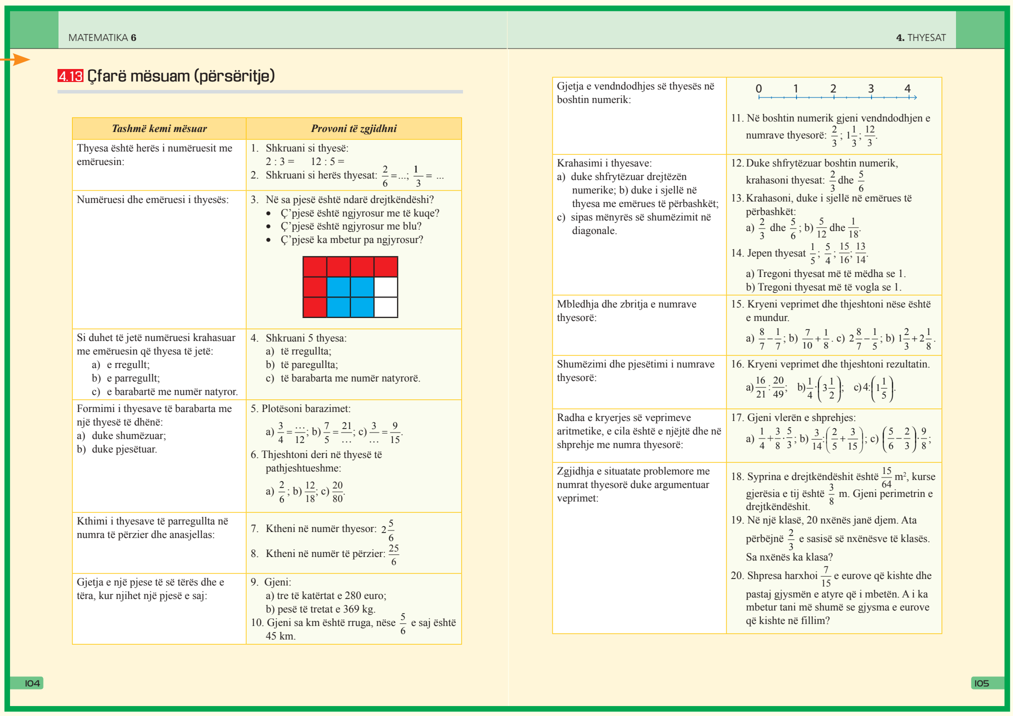
4.14 Vlerësim Koha: 45 minuta

1. Shkruani numrin 12:
a) si thyesë me emërues 3;
b) si thyesë me numërues 60. (2 pikë)
2. Plotësoni barazimet:
a) $\frac{3}{5}=\frac{...}{25}$ b) $\frac{...}{8}=\frac{3}{4}$. (2 pikë)
3. Thjeshtoni deri në thyesë të pathjeshtueshme:
a) $\frac{3}{12}$; b) $\frac{16}{24}$. (3 pikë)
4. Krahasoni thyesat:
a) $\frac{5}{4}$ dhe $\frac{7}{4}$; b) $\frac{5}{6}$ dhe $\frac{7}{8}$. (3 pikë)
5. Prona jonë përbëhet nga këto pjesë: $\frac{1}{3}$ e saj është zënë nga shtëpia; $\frac{1}{4}$ e pjesës që mbetet zihet nga rrugicat; pjesën që tepron e zë oborri. Ç'pjesë të pronës zë oborri? (3 pikë)
6. a) Ktheni në thyesë $3\frac{2}{7}$.
b) Ktheni në numër të përzier $\frac{18}{5}$. (2 pikë)
7. Kryeni veprimet.
a) $3-1\frac{2}{3}$; b) $\left(2\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{2}{3}$; c) $\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{9}\right)$. (6 pikë)
8. a) Shprehni në metra $3\frac{9}{10}$ km.
b) Shprehni në minuta $2\frac{1}{6}$ orë. (3 pikë)
9. Për lyerjen e godinës sollën 32 kg bojë. U harxhuan $\frac{3}{8}$ e saj. Sa kg bojë mbeti? (3 pikë)
10. Nga një bidon u zbrazën 12 litra qumësht. Pjesa që mbeti përbën $\frac{4}{7}$ e sasisë fillestare të qumështit në bidon. Sa litra qumësht kishte në fillim në bidon? (3 pikë)

106

Në rubrikën “A e dini se...?” paraqiten kuriozitete ose një vështrim i shkurtër në historinë e matematikës, që lidhet me subjektin e temës.

Në këtë njësi mësimore do të gjeni një përmbledhje të të gjitha rezultateve të të nxënit të temës. Secila prej tyre është e shoqëruar me ushtrime dhe problema, që nxisin nxënësit të provojnë shprehitë, shkathtësitë dhe aftësitë e tyre.



MATEMATIKA **6** — **4.** THYESAT

4.13 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Thyesa është herës i numëruesit me emëruesin:	1. Shkruani si thyesë: 2 : 3 = 12 : 5 = 2. Shkruani si herës thyesat: $\frac{2}{6}$ = ...; $\frac{1}{3}$ = ...
Numëruesi dhe emëruesi i thyesës:	3. Në sa pjesë është ndarë drejtkëndëshi? • Ç'pjesë është ngjyrosur me të kuqe? • Ç'pjesë është ngjyrosur me blu? • Ç'pjesë ka mbetur pa ngjyrosur?
Si duhet të jetë numëruesi krahasuar me emëruesin që thyesa të jetë: a) e rregullt; b) e parregullt; c) e barabartë me numër natyror.	4. Shkruani 5 thyesa: a) të rregullta; b) të parregullta; c) të barabarta me numër natyrorë.
Formimi i thyesave të barabarta me një thyesë të dhënë: a) duke shumëzuar; b) duke pjesëtuar.	5. Plotësoni barazimet: a) $\frac{3}{4}=\frac{...}{12}$; b) $\frac{7}{5}=\frac{21}{...}$; c) $\frac{3}{...}=\frac{9}{15}$ 6. Thjeshtoni deri në thyesë të pathjeshtueshme: a) $\frac{2}{6}$; b) $\frac{12}{18}$; c) $\frac{20}{80}$
Kthimi i thyesave të parregullta në numra të përzier dhe anasjellas:	7. Ktheni në numër thyesor: $2\frac{5}{6}$ 8. Ktheni në numër të përzier: $\frac{25}{6}$
Gjetja e një pjese të së tërës dhe e tëra, kur njihet një pjesë e saj:	9. Gjeni: a) tre të katërtat e 280 euro; b) pesë të tretat e 369 kg. 10. Gjeni sa km është rruga, nëse $\frac{5}{6}$ e saj është 45 km.

Gjetja e vendndodhjes së thyesës në boshtin numerik:	0 1 2 3 4 11. Në boshtin numerik gjeni vendndodhjen e numrave thyesorë: $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; $\frac{12}{3}$.
Krahasimi i thyesave: a) duke shfrytëzuar drejtëzën numerike; b) duke i sjellë në thyesa me emërues të përbashkët; c) sipas mënyrës së shumëzimit në diagonale.	12. Duke shfrytëzuar boshtin numerik, krahasoni thyesat: $\frac{2}{3}$ dhe $\frac{5}{6}$ 13. Krahasoni, duke i sjellë në emërues të përbashkët: a) $\frac{2}{3}$ dhe $\frac{5}{6}$; b) $\frac{5}{12}$ dhe $\frac{1}{18}$. 14. Jepen thyesat $\frac{1}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{13}{14}$. a) Tregoni thyesat më të mëdha se 1. b) Tregoni thyesat më të vogla se 1.
Mbledhja dhe zbritja e numrave thyesorë:	15. Kryeni veprimet dhe thjeshtoni nëse është e mundur. a) $\frac{8}{7}-\frac{1}{7}$; b) $\frac{7}{10}+\frac{1}{8}$; c) $2\frac{8}{7}-\frac{1}{5}$; b) $1\frac{2}{3}+2\frac{1}{8}$.
Shumëzimi dhe pjesëtimi i numrave thyesorë:	16. Kryeni veprimet dhe thjeshtoni rezultatin. a) $\frac{16}{21}\cdot\frac{20}{49}$; b) $\frac{1}{4}\cdot\left(3\frac{1}{2}\right)$; c) $4:\left(1\frac{1}{5}\right)$
Radha e kryerjes së veprimeve aritmetike, e cila është e njëjtë dhe në shprehje me numra thyesorë:	17. Gjeni vlerën e shprehjes: a) $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{3}$; b) $\frac{3}{14}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{15}\right)$; c) $\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{9}{8}$;
Zgjidhja e situatate problemore me numrat thyesorë duke argumentuar veprimet:	18. Syprina e drejtkëndëshit është $\frac{15}{64}$ m², kurse gjerësia e tij është $\frac{3}{8}$ m. Gjeni perimetrin e drejtkëndëshit. 19. Në një klasë, 20 nxënës janë djem. Ata përbëjnë $\frac{2}{3}$ e sasisë së nxënësve të klasës. Sa nxënës ka klasa? 20. Shpresa harxhoi $\frac{7}{15}$ e eurove që kishte dhe pastaj gjysmën e atyre që i mbetën. A i ka mbetur tani më shumë se gjysma e eurove që kishte në fillim?

104 105

1

Numrat natyrorë. Mbledhja dhe zbritja e tyre

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *identifikon 10 shifrat-simbole për paraqitjen e numrave natyrorë; në bazë të tyre dallon sistemin numerik dhjetor (me bazë 10);*
- *shkruan dhe lexon numrat natyrorë deri në klasën e miliardave, duke i ndarë në klasa, si dhe përcakton vendvlerën e secilës shifër;*
- *vendos numrat natyrorë në boshtin numerik dhe i krahason ata;*
- *modelon radhitjen e numrave, duke zbuluar rregullën përkatëse;*
- *kryen veprime aritmetike me numra natyrorë (mbledhjen, zbritjen);*
- *zbaton radhën e kryerjes së veprimeve themelore matematikore me numra natyrorë;*
- *përcakton bashkësinë e numrave natyrorë si bashkësi të mbyllur ndaj mbledhjes;*
- *modelon barazime duke përdorur veprimet me numra natyrorë;*
- *zgjidh problema duke përdorur veprimet me numra natyrorë.*

Fjalë kyçe:

numër natyror, sistem dhjetor, shifra, rende, klasa, njëshet, mijëshet, milionat, krahasim, më i madh, më i vogël, bosht numerik, rrumbullakim, dhjetëshe, qindëshe, mijëshe më e afërt, mbledhorë, shumë, veti të mbledhjes, ndryshim, shprehje numerike.

A E DINI SE...?

Thonë se në lashtësi, tre barinj arrinin të numëronin delet e një kopeje (kur numri i këtyre ishte më i vogël se 1000), duke përdorur gishtat e duarve.

- Bariu i parë i numëronte delet një nga një, duke përdorur 10 gishtat (numëronte **njëshet**).
- Bariu i dytë vrojtonte gishtat e të parit dhe ngrinte një gisht të vetin sa herë vërente që bariu i parë kishte ngritur 10 gishta (pra numëronte **dhjetëshet**).
- Bariu i tretë vrojtonte gishtat e të dytit dhe ngrinte një gisht të vetin sa herë vërente që i dyti kishte ngritur 10 gishta (numëronte **qindëshet**).

Nëse p.sh., në fund të numërimit kishin gjendjen e paraqitur në figurën 1.1, atëherë numri i deleve të kopesë është 567.

567 = 5 qindëshe + 6 dhjetëshe + 7 njëshe

Numrat natyrorë tregojnë sasi të caktuara sendesh, gjallesash etj., (p.sh.: 5 nxënës, 12 dele, 15 000 banorë etj).

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١

Shumë popuj kanë përdorur një sistem të vetin numerik, por në fund u përcaktua një sistem i vetëm.

Shifrat 1, 2,... 9 njihen si shifrat arabe, për shkak të origjinës së tyre. Sot, në botën arabe përdoren shifra të tjera, të ngjashme me ato që përdoren në Europë e më gjerë.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Shpesh, në jetën tonë të përditshme, hasim edhe shifra të sistemit të numërimit romak.

1.1 Shkrimi dhe leximi i numrave natyrorë

A Kërkoni dhe zbuloni

Bashkëbisedoni me shokun ose shoqen:
- Cilat janë shifrat që përdorim për të shkruar numrin natyror?
- Cili është numri më i vogël natyror? Po më i madhi?
- A tregon të njëjtën vlerë shifra 4 në numrat: 45; 134; 45 560?

Argumentoni përgjigjen. Jepini shokut një numër natyror dyshifror, treshifror, katërshifror etj., dhe kërkojini të lexojë numrin.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Sistemi dhjetor i numërimit

Në botën e numrave ekzistojnë disa rregulla për shkrimin dhe leximin e tyre. Këto rregulla formojnë një sistem numërimi.

Sot ne përdorim gjerësisht **sistemin dhjetor** të numërimit, që ka këto veçori:
- përdoren vetëm dhjetë shenja (shifra) për të shkruar numrat: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
- dhjetë njësi të një rendi formojnë një njësi të një rendi më të lartë (p.sh. dhjetë qindëshe formojnë një mijëshe);
- sistemi dhjetor është **pozicional**. Kjo do të thotë që e njëjta shifër ka vlera të ndryshme, kur vendoset në vende të ndryshme.

Bashkësia e numrave natyrorë shënohet simbolikisht me $N = \{1; 2; 3; 4; ......\}$.
Numri 0 (zero) nuk është numër natyror. Kur shtojmë numrin 0 (zero), atëherë bashkësia quhet **bashkësi e zgjeruar e numrave natyrorë**. Shënohet: N_0={0;1;2;3;…}

II. Shkrimi dhe leximi i numrave natyrorë

Numri shumëshifror mund të zbërthehet sipas rendeve.
709 = 7 qindëshe + 0 dhjetëshe + 9 njëshe = $7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1$
$7214 = 7M + 2Q + 1Dh + 4Nj = 7 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1$
$348\,075 = 3QM + 4\,DhM + 8M + 0Q + 7Dh + 5Nj =$
$= 3 \cdot 100\,000 + 4 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 \cdot 1$
$9\,629\,090 = 9 \cdot 1\,000\,000 + 6 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 9 \cdot 1000 + 9 \cdot 10$

Rendet grupohen tri nga tri në grupe të quajtura **klasa**. Në tabelën e mëposhtme janë paraqitur zbërthimet e disa numrave natyrorë.

Klasa	**Milionat**			**Mijëshet**			**Njëshet**		
Rendi	Q.milion	Dh.milion	Miliona	QM	DhM	M	Q	Dh	Nj
Numri							7	0	9
						7	2	1	4
				3	4	8	0	7	5
			9	6	2	9	0	9	0
	4	3	5	6	7	8	2	9	1

Kur shkruajmë numrat, mund të lëmë një hapësirë ndërmjet klasës së milionave dhe asaj të mijësheve; ndërmjet klasës së mijësheve dhe asaj të njësheve, për të lehtësuar leximin e numrit. Shkruajmë 136 547 dhe jo 13 6547.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. A janë të barabartë numrat 512 dhe 521? Pse?

2. Plotësoni zbërthimet:
$1254 = (... \cdot 1000) + (... \cdot 100) + (... \cdot 10) + ...$
$36\,972 = (... \cdot 10\,000) + (... \cdot 1000) + (... \cdot 100) + (... \cdot 10) + ...$

3. Gjeni shumat:
$6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 =$
$4 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 6 =$

4. Lexoni dhe shkruani me fjalë numrin që tregon sipërfaqen e shtetit në km^2.

Shteti	Sipërfaqja (km^2)
Kosova	10 908
Shqipëria	28 748
Gjermania	357 021
SHBA	831 510

5 Një shoqëri tregtare, gjatë një jave, shiti 6 makineri me vlerë 1000 euro dhe 5 pajisje me vlerë 100 euro. Sa euro arkëtoi kompania gjatë kësaj jave?

USHTRIME

1 Në shkrimin e disa numrave natyrorë të dhënë më poshtë, shifra 0 nuk duhet vendosur. Bëni korrigjimin.
2503; 0250; 1001; 0035.

2 Lexoni numrat: 253; 4279; 54 923; 300 420; 8 450 900.

3 Shkruani numrat:
Dy mijë e pesëqind e shtatëdhjetë e tre; tridhjetë e pesë mijë e treqind e gjashtëdhjetë e një; treqind e pesëdhjetë e shtatë mijë e dyqind.

4 Plotësoni tabelën, duke shkruar shifrat e numrave te vlera përkatëse.

Numri	Njëqind mijëshe	Dhjetë mijëshe	Një mijëshe	Qindëshe	Dhjetëshe	Njëshe
354 278	3	5	4	2	7	8
277 103						
31 254						
1507						
300						

5 Çfarë vlere ka shifra 5 në secilin prej këtyre numrave natyrorë:
a) 573; b) 2504; c) 35 147; d) 20 354?

6 Në lashtësi, 4 barinj mund të numëronin delet e një kopeje, kur numri i tyre nuk i kalonte 10 000. Si arrinin ta bënin këtë numërim barinjtë?

7 Plotësoni numrat që mungojnë.

$5000 + 800 + ... + 4 = 5874;$
$60\,000 + ... + 700 + 30 + 2 = 68\,732.$

8 Numrin pesëqind e tetëdhjetë e gjashtë mijë e shtatëdhjetë e tetë, Agimi e shkroi 58 678. Si lexohet numri që shkroi Agimi? A ka vepruar drejt? Si duhet shkruar?

1.2 Krahasimi i numrave natyrorë

A Kërkoni dhe zbuloni

- Iliri qëndroi në bibliotekën e shkollës 30 min, Mira qëndroi 55 min dhe Era 40 min. Cili qëndroi më shumë? Po më pak?
- Secili prej tyre mori për të lexuar nga një libër, përkatësisht me 150 faqe, 90 faqe dhe 180 faqe. Cili nga librat kishte më shumë faqe? Po më pak?

Si vepruat për të krahasuar numrat e mësipërm?

B Vrojtoni dhe mësoni

- **Krahasimi i numrave natyrorë shumëshifrorë**

Gjatë krahasimit të numrave natyrorë, dallojmë disa raste.

I. Numrat natyrorë kanë numër të ndryshëm shifrash.

Shembulli 1

Krahasoni numrat natyrorë:

a) 353 > 53; b) 2324 > 324.

Mbani mend:

Kur kemi dy numra natyrorë me numër të ndryshëm shifrash, më i madh është ai që ka më shumë shifra.

II. Numrat natyrorë kanë të njëjtin numër shifrash.

Shembulli 2

Krahasoni numrat natyrorë:

a) 345 > 245; b) 2353 < 7353.

Mbani mend:

Kur kemi dy numra natyrorë me të njëjtin numër shifrash, krahasojmë shifrat e të njëjtit rend (duke filluar nga e majta) derisa të gjejmë dy shifra të ndryshme. Atëherë, ai që ka shifrën më të madhe, është numri më i madh.

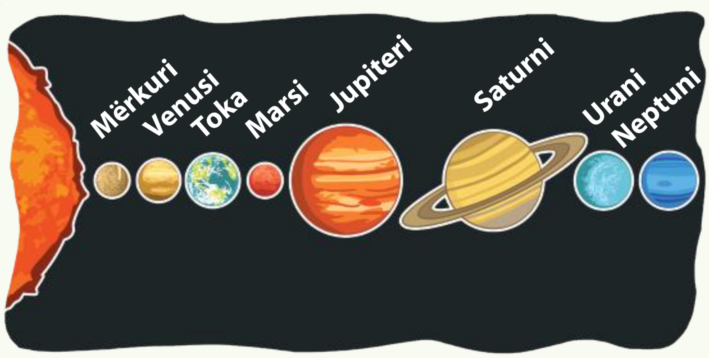
C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Krahasoni 3572 me 3529.

2. Vini shenjën < apo > ndërmjet numrave 15 722 dhe 15 726.

3. Në tabelën e mëposhtme jepen diametrat e 8 planetëve të sistemit diellor (në km).

Planeti	Diametri (km)
Mërkuri	4840
Venusi	12 104
Toka	12 756
Marsi	6760
Jupiteri	140 700
Saturni	120 700
Urani	50 800
Neptuni	4950



a) Cili planet e ka diametrin më të madh? Po më të vogël?
b) Cili planet ka diametër më të vogël se Toka, por më të madh se Marsi?

USHTRIME

1 Renditni në rritje numrat natyrorë:
7; 13; 4; 25; 91; 72.

2 Shkruani numrin natyror treshifror më të madh dhe më të vogël.

3 Renditni në rritje numrat natyrorë:
a) 935; 743; 105; 243; 1111.
b) 9435; 8271; 9344; 2923.

4 Shkruani numrin më të madh natyror që është më i vogël se 500 dhe që formohet:
a) me tri shifra të njëjta;
b) me tri shifra të ndryshme;
c) me dy shifra të njëjta e një shifër ndryshe.

5 a) Shkruani të gjithë numrat natyrorë që formohen me shifrat 3, 4, 5, duke përdorur secilën shifër vetëm një herë.
b) Renditni këta numra nga më i madhi te më i vogli.

6 Vendosni shenjën e mosbarazimit (< ose >).

a) 9357 … 9537;

b) 3957 … 9573;

c) 9375 … 9357.

7 Vendosni shenjën e mosbarazimit (< ose >):
a) 5434 … 5402 … 5099;
b) 12 002 … 12 011 …13 000;
c) 205 000 … 205 001 … 207 000.

8 Masat e 3 aeroplanëve për transport udhëtarësh janë:

Aeroplani	Masa (kg)
Airbus A340	260 000 kg
Boeing 747	351 000 kg
Airbus A380	560 000 kg

Cili prej tyre është më i rëndi? Po më i lehti?



9 **Detyrë në grup:** Matni shtatlartësitë e nxënësve të klasës suaj. Shkruani emrat e tyre, duke i renditur në bazë të shtatlartësisë në zbritje.

1.3 Boshti numerik. Radhitja e numrave

A Kërkoni dhe zbuloni

Le të jetë dhënë një segment *u* (fig.1.1), gjatësinë e të cilit e marrim si njësi të gjatësisë.

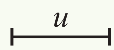


Fig. 1.1

Në një drejtëz të orientuar (*d*) zgjedhim një pikë O dhe më pas ndërtojmë njëri pas tjetrit segmentet [OA], [AB], [BC], [CD], ..., që kanë gjatësi sa segmenti *u* (fig. 1.2).

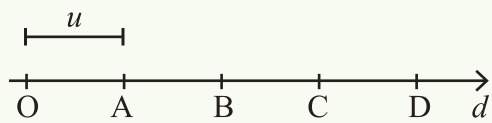


Fig. 1.2

Krahasoni gjatësitë e segmenteve [OA], [OB], [OC], [OD],..., me gjatësinë e segmentit ***u*.**
Diskutoni çfarë vini re.

B Vrojtoni dhe mësoni

Vihet re se gjatësia e segmentit [OB] është 2 herë më e madhe se gjatësia e segmentit *u*; gjatësia e segmentit [OC] është 3 herë më e madhe se gjatësia e segmentit *u*, e kështu me radhë.
Në pikat O, A, B, C, D vendosim përkatësisht numrat 0, 1, 2, 3, 4, ... (fig. 1.3).

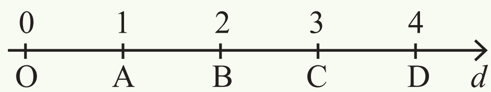


Fig. 1.3

Në këtë mënyrë, çdo numri natyror i përgjigjet një pikë e vetme dhe drejtëza e orientuar *d* shndërrohet në bosht numerik.

Në figurën 1.4 janë paraqitur me pika numrat që paraqesin sipërfaqet (në km^2) e Zvicrës, Shqipërisë dhe Kosovës.

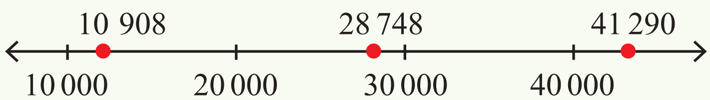


Fig. 1.4

Dimë që 377 835 < 406 752 (pse?), 41 290 > 28 748 > 10 908 ose 10 908 < 28 748 < 41 290.
Komentoni pikat përgjegjëse të dhëna në boshtin numerik.

Mbani mend:

Ndër dy numra natyrorë, pika që i përgjigjet numrit më të madh ndodhet në të djathtë të pikës që i përgjigjet numrit më të vogël.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vizatoni boshtin numerik dhe shënoni në të pikën D që paraqet numrin 4. Vendosni djathtas saj, njëri pas tjetrit, tri segmente të barabarta me segmentin njësi dhe shënoni pikën e marrë E. Cilin numër paraqet pika E?

2. Në figurën 1.5 janë radhitur tre numra në boshtin numerik.

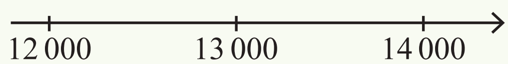


Fig. 1.5

a) Cila është rregulla për të kaluar nga njëri numër te pasardhësi i tij?
b) Shkruani tre numrat që pasojnë, sipas kësaj rregulle, dhe paraqitini ata në boshtin e mësipërm.

3. Në boshtin numerik (fig. 1.6) janë paraqitur numrat 27 828 dhe 27 832. Paraqitni në bosht numrat natyrorë që ndodhen ndërmjet tyre.

Fig. 1.6

4. Në boshtin numerik (fig. 1.7) janë paraqitur tre numra natyrorë. Paraqitni në bosht dy numrat paraardhës dhe dy numrat pasardhës të tyre, sipas rregullës që ndjekin.

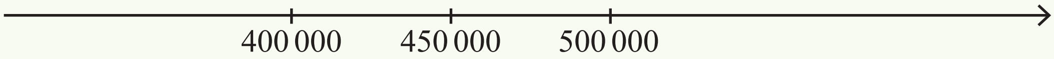


Fig. 1.7

5. Në tabelën e mëposhtme jepen lartësitë (në m) të disa maleve. Radhitni malet nga më i ulëti te më i larti.

Mali	Lartësia (m)
Mont Blank	4810
Gjeravica	2656
Everest	8848
Elbrus	5033
Etna	3263
Korabi	2751

USHTRIME

1 Plotësoni tre numrat natyrorë që vijojnë në vargjet rritëse.
a) 25 698; 25 699; 25 700; ...;
b) 34 597; 34 598; 34 599; ... .

2 Shkruani numrin natyror që vjen pas numrit të dhënë.
a) 63 457; b) 35 489; c) 62 999.

3 Shkruani numrin natyror që ndodhet para numrit të dhënë.
a) 28 529; b) 46 820; c) 74 600.

4 Shkruani numrat natyrorë që ndodhen ndërmjet numrave:
a) 32 537 dhe 32 543;
b) 74 298 dhe 74 302.

5 Plotësoni tre numrat natyrorë që vijojnë në vargjet zbritëse.
a) 205 637; 205 636; 205 635;
b) 174 724; 174 722; 174 720.

6 Numri natyror a plotëson kushtin $898 < a < 902$. Gjeni të gjitha vlerat e mundshme të a (si numër natyror).

7 Unë mendova një numër që mbaron me shifrën 5. Ai është më i madh se 2010 dhe më i vogël se 2020. Cili është ky numër?

1.4 Rrumbullakimi i numrave natyrorë

A Kërkoni dhe zbuloni

A është e nevojshme të jemi kaq të saktë në situatat e mëposhtme?
a) "Agimi është i gjatë 152 cm e 3 mm".
b) "Largesa Prishtinë-Pejë është 72 km e 273 m".
c) "Koncerti zgjati 2 orë e 32 sekonda".
d) "Në stadium ishin 14 259 spektatorë".
Çfarë do të ishte më e përshtatshme të thuhej në këto raste?

B Vrojtoni dhe mësoni

Në jetën e përditshme, shpesh nuk na nevojitet saktësi e madhe. Në rastet kur saktësia e plotë nuk duhet, numrat i **rrumbullakojmë**. Kjo do të thotë se i përafrojmë ata me numra që i kanë shifrat e fundit zero. P.sh. ne themi "Në stadium ishin afërsisht 14 000 spektatorë". Për të shënuar rrumbullakimin përdorim shenjën "≈", e cila lexohet "afërsisht baras". Kështu, shënojmë 14 259 ≈ 14 000.

Rregulla për rrumbullakimin në dhjetëshen më të afërt është kjo:
- nëse shifra e njësheve të numrit është më e vogël se 5, atë e zëvendësojmë me 0 dhe shifrën e dhjetësheve e lëmë të pandryshuar;
- nëse shifra e njësheve të numrit është 5 ose më e madhe se 5, atë e zëvendësojmë me zero, kurse shifrën e dhjetësheve e rritim me 1 njësi.

Shembulli 1
273 ≈ 270;   23 654 ≈ 23 650, por 3568 ≈ 3570;   12 345 ≈ 12 350

Rregulla për rrumbullakimin në qindëshen më të afërt është kjo:
- nëse numri i formuar nga dy shifrat e fundit është më i vogël se 50, këto shifra zëvendësohen me zero dhe shifra e qindësheve nuk ndryshon;
- nëse numri i formuar nga dy shifrat e fundit është 50 ose më i madh se 50, këto shifra zëvendësohen me zero dhe shifra e qindësheve rritet me 1 njësi.

Shembulli 2
3827 ≈ 3800;   26 734 ≈ 26 700, por 7461 ≈ 7500;   21 356 ≈ 21 400

Punë në grup

Numri	Klasa e mijësheve	Klasa e njësheve
2368	2	368
1625	1	625
34 279	34	279
68 547	68	547

Në tabelë, për çdo numër është veçuar klasa e mijësheve dhe klasa e njësheve. Përcaktoni, për secilin numër, mijëshet e plota më të afërta midis të cilave ndodhet ai. Me cilën prej tyre, është më afër numri?

Tregoni rregullën për rrumbullakimin në mijëshen më të afërt.

Shembull 3
45 304 ≈ 45 000;   132 421 ≈ 132 000, por 6831 ≈ 7000; 352 609 ≈ 353 000.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. a) Rrumbullakoni në dhjetëshen më të afërt numrat:
251; 347; 2355; 6472; 34 512; 359 875.
b) Sa dhjetëshe të plota përmban secili prej tyre?

2. a) Rrumbullakoni në qindëshen më të afërt numrat:
361; 2350; 6743; 56 768; 356 834.

3. a) Shkruani numrat, që pas rrumbullakimit në dhjetëshen më të afërt, japin 120.
b) Sa numra japin 2500 pas rrumbullakimit në qindëshen më të afërt?

4. a) Vendosni numrin 3514 midis dy numrave më të afërt që janë dhjetëshe të plota.
b) Vendoseni këtë numër midis dy numrave më të afërt që janë mijëshe të plota.

5. Për bibliotekën e shkollës u blenë 12 libra me çmim 18 euro, dy fjalorë me çmim 35 euro, si dhe 5 albume me çmim 15 euro. Duke rrumbullakuar sasinë e shpenzimeve në qindëshen më të afërt, gjeni sa euro u shpenzuan afërsisht.

USHTRIME

1 Rrumbullakoni deri në mijëshen më të afërt numrat:
1225; 54 327; 63 589; 124 781.

2 Tregoni cili nga barazimet e përafërta është i saktë.
a) 28 ≈ 30 apo 28 ≈ 20; b) 746 ≈ 750 apo 746 ≈ 740;
c) 1823 ≈ 1900 apo 1823 ≈ 1800; d) 50 424 ≈ 50 000 apo 50 424 ≈ 60 000.

3 Gjatë regjistrimit të popullsisë, në qytet u numëruan 13 882 banorë. Në njoftimin e rezultateve, një gazetë shkroi se në qytet ishin afërsisht 13 mijë banorë, kurse një tjetër shkroi që ishin 14 mijë banorë. Cili njoftim është i saktë?

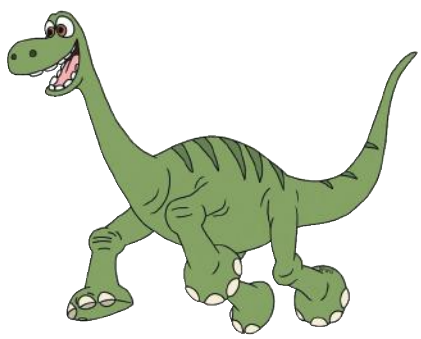
4 Në fjalorin shqip-anglisht janë 18 352 fjalë; kurse në fjalorin shqip-frëngjisht janë 17 895 fjalë. Sa mijëshe fjalësh ka në secilin fjalor?

5 Masa e një elefanti është 5835 kg. Sa ton është ai afërsisht?

6 Përcaktoni deri në ç'rend është bërë rrumbullakimi:
a) 63 723 ≈ 64 000; b) 179 996 ≈ 180 000; c) 283 891 ≈ 300 000.

7 Gjeni numrin më të vogël (më të madh) që:
a) i rrumbullakuar në dhjetëshen më të afërt është 460;
b) i rrumbullakuar në qindëshen më të afërt është 3400;
c) i rrumbullakuar në mijëshen më të afërt është 6000;
d) i rrumbullakuar në milionin më të afërt është 6 000 000.

8 Kur u pyet se ç'moshë kishte skeleti i një dinozauri, ciceroni i një muzeu u përgjigj: – Një milion e tridhjetë e pesë vjeç. Nga e dini kaq saktë? – u habitën vizitorët.
– Fare thjesht, – u përgjigj ciceroni. – 35 vjet më parë, kur fillova punë në muze, më thanë që mosha e këtij skeleti ishte një milion vjeç.
A arsyetoi drejt ciceroni?



1.5 Mbledhja e numrave natyrorë. Vetitë e mbledhjes

A Kërkoni dhe zbuloni

Në vendparkimin pranë stadiumit janë 120 makina. Kjo sasi është 30 makina më e vogël se sasia e makinave në vendparkimin pranë autostradës. Cili vendparkim është më i madh?

Agimi thotë: – Kjo është e qartë. Sa herë që themi më e vogël, ne duhet të bëjmë zbritje. Sasia e makinave në vendparkimin e autostradës është 120 – 30 = 90 makina.

Drita thotë: – Ti e ke gabim.

Si mendoni? Zgjidhni problemën.

B Vrojtoni dhe mësoni

Të mbledhësh numrin 5 me numrin 3, do të thotë t'i shtosh numrit 5 tri herë njësinë.

Marrim $5 + 3 = 5 + 1 + 1 + 1 = 6 + 1 + 1 = 7 + 1 = 8$.

Shkruajmë shkurt $5 + 3 = 8$.

Numrat që mblidhen (5; 3) quhen **mbledhorë**.

Numri që merret nga mbledhja e tyre (8) quhet **shumë**.

Mbledhjen e numrave mund ta paraqitim në boshtin numerik (fig. 1.8)

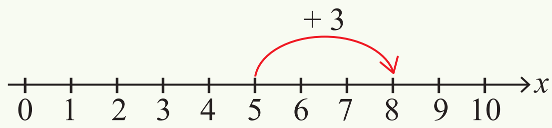


Fig. 1.8

I. Vetia e ndërrimit të vendeve të mbledhorëve: $a + b = b + a$.

Po t'u ndërrojmë vendet mbledhorëve, shuma nuk ndryshon.

Kështu, $5 + 4 = 4 + 5$;

$30 + 24 = 24 + 30$.

II. Vetia e shoqërimit: $a + (b + c) = (a + b) + c$.

Gjatë mbledhjes së tre numrave, kur dy mbledhorë i zëvendësojmë me shumën e tyre, rezultati nuk ndryshon.

Kështu, $3 + (8 + 6) = 3 + 14 = 17$.

$(3 + 8) + 6 = 11 + 6 = 17$.

Pra, $3 + (8 + 6) = (3 + 8) + 6$.

Mbani mend:

Shuma e çdo numri natyror me zero është sa vetë numri natyror: $a + 0 = 0 + a = a$.
P.sh., $23 + 0 = 0 + 23 = 23$.

Mbani mend:

Shuma e dy ose më shumë numrave natyrorë është gjithmonë numër natyror.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Paraqitni në boshtin numerik veprimin e mbledhjes së numrit 4 me numrin 5.

2. Plotësoni barazimet:
a) 38 + 15 = 15 + ...;
b) 2450 + 350 = 350 + ...

3. Gjeni, duke shkruar njërin mbledhor si shumë dy mbledhorësh të tjerë e duke përdorur më tej vetinë e shoqërimit.
a) 137 + 73 = (100 + 37) + 73 = 100 + (37 + 73) = ...;
b) 352 + 48 = (300 + 52) + 48 = ...;
c) 416 + 84 = ...

4. Gjeni shumat e mëposhtme duke përdorur vetitë e ndërrimit e të shoqërimit.
a) 34 + 46 + 13 + 27 = (34 + 46) + (13 + 27) = ... + ... = ...
b) 35 + 46 + 75 + 24 = (përdorni vetinë e ndërrimit)
= 35 + 75 + 46 + 24 = (përdorni vetinë e shoqërimit)
= (35 + 75) + (46 + 24) = ... + ... = ...
c) 19 + 21 + 25 + 35 = (...) + (...) = ...

5. Në bibliotekën e shkollës, raftet mund të mbajnë 250 libra. Në fillim të vitit shkollor, në të kishte 148 libra; gjatë vitit u blenë 52 libra të rinj.
a) Sa u bë numri i librave në bibliotekë?
b) A ka tani vende të lira në bibliotekë? Nëse po, sa?

USHTRIME

1 Gjeni shumat:
a) 999 + 1; b) 34 099 + 1; c) 72 + 28.

2 Paraqitni në boshtin numerik mbledhjet:
a) 4 + 3; b) 8 + 4.

3 Kryeni me mend mbledhjet:
a) 8 + 20; b) 38 + 12; c) 57 + 19.

4 Njehsoni shumat, duke përdorur vetitë e ndërrimit dhe të shoqërimit. Argumentoni veprimet.
a) 9 + 10 + 11; b) 67 + 13 + 10; c) 37 + 43 + 45 + 85; d) 36 + 21 + 14 + 79.

5 Agimi shpenzoi ditën e parë 125 euro, kurse ditën e dytë 50 euro më shumë. Sa shpenzoi ai në të dyja ditët së bashku?

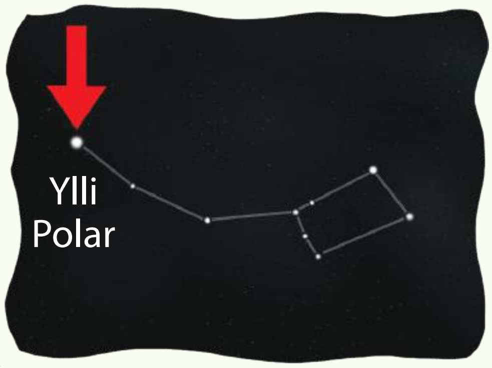
6 Në një serrë janë mbjellur 3600 lule, kurse në serrën fqinjë janë 400 lule më shumë. Sa lule janë mbjellë në të dyja serrat?

7 a) Drita bleu dy pajisje elektronike që kushtojnë njëra 150 euro, tjetra 50 euro më pak. Sa euro shpenzoi Drita?
b) Drita ka 150 euro. Ajo ka 50 euro më pak se vëllai i saj. Sa euro kanë të dy së bashku?

1.6 Zbritja e numrave natyrorë

A Kërkoni dhe zbuloni

Për të arritur te ne, dritës së nisur nga Ylli Polar i duhen 430 vjet. Në cilin vit është nisur drita e këtij ylli që ne shohim sot?



B Vrojtoni dhe mësoni

Kur shuma e dy numrave është 9 dhe njëri nga ata është 4, atëherë numri tjetër është 9 – 4 = 5.

Mbani mend:

Veprimi, me anën e të cilit gjejmë një mbledhor, kur njohim shumën dhe mbledhorin tjetër, quhet **zbritje**.
Numrin nga i cili zbresim, e quajmë **të zbritshëm**.
Numrin që zbresim, e quajmë **zbritës**.
Rezultatin e zbritjes e quajmë **ndryshim**.

Barazimi 9 – 4 = 5 rrjedh nga barazimi 4 + 5 = 9.
Në barazimin 9 – 4 = 5, i zbritshmi është 9, zbritësi është 4, dhe ndryshimi është 5.
Zbritjen e numrit 4 nga numri 9 mund ta paraqitim në boshtin numerik (fig. 1.9).

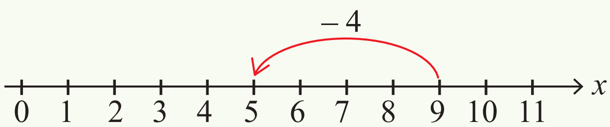


Fig. 1.9

Mbani mend:

Ndryshimi i dy ose më shumë numrave natyrorë, jo gjithmonë është i mundur të gjendet në bashkësinë e numrave natyrorë.
Për shembull, ndryshimi i numrit 7 me 9 nuk është numër natyror.

- Veprimi i zbritjes nuk gëzon vetinë e ndërrimit.
  P.sh., 24 – 4 = 20. Ndërsa ndryshimi 4 – 24 nuk është numër natyror.
- Veprimi i zbritjes nuk gëzon as vetinë e shoqërimit.
  P.sh., 34 – 15 – 12 = 19 – 12 = 7. Ndërsa: 34 – (15 – 12) = 34 – 3 = 31.
  Ndryshimi i një numri natyror me zero është i barabartë me vetë numrin: $a - 0 = a$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Nga 25 + 11 = 36 rezulton 25 = ... – ... 11 = ... – ...

2. a) I zbritshmi është 45, zbritësi 20. Sa është ndryshimi?
b) Zbritësi është 15 dhe ndryshimi 40. Sa është i zbritshmi?
c) Ndryshimi është 20, kurse i zbritshmi është 50. Sa është zbritësi?
d) A është i saktë barazimi 25 – 15 = 10? Si bëhet prova?

3. Shpresa kishte 5 kartëmonedha 50-euroshe dhe 7 kartëmonedha 20-euroshe. Ajo shpenzoi 3 kartëmonedha 50-euroshe dhe 2 kartëmonedha 20-euroshe. Sa euro i mbetën?

USHTRIME

1 Nga barazimi 25 + 15 = 40, shkruani dy barazime me zbritje.

2 Nga barazimi 100 – 20 = 80, shkruani një barazim me mbledhje dhe një barazim me zbritje.

3 Iliri është 22 vjeç. Joni është 3 vjet më i madh se Iliri. Ana është 5 vjet më e vogël se Joni. Sa vjeçe është Ana?

4 Drita hodhi në një gotë 200 g kafe dhe 30 g sheqer. Gota e mbushur peshon 500 g. Sa peshon gota bosh?

5 Perimetri i një trekëndëshi është 36 cm. Dy nga brinjët e tij janë 10 cm dhe 15 cm. Sa cm është brinja e tretë?

6 Te numri 268 ndryshojmë vendet e shifrave të dhjetësheve dhe të qindësheve. Kush është më i madh numri i ri apo numri fillestar? Sa më i madh është?

7 Një pishinë me vëllim 150 000 ℓ po mbushet me ujë nga dy rubineta: njëra lëshon 85 000 ℓ ujë në orë dhe tjetra 64 000 ℓ ujë në orë. A do të jetë mbushur pishina pas një ore?

8 Për të kursyer energjinë që harxhohet (në një shtëpi përdhese, në një apartament etj.) ka disa mënyra: përforcimi i izolimit; përdorimi i paneleve diellore; përdorimi i kondicionerëve inverter.
Në tabelën e mëposhtme, për një banesë me syprinë 110 m^2, tregohet sa kursehet duke përdorur njërën nga këto mënyra.

Mënyra e zgjedhur	Përforcim i izolimit	Panele diellore	Kondicionerë inverter
Kursimi i arritur (euro në vit)	90	170	140

a) Sa energji do të kursehet për këtë banesë, nëse do të përdoren njëkohësisht të tria mënyrat?
b) Sa do të kursehej gjatë 2 viteve? Po gjatë 5 viteve?
c) Mblidhni të dhëna mbi mënyrat e kursimit të energjisë që përdorin banorët e ndërtesës ku banoni ju. Llogaritni kursimet vjetore në euro që bën ndërtesa.

1.7 Mbledhja dhe zbritja e numrave në shtyllë

A Kërkoni dhe zbuloni

Libri ka 325 faqe. Ditën e parë, Zana lexoi 100 faqe. Sa faqe më tepër duhet të lexojë ditën e dytë, në mënyrë që ta përfundojë librin brenda ditës?

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Për të mbledhur numrat në shtyllë, duhen vendosur shifrat e të njëjtit rend poshtë njëra-tjetrës. Pastaj, në fillim mblidhen njëshet, më pas dhjetëshet, më pas qindëshet etj., pa harruar veçimin e dhjetësheve, kur shuma e shifrave që mblidhen e kalon dhjetën.

Shembull 1

a) $$\begin{array}{r} (1) \\ 873 \\ +\,945 \\ \hline 1818 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} (1)(1) \\ 3647 \\ +\,1829 \\ \hline 5476 \end{array}$$

II. Për të zbritur numrat në shtyllë, duhen vendosur shifrat e të njëjtit rend poshtë njëra-tjetrës. Pastaj, në fillim zbriten njëshet, më pas dhjetëshet etj., pa harruar që nëse duhet, një njësi të një rendi e zëvendësojmë me 10 njësi të rendit paraardhës.

Shembull 2

a) $$\begin{array}{r} (6) \\ 735 \\ -\,492 \\ \hline 243 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} {\scriptstyle (4)(9)(6)} \\ 5072 \\ -\,784 \\ \hline 4288 \end{array}$$

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kryeni mbledhjen në shtyllë.

a) $$\begin{array}{r} 1354 \\ +\,2513 \\ \hline \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} 21356 \\ +\,73231 \\ \hline \end{array}$$

2. A janë vendosur si duhet, poshtë njëri-tjetrit, mbledhorët në rastet e mëposhtme? Në qoftë se jo, bëni ndryshimet e duhura dhe pastaj kryeni mbledhjet.

a) $$\begin{array}{l} \,2634 \\ +\,54 \\ \hline \end{array}$$

b) $$\begin{array}{l} \,305 \\ +\,4234 \\ \hline \end{array}$$

3. Kontrolloni saktësinë e veprimit të mbledhjes dhe të zbritjes.

$$\begin{array}{r} 5478 \\ +\,788 \\ +\,8057 \\ \hline 14323 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8674 \\ -\,2381 \\ \hline 6293 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8547 \\ -\,629 \\ \hline 7918 \end{array}$$

4. Kontrolloni saktësinë e zbritjeve:

a) $\begin{array}{r} 8674 \\ -\,2381 \\ \hline 6293 \end{array}$;   b) $\begin{array}{r} 8674 \\ -\,2381 \\ \hline 6293 \end{array}$

5. Nëna mban në njërën dorë një çantë me peshë 4600 g, kurse në dorën tjetër një shportë me peshë 750 g më të vogël sesa pesha e çantës. Njehsoni peshën që mban gjithsej nëna.

USHTRIME

1 Kryeni mbledhjen në kolonë.
a) 254 + 785; b) 1021 + 357; c) 31 443 + 25 986; d) 1021 + 357 + 632.

2 Në tabelë është treguar vlera (në euro) e prodhimit të një fabrike mobiljesh për muajt janar, shkurt, mars. Plotësoni tabelën.

Prodhimi	Janar	Shkurt	Mars	Gjithsej
Karrige	4567	5639	4945	
Tryeza	1678	2445	359	
Gjithsej				

3 Agimi udhëtoi ditën e parë 325 km, kurse ditën e dytë 150 km më shumë. Ditën e tretë 250 km më pak se dy ditët e para. Sa km udhëtoi gjithsej Agimi?

4 Zëvendësoni pikat me shifra, në mënyrë që të jetë i saktë përfundimi i veprimit.

a) $\begin{array}{r} 84\bullet 6 \\ +\,\bullet 59\bullet \\ \hline \bullet 3\bullet 47 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 7\bullet 9\bullet 5 \\ +\,54\bullet 76 \\ \hline \bullet\bullet 718\bullet \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 4\bullet 8\bullet \\ -\,\bullet 5\bullet 1 \\ \hline 1423 \end{array}$

5 Nga 2 parcela u mblodhën 96 thasë me patate. Nga parcela e parë u mblodhën 57 thasë. Sa thasë më pak se në parcelën e parë u mblodhën nga e dyta?

6 Kryeni zbritjen dhe bëni provën e saj nëpërmjet mbledhjes.
a) 1254 – 787 =
b) 54 273 – 37 884 =

7 Në stacionin e parë zbritën nga autobusi 5 njerëz, kurse në stacionin e dytë zbritën 11 njerëz. Në fillim, në autobus ishin 49 njerëz. Sa njerëz mbetën në të?

8 Dy shufra akulli ndryshojnë me 20 cm. Ato shkurtohen çdo minutë me 10 cm. Më e shkurtra e ka gjatësinë 50 cm. Sa do të jetë ndryshimi i tyre pas 7 minutash? Argumentoni përgjigjen, duke treguar vetinë që zbatuat.

1.8 Shprehjet numerike

A Kërkoni dhe zbuloni

Makina udhëtoi dy orë. Orën e parë ajo përshkoi 85 km, kurse orën e dytë 13 km më tepër. Sa km përshkoi makina për dy orë?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen: Cili nga numrat, 85 + (85 – 13) apo 85 + (85 + 13), tregon sa km përshkoi makina për dy orë?

B Vrojtoni dhe mësoni

Kuptimi i shprehjes numerike

Shembulli 1

Ditën e parë, Agimi lexoi 45 faqe të një libri, kurse ditën e dytë lexoi 15 faqe më pak. Sa faqe të librit lexoi Agimi në të dyja ditët së bashku?

Zgjidhje

Ditën e parë, Agimi lexoi 45 faqe.
Ditën e dytë, Agimi lexoi (45 – 15) faqe.
Për dy ditë, Agimi lexoi 45 + (45 – 15) faqe.
Duke zgjidhur problemën, ne krijuam një shprehje numerike:
45 + (45 – 15)
Nëse kryejmë veprimet, do të marrim numrin 75 (kontrolloni).
Ky numër është vlera e kësaj shprehjeje numerike.

Mbani mend:

Me anë të numrave, shenjave të veprimeve aritmetike dhe kllapave, formojmë **shprehje numerike** të ndryshme.

Numrin që merret si rezultat i kryerjes së të gjitha veprimeve, të treguara në shprehjen numerike, e quajmë vlerë të shprehjes numerike.

Për të gjetur vlerën e një shprehjeje numerike, duhet të respektohet **radha e kryerjes së veprimeve**.

a) Kur shprehja numerike nuk ka kllapa dhe përmban vetëm veprimet e mbledhjes e të zbritjes, atëherë kryhen veprimet e mbledhjes e të zbritjes sipas radhës në të cilën janë shkruar.

Shembulli 2

Të gjendet vlera e shprehjes numerike 36 – 11 – 9 + 12.

Zgjidhje

Shkruajmë:
36 – 11 – 9 + 12 = (kryejmë zbritjen e parë)
= 25 – 9 + 12 = (kryejmë zbritjen e dytë)
= 16 + 12 = 28 (kryejmë mbledhjen)

b) Kur shprehja numerike ka kllapa dhe veprime të mbledhjes e të zbritjes, atëherë kryhen në fillim veprimet brenda kllapave dhe pastaj mbledhjet e zbritjet e tjera, sipas radhës.

Shembulli 3

Të gjendet vlera e shprehjes 35 – (21 – 6) + 41.

Zgjidhje

Shkruajmë:

35 – (21 – 6) + 41 = (kryejmë veprimin brenda kllapës)

= 35 – 15 + 41 = (kryejmë zbritjen)

= 20 + 41 = 61 (kryejmë mbledhjen)

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Njehsoni vlerën e shprehjes numerike.
a) 26 + 14 – 16; b) 36 + 8 – 12 – 21;
c) 345 – 100 + 215; d) 4000 – 1000 + 3500 – 500.

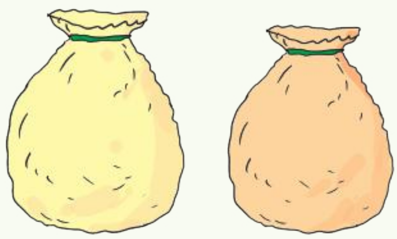
2. Njehsoni vlerën e shprehjes numerike.
a) (25 – 20) + (36 + 10); b) (45 – 20) – (26 – 6).

3. Njehsoni vlerën e shprehjes numerike 826 – (354 + 253) – 102.

4. Hartoni shprehjen për zgjidhjen e problemës dhe gjeni vlerën e saj.

a) Në një thes ka 46 kg grurë, sasi që është 18 kg më e vogël se ajo e grurit në një thes tjetër. Sa kg grurë ka në të dy thasët së bashku?

b) Një fermer ka 234 m^2 serrë që është 108 m^2 më tepër se ajo që ka një fermer tjetër. Sa m^2 serrë kanë dy fermerët së bashku?



USHTRIME

1 Gjeni vlerën e shprehjes numerike.
a) 354 – 113 + 253; b) 94 – 47 – 21 + 100; c) 35 + 41 – 19.

2 Gjeni vlerën e shprehjes numerike.
a) (25 – 14) – 6; b) 79 – (28 + 16); c) 39 – (98 – 81);
d) (21 – 4) + (35 – 16); e) (153 – 100) – (94 – 90).

3 Gjeni vlerën e shprehjes numerike.
a) 30 + (65 – 4) – 16 + [10 – (35 – 32)];
b) 1 – [25 – (15 + 10)] + (26 – 13);
c) [(35 – 4) – (31 – 20)] – [(25 – 16) + (24 – 20)].

4 Shprehni me simbole matematike fjalitë e mëposhtme.
a) Ndryshimit të numrave 35 dhe 17 i zbritet shuma e numrave 8 dhe 5.
b) Numrit 100 i zbritet ndryshimi i shumës së numrave 10 dhe 15 me numrin 20.

5 Lumi Drini i Zi e ka gjatësinë 160 km. Lumi Drini i Bardhë është më i gjatë se Drini i Zi dhe ndryshimi i gjatësive të tyre është 125 km. Sa km është i gjatë Drini i Bardhë?

1.9 Problema

A Kërkoni dhe zbuloni

Bardhyli kishte në bankë 13 200 euro. Ai depozitoi edhe 5000 euro të tjera. Për të blerë një mjet transporti, shpenzoi 6800 euro. Sa euro i mbetën?

B Vrojtoni dhe mësoni

Për të zgjidhur një problemë, duhen ndjekur këta hapa:

1. lexoni me vëmendje tekstin e problemës;
2. paraqitni shkurt të dhënat dhe kërkesat;
3. hartoni një skemë të përshtatshme, duke shprehur lidhjen midis të njohurave dhe të panjohurave;
4. hartoni planin e zgjidhjes;
5. shkruani njehsimet që duhen bërë;
6. jepni përgjigjen e problemës;
7. mund të bëni edhe provën e zgjidhjes.

Shembull

1. Lexoni me vëmendje këtë problemë.

Nxënësit e shkollës shkuan në ekskursion të shoqëruar nga 10 mësues. Në ekskursion ishin gjithsej 267 veta. Nga këta, 141 ishin vajza. Sa ishte numri i djemve?

2. Paraqitni të dhënat dhe kërkesën.

Të dhëna:
Gjithsej (mësues, djem, vajza) 267
Mësues 10
Vajza 141
Kërkesa
Sa djem ishin?

3. Hartoni një skemë të përshtatshme.

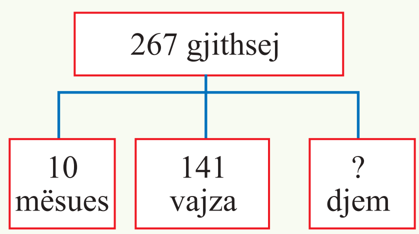


Fig.1.10

4. Plani i zgjidhjes.
a) Gjeni sa është numri i mësuesve dhe vajzave.
b) Gjeni sa është numri i djemve.

5. Njehsimet.
a) 10 + 141 = 151 (mësues dhe vajza)
b) 267 – 151 = 116 (djem)

6. Përgjigje: Numri i djemve është 116.
7. Prova: 10 + 141 + 116 = 267.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në një qytezë të Kosovës, numri i nxënësve të regjistruar vitin e shkuar ishte 1289. Ky numër është 134 nxënës më i vogël se numri i të regjistruarve sivjet. Sa nxënës janë regjistruar sivjet?

- Lexoni me kujdes problemën.
- Paraqitni shkurt të dhënat dhe kërkesën.
- Cila nga skemat e dhëna më poshtë i përshtatet problemës?

? këtë vit
1289 vitin e shkuar | 134 (më pak)

1289 (vitin e shkuar)
? këtë vit | 134 (më pak)

Fig.1.11

- Hartoni planin.
- Kryeni veprimet.
- Jepni përgjigjen.
- Bëni provën.

2. Një pishinë u mbush për dy orë. Në orën e parë, në të u derdhën 25 600 litra ujë, kurse në orën e dytë u derdhën 10 210 litra ujë më pak se në orën e parë. Sa litra ujë ka pishina e mbushur?

- Zgjidhni problemën sipas hapave të paraqitur më lart.
- Cila nga skemat e dhëna në figurën 1.12 i përshtatet problemës?

? pishina
25 600 ℓ në orën I | 10 210 ℓ në orën II

? pishina
25 600 ℓ në orën I | ? në orën II | 10 210 ℓ (më pak)

Fig.1.12

3. Në tekstin e problemës së mëposhtme mungon një e dhënë e nevojshme për ta zgjidhur atë. Agimi bleu një USB dhe një laptop. Ky i fundit kushtoi 600 euro. Shitësi i dha kusur 150 euro. Sa euro shpenzoi Agimi?

- Gjeni të dhënën që mungon.
- Jepini vetë një vlerë madhësisë që mungon dhe argumentoni zgjidhjen e problemës.

USHTRIME

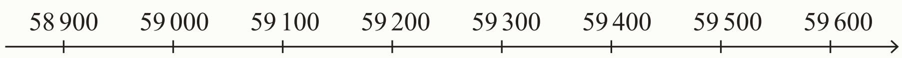
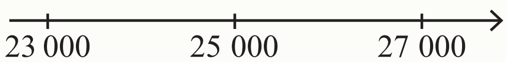
1 Gjyshi (babai i nënës) ka lindur në vitin 1946. Ai ishte 29 vjeç kur lindi nëna dhe nëna ishte 29 vjeçe kur lindi motra ime. Në ç'vit ka lindur motra?

2 Në kopshtin zoologjik janë dy elefantë. Njëri prej tyre peshon 5092 kg, kurse tjetri peshon 1173 kg më pak. A mund t'i ngarkojnë ata në një kamion të madh, që mban pesha deri në 10 ton?

3 Sipërfaqja e planetit tonë është 510 100 000 km². Një pjesë e tij, me sipërfaqe 360 700 000 km², është e mbuluar nga uji. Sa mijë km² më e vogël se kjo është pjesa e sipërfaqes së planetit me tokë?

4 Mikroskopi u shpik në Holandë, në vitin 1590, kurse kompjuteri i parë në SHBA, në vitin 1940. Aparati fotografik u shpik 249 vjet pas shpikjes së mikroskopit. Sa vjet para kompjuterit u shpik aparati fotografik?

1.10 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	***Provoni të zgjidhni***
Dhjetë shifrat për paraqitjen e numrit natyror:	1. Shkruani numrin më të vogël dhe numrin më të madh gjashtëshifror që formohet me shifrat 0, 1, 2, 3, 4, 5: a) kur nuk lejohet përsëritja e shifrave; b) kur lejohet përsëritja e shifrave.
Sa njëshe formojnë një dhjetëshe, sa qindëshe formojnë një mijëshe, sa njëqindmijëshe formojnë një milion etj:	2. Gjeni shifrën a nga barazimi: $23\,a49 = 20\,000 + 3000 + 800 + 40 + 9$.
Klasat dhe vendvlerat për secilën klasë; leximi i një numri:	3. Ndani në klasa numrat e dhënë. Lexoni dhe tregoni vendvlerat e secilës shifër: 12003; 2900034; 2004563; 34900000; 500034342; 10000234; 139007.
Vendosja e numrave natyrorë në boshtin numerik:	4. a) Vizatoni një bosht numerik. Përzgjidhni njësinë ndarëse. Vendosni në të numrat: 2; 5; 6; 11. b) Në fig.1.13, gjeni vendndodhjen e numrave: 59 050; 59 250; 59 425; 59 025. 
Krahasimi i numrave natyrorë që kanë numër të ndryshëm ose të njëjtë shifrash:	5. Në fig. 1.14 janë radhitur tre numra në boshtin numerik.  a) Krahasoni numrat. b) Cila është rregulla për të kaluar nga çdo numër te paraardhësi i tij? c) Shkruani 3 numrat paraardhës sipas kësaj rregulle dhe paraqitini ata në boshtin e mësipërm numerik.
Rrumbullakimi i numrave në dhjetëshen, qindëshen, mijëshen më të afërt:	6. Për numrin 32 543, shkruani: a) Numrin paraardhës më të afërt që mbaron me 0. b) Numrin pasardhës më të afërt që mbaron me 0. c) Numrin paraardhës më të afërt që mbaron me 00. d) Numrin pasardhës më të afërt që mbaron me 00.

Mbledhja dhe zbritja e numrave natyrorë:	7. Gjeni shumat dhe ndryshimin: a) 105 + 45 + 34; b) 86 + 34 + 128; c) 2405 – 249; d) 5460 – 456 – 453.
Vetitë e veprimeve të mbledhjes dhe të zbritjes:	8. Duke përdorur vetitë e ndërrimit dhe të shoqërimit, gjeni shumat: a) 37 + 43 + 45 + 85; b) 36 + 21 + 14 + 79; c) 14 – 5 – 8; d) 2600 – 2000 – 100.
Radha e kryerjes së veprimeve në një shprehje aritmetike, me dhe pa kllapa:	9. Njehsoni vlerën e shprehjeve numerike: a) 33 + 55 – 5 – 16 + 10; b) 1663 – (2506 – 1235) + 2137; c) 30 + (65 – 4) – 16 + [10 – (35 – 32)]. 10. Shprehni fjalitë e mëposhtme duke përdorur simbole matematike. a) Shumës së numrave 32 dhe 18 i zbritet ndryshimi i numrave 25 dhe 15. b) Ndryshimit të numrave 64 dhe 20 i zbritet numri 30 dhe i shtohet shuma e numrave 49 dhe 51.
Zgjidhja e situatave problemore, duke argumentuar veprimet:	11. Në një shportë kishte disa domate. Pasi në të u shtuan 7 domate, numri i tyre u bë 15. Sa domate ishin në shportë? 12. Nga një rrotull teli u prenë 9 m tel; në të mbetën 12 m. Sa m tel ishin në fillim? 13. Në plazh kishte 250 veta. Disa u futën në det dhe në rërë mbetën 140 veta. Sa veta u futën në det? 14. Mali i Everestit arrin lartësinë 8848 metra. Gjeravica me 2656 m lartësi mbidetare është maja më e lartë në Alpet Shqiptare (Bjeshkët e Nemuna) në pjesën e Kosovës. Gjeni ndryshimin midis dy lartësive.

1.11 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 a) Shkruani me shifra numrat natyrorë:
tre mijë e katërqind e njëzetë e tre; dymbëdhjetë mijë e pesëqind e tridhjetë e shtatë.
b) Shkruani me fjalë numrat: 5400; 37 010.

(4 pikë)

2 Rrumbullakoni numrin 4537:
a) në dhjetëshen më të afërt;
b) në qindëshen më të afërt;
c) në mijëshen më të afërt.

(3 pikë)

3 Plotësoni zbërthimet:
a) 2564 = 2M + ... Q + ... Dh + ... Nj;
b) 46 520 = 4 · 10 000 + 6 · 1000 + ...

(2 pikë)

4 Renditni në rritje numrat:
234 500; 87 900; 240 109.

(2 pikë)

5 Duke përdorur vetëm një herë secilën nga shifrat 0, 1, 3, 5, 7, 9, shkruani numrin më të madh dhe numrin më të vogël që mund të krijohet me to.

(2 pikë)

6 Nga barazimi 150 – 10 = 140, plotësoni:
10 = ...
150 = ...

(2 pikë)

7 Duke zbatuar vetitë e mbledhjes, gjeni shpejt shumat:
a) 35 + 62 + 28 + 45;
b) 93 + 15 + 7.

(3 pikë)

8 Kryeni në shtyllë:
a) mbledhjen 3476 + 3815;
b) zbritjen 2564 – 857.

(4 pikë)

9 Gjeni vlerën e shprehjes (45 – 10) – (35 – 16).

(2 pikë)

10 Historianët mendojnë se Mesjeta ka filluar në vitin 476 dhe ka mbaruar në vitin 1492. Sa vjet ka zgjatur ajo?

(3 pikë)

11 Një çiklist përshkoi 36 km gjatës orës së parë, kurse gjatë orës së dytë, 6 km më pak. Sa km përshkoi ai për dy orë?

(3 pikë)

2 Shumëzimi dhe pjesëtimi i numrave natyrorë

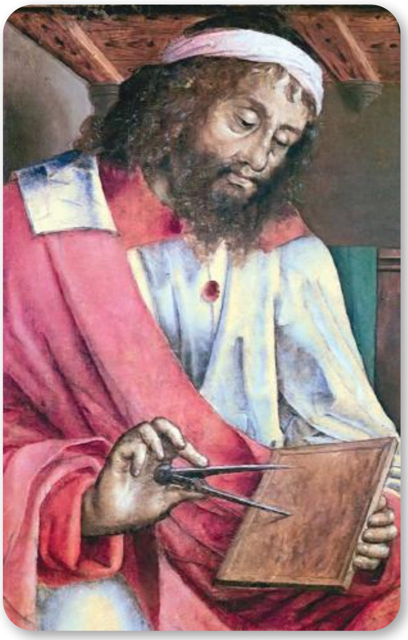
Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *përcakton bashkësinë e numrave natyrorë si bashkësi të mbyllur ndaj shumëzimit;*
- *kryen veprimet aritmetike (shumëzim, pjesëtim) me numra natyrorë;*
- *zbaton radhën e kryerjes së veprimeve themelore matematikore me numra natyrorë;*
- *dallon numrat çift dhe tek, të thjeshtë dhe të përbërë në bashkësinë e numrave natyrorë dhe formon nënbashkësi të tyre;*
- *përkufizon plotpjesëtueshmërinë dhe zbaton kriteret e plotpjesëtueshmërisë së numrave natyrorë me 2, 3, 4, 5, 6, 9 dhe me 10;*
- *zbërthen numrat natyrorë si prodhim i numrave të thjeshtë;*
- *njehson PMP (duke zbatuar algoritmin e Euklidit) dhe SHVP të dy a më shumë numrave;*
- *modelon barazime, duke përdorur veprimet me numra natyrorë;*
- *zgjidh problema, duke përdorur veprimet me numra natyrorë.*

Fjalë kyçe:

numër natyror, sistem dhjetor, shifra, rende, klasa, njëshet, mijëshet, milionat, krahasim, më i madh, më i vogël, bosht numerik, rrumbullakim, dhjetëshe, qindëshe, mijëshe më e afërt, mbledhorë, shumë, veti të mbledhjes, ndryshim, shprehje numerike.

A E DINI SE...?



Euklidi (rreth 365-275 p.e.s.) ishte një matematikan grek, shpesh i quajtur "Ati i Gjeometrisë". Ai na ka dhënë edhe shumë njohuri për numrat dhe veprimet me ta. Ndër to veçojmë *algoritmin e Euklidit* për gjetjen e PMP-së së dy numrave natyrorë. Ai futi kuptimin për numrin e përsosur (numri natyror, që është i barabartë me shumën e të gjithë pjesëtuesve të tij, përveç vetë numrit). Numri më i vogël i përsosur është numri 6, sepse 1, 2 dhe 3 janë pjesëtuesit e tij, të ndryshëm nga 6 dhe $1 + 2 + 3 = 6$. Numri i dytë i përsosur është $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Dy numrat vijues janë 496 dhe 8128. Këta katër numra të përsosur ishin të vetmit të njohur në fillimet e matematikës në Greqinë antike.

2.1 Shumëzimi i numrave natyrorë. Vetitë e shumëzimit

A Kërkoni dhe zbuloni

Jeta ka 12 kuti. Në secilën kuti ka 10 lapsa. Ajo do të dijë sa lapsa ka gjithsej.
Motra e saj e vogël i thotë: “Kjo është e thjeshtë!
Mbledh 10 + 10 + 10 +...”.
Jeta i përgjigjet: “Unë e gjej numrin e lapsave më lehtë, me një veprim të vetëm”.
Si do të veprojë Jeta?

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Prodhimi i dy numrave

Shumën 25 + 25 + 25, tek e cila të gjithë mbledhorët janë të barabartë, ne e shënojmë ndryshe: $25 + 25 + 25 = 25 \cdot 3$.

Pra, shumën e disa mbledhorëve të barabartë e marrim si prodhim të njërit mbledhor me numrin e mbledhorëve. Në shënimin $25 \cdot 3 = 75$, numri 75 quhet **prodhim** i numrave 25 dhe 3, kurse vetë numrat 25 dhe 3 quhen **faktorë**.

Mbani mend:

Shumëzimi është veprim. Prodhimi është numri që del nga ky veprim.

II. Vetitë e shumëzimit

a. Vëreni figurën 2.1. Ajo tregon qartë që prodhimi $5 \cdot 3$ është i barabartë me prodhimin $3 \cdot 5$, të dy japin 15.

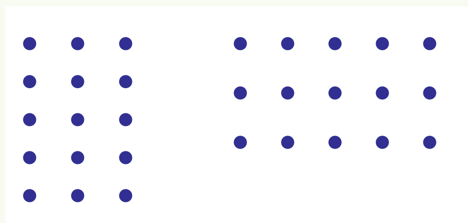


Fig. 2.1

Prodhimi i dy numrave nuk ndryshon, kur ndërrojmë vendet e faktorëve. Kjo quhet **vetia e ndërrimit të vendeve** te shumëzimi.

Me anë të shkronjave atë e shkruajmë kështu: $a \cdot b = b \cdot a$.

b. Le të krahasojmë prodhimet $(5 \cdot 3) \cdot 2$ dhe $5 \cdot (3 \cdot 2)$.
Kemi $(5 \cdot 3) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$ dhe $5 \cdot (3 \cdot 2) = 5 \cdot 6 = 30$.
Pra, $(5 \cdot 3) \cdot 2 = 5 \cdot (3 \cdot 2)$.

Për të shumëzuar një numër me prodhimin e dy numrave, së pari, shumëzojmë këtë numër me faktorin e parë dhe pastaj prodhimin e marrë e shumëzojmë me faktorin e dytë. Kjo quhet **vetia e shoqërimit** e shumëzimit.

Me anë të shkronjave atë e shkruajmë kështu: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, ose shkruajmë $a(bc) = (ab)c$.

c. Shumëzimi gëzon **vetinë e shpërndarjes** në lidhje me mbledhjen.

Për të shumëzuar një numër me një shumë, shumëzojmë këtë numër me secilin mbledhor dhe prodhimet e gjetura i mbledhim.

P.sh. $3 \cdot (4 + 2) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2$;
$(20 + 8) \cdot 5 = 20 \cdot 5 + 8 \cdot 5$;

Me shkronja, kjo veti paraqitet kështu:
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$

d. Shumëzimi gëzon **vetinë e shpërndarjes** në lidhje me zbritjen.
Pra, nëse a, b, c janë numra natyrorë (ku $b > c$), atëherë:
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
A mund ta shprehni me fjalë vetinë e shpërndarjes në lidhje me zbritjen?

e. Shumëzimi me 1 nuk e ndryshon numrin.
Pra, nëse a është numër natyror çfarëdo (ose zero) kemi $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

f. Shumëzimi me zero jep numrin zero. Pra, nëse a është numër natyror çfarëdo (ose zero) kemi $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Nëse një mbledhor ka vlerën 7, sa është shuma e 5 mbledhorëve? Po nëse një mbledhor ka vlerën 6, sa është shuma e 4 mbledhorëve?
2. Agimi lexon çdo ditë 25 faqe letërsi artistike. Sa faqe lexon ai gjatë muajit tetor? Po gjatë vitit në vazhdim?
3. Në një pemishte ka 9 rreshta me drurë dhe çdo rresht ka 5 drurë. Gjeni numrin e drurëve në pemishte në dy mënyra.
4. Përdorni vetinë e shpërndarjes në lidhje me mbledhjen apo zbritjen.
   $(10 + 4) \cdot 5 =$ $\quad$ $(9 - 7) \cdot 8 =$
   $7 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = (...) \cdot 4$ $\quad$ $27 \cdot 5 - 3 \cdot 5 = (...) \cdot 5$
5. Gjeni duke përdorur vetinë e shoqërimit.
   a) $(6 \cdot 5) \cdot 2$; b) $(3 \cdot 4) \cdot 25$; c) $(7 \cdot 125) \cdot 8$.
6. Në Hënë, sendet peshojnë 6 herë më pak se në Tokë, kurse në Jupiter peshojnë 3 herë më shumë. Sa do të peshoje ti në Jupiter? Po në Hënë?

USHTRIME

1 Shënoni përbri fjalisë shkronjën V, kur ajo është e vërtetë, dhe shkronjën G, kur ajo është e gabuar.
a) Fjala “faktor” tregon rezultatin e shumëzimit.
b) Prodhimi i një numri natyror me zero është 0.
c) Prodhimi i një numri natyror me 1 është numri 1.
d) Fjalët “shumëzim” dhe “prodhim” kanë kuptim të njëjtë.

2 Një restorant porositi 15 tavolina me çmim 95 euro dhe 60 karrige me çmim 35 euro secila. Sa euro shpenzoi gjithsej?

3 Për të ngjyer një derë duhen 800 g ngjyrë, kurse për të ngjyer një dritare duhen 200 g më pak. Sa ngjyrë duhet për të ngjyer 3 dyer dhe 4 dritare?

4 Duke përdorur vetinë e ndërrimit dhe të shoqërimit të shumëzimit, gjeni:
a) $5 \cdot 7 \cdot 40$; b) $4 \cdot 33 \cdot 25$.

5 Një shitës kërkoi një furnizim prej 400 vezësh për dyqanin e tij. I sollën 45 kuti me nga 6 vezë secila. Edhe sa vezë duhet t’i sjellin sërish?

2.2 Shumëzimi i numrave natyrorë

A Kërkoni dhe zbuloni

Dy motra, Zana dhe Mira, vizitojnë kopshtin botanik së bashku me prindërit e tyre dhe me gjyshin. Çmimi i hyrjes për fëmijët është 60 centë, për të rriturit 100 centë (1 euro), për të moshuarit 80 centë. Sa centë paguan për të hyrë ata si familje?

Vajzat bënë këto njehsime:
Zana: $2 \cdot 60 = 120$ centë
$2 \cdot 100 = 200$ centë
$120 + 200 + 80 = 400$ centë
Mira: $2 \cdot 60 + 100 + 80 = 120 + 100 + 80 = 300$ centë
Cila ka vepruar drejt? Kush ka gabuar dhe pse?

Punë në grup

Tregoni si veproni për të shumëzuar dy numra natyrorë:
a) kur njëri nga faktorët është numër njëshifror;
b) kur të dy faktorët janë numra dy ose më shumë shifrorë.

B Vrojtoni dhe mësoni

Për të shumëzuar në shtyllë numrin 437 me numrin dyshifror 35, veprohet kështu:

- Shumëzojmë në fillim numrin 437 me shifrën e njësheve (5) të faktorit të dytë: $437 \cdot 5 = 2185$
- Shumëzojmë pastaj numrin 437 me shifrën e dhjetësheve (3) të faktorit të dytë: $437 \cdot 3 = 1311$.
  Prodhimet e gjetura i vendosim njëri nën tjetrin, siç tregohet më poshtë, dhe i mbledhim:

$$\begin{array}{rl} 437 & \\ \cdot\ \ 35 & \\ \hline 2185 & \rightarrow 437 \cdot 5 = 2185\ (\textit{njëshe}) \\ \underline{13110} & \rightarrow 437 \cdot 3 = 1311\ (\textit{dhjetëshe}) = 13\,110 \\ 15295 & \end{array}$$

Mbani mend:

Prodhimi i dy ose më shumë numrave natyrorë është gjithmonë numër natyror.

Për të kryer veprime aritmetike mund të përdorni edhe kalkulatorin (makinën llogaritëse).

Punë në grup

Kryeni me ndihmën e kalkulatorit (makinës llogaritëse) veprimet e shumëzimit: $234 \cdot 23$; $3456 \cdot 34$.

B Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni prodhimet:

a) $40 \cdot 20$; b) $35 \cdot 200$; c) $58 \cdot 26$; d) $135 \cdot 34$.

2. Luani bleu 3 libra me nga 35 euro secili dhe 2 albume me nga 42 euro secili. Sa euro pagoi ai?

3. Nga dy brigjet e liqenit u nisën përballë njëra-tjetrës dy varka, me shpejtësi 180 m/min dhe 230 m/min. Gjerësia e liqenit është 2500 m. Sa do të jetë largesa midis varkave pas 10 minutash? Përdorni skemën e paraqitur në figurën 2.2.

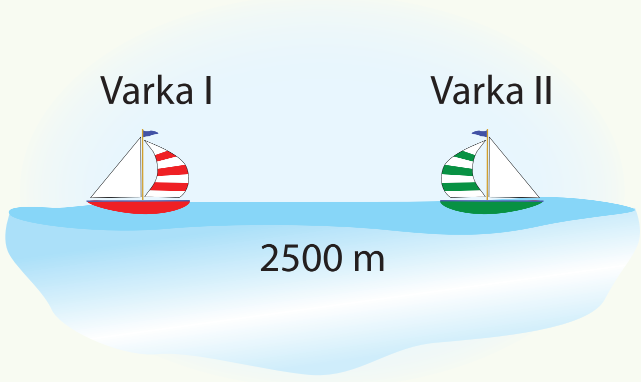


Fig. 2.2

USHTRIME

1 Një milje ka 1609 m. Sa m ka përshkuar autobusi që udhëtoi 2 orë me shpejtësi 45 milje/orë?

2 Kryeni veprimet me makinë llogaritëse:

a) $78 \cdot 86$; b) $234 \cdot 9$; c) $358 \cdot 24$; d) $250 \cdot 330$.

3 Për udhëtimin me taksi duhen paguar 3 euro për shërbimin dhe 2 euro për çdo km rrugë. Sa kushton udhëtimi me taksi prej shtëpisë deri te sheshi që është 4 km larg?

4 Me anë të makinës llogaritëse, gjeni syprinën e drejtkëndëshit me brinjë 3 dm 6 cm dhe 8 dm 6 cm. A është kjo syprinë më e madhe apo më e vogël se 32 dm^2?

Sa është ndryshimi?

5 Çdo ditë një atlet stërvitet duke përshkuar 4 herë xhiron e paraqitur në figurën 2.3. Ç'largesë përshkon ai gjatë stërvitjes?

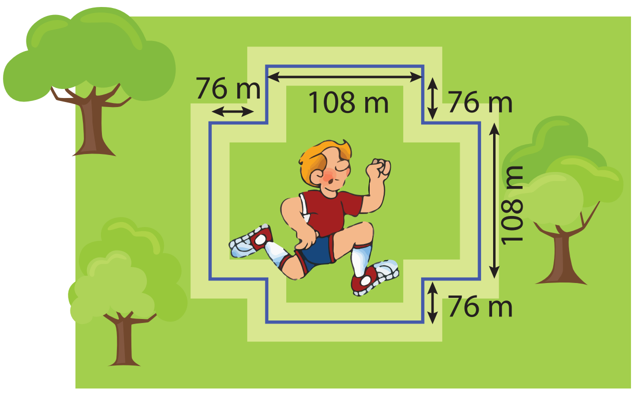


Fig. 2.3

6 Gjatë kërcimit, bretkosa hidhet në një largesë 36 herë më të madhe se trupi i saj. Nëse do ta kishte këtë aftësi një djalë me gjatësi 155 cm, a do ta kalonte ai me një kërcim gjerësinë e fushës së futbollit (50 m)?

2.3 Pjesëtimi pa mbetje i numrave

A Kërkoni dhe zbuloni

Lexoni problemat e mëposhtme dhe përcaktoni nëse duhen kryer pjesëtime apo shumëzime. Kryeni veprimet dhe përgjigjuni pyetjeve.

1. Babai i Jetmirit është 40 vjeç. Jetmiri është 4 herë më i ri se babai i tij. Sa vjeç është Jetmiri?
2. Mara dhe Besa koleksionojnë shishe të vogla. Mara ka 12 shishe; ajo ka 3 herë më pak se Besa. Sa shishe ka Besa?

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Pjesëtimi pa mbetje është veprimi i kundërt i shumëzimit.
Në barazimin 28 : 7 = 4, numri 28 është **i pjesëtueshmi**, numri 7 është **pjesëtuesi**, numri 4 është **herësi**.
Nga barazimi $4 \cdot 7 = 28$, mund të shkruhen dy pjesëtime të ndryshme:
28 : 7 = 4 dhe 28 : 4 = 7.

Për pjesëtimin pa mbetje mund të përdoren shprehje të ndryshme:
pjesëtoj, ndaj në pjesë të barabarta, gjej sa herë përmbahet njëra te tjetra, gjej sa herë më i madh (më i vogël) është, gjej herësin etj.

Pjesëtimi është veprim që kryhet. **Herësi** është numër që gjendet.

- Pjesëtimi nuk e ka vetinë e ndërrimit.

A mund të sillni një shembull?

- Pjesëtimi nuk ka as vetinë e shoqërimit.

A mund të sillni një shembull?

- Duke pjesëtuar zeron me një numër natyror, marrim zero.
- Asnjë numër natyror nuk mund të pjesëtohet me zero.

Kemi 0 : 27 = 0, por 27 : 0 është pa kuptim.

- Kur pjesëtojmë një numër natyror me veten, marrim si herës numrin 1.
- Kur pjesëtojmë një numër me 1, marrim si herës këtë numër.

Kemi 28 : 28 = 1 dhe 28 : 1 = 28.

II. Pjesëtimi i dy numrave shumëshifrorë

Shembulli 1

Vrojtoni si është kryer pjesëtimi.

$$\begin{array}{l} 741:3=247 \\ \underline{6} \\ 14 \\ \underline{12} \\ \;\;21 \\ \;\;\underline{21} \\ \;\;\;\;0 \end{array}$$

Shembulli 2

Vrojtoni si është kryer pjesëtimi.

$$\begin{array}{l} 1848:14=132 \\ \underline{14} \\ \;\;44 \\ \;\;\underline{42} \\ \;\;\;\;28 \\ \;\;\;\;\underline{28} \\ \;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Mbani mend:

Herësi i dy numrave natyrorë jo gjithmonë është numër natyror.

Për shembull, herësi i 3 me 4 nuk është numër natyror.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Prej barazimit $8 \cdot 12 = 96$, shkruani dy pjesëtime të ndryshme.
2. Plotësoni:
   $36 : 9 = \square$, sepse $\square \cdot 9 = 36$;
   $20 : \square = 5$, sepse $\square \cdot 5 = 20$.
3. Një tren përshkoi 276 km me shpejtësi 92 km/orë. Sa orë zgjati udhëtimi?
4. Cila nga fjalitë e mëposhtme është e vërtetë?
   - Nëse i pjesëtueshmi është 42 dhe pjesëtuesi 10, herësi është 5.
   - Nëse i pjesëtueshmi është 84 dhe herësi 21, pjesëtuesi është 4.
   - Nëse herësi është 16 dhe pjesëtuesi është 5, i pjesëtueshmi është 90.
5. Shkolla ka 445 nxënës dhe 30 mësues. Të gjithë shkuan në ekskursion me autobusë, që mbanin secili nga 25 pasagjerë. Sa autobusë u deshën për ekskursion?
6. Nga 350 euro që kishte, Arta mbajti 80 euro dhe me pjesën tjetër bleu dy pajisje elektrike me të njëjtin çmim. Sa ishte çmimi i secilës prej tyre?

USHTRIME

1 Zgjidhni alternativën e duhur: V, kur fjalia është e vërtetë dhe G, kur ajo është e gabuar.
a) Rezultati i një pjesëtimi quhet “pjesëtues”.
b) Nëse herësi është 1, atëherë i pjesëtueshmi është i barabartë me pjesëtuesin.
c) Pjesëtimi gëzon vetinë e ndërrimit.
d) Pjesëtimi i një numri me zero është i pamundur.

2 Për ç’vlera numerike të shkronjave janë të vërteta barazimet?
a) $x \cdot 12 = 48$ b) $34 \cdot y = 68$ c) $25 \cdot u = 0$

3 Vërtetoni me anën e shumëzimit nëse pjesëtimi është kryer saktë.
a) $9963 : 27 = 369$ b) $44\,950 : 725 = 62$

4 Treni përshkoi 336 km për 4 orë, kurse autobusi 126 km për 3 orë. Sa herë më e vogël është shpejtësia e autobusit se shpejtësia e trenit?

5 Fabrika duhej të prodhonte 2100 makina për 25 ditë. Çdo ditë u prodhuan 21 makina më shumë se sasia e planifikuar. Për sa ditë u realizua prodhimi i planifikuar i makinave?

6 Mollët që ndodhen në dy thasë, me masë 36 kg dhe 44 kg, do të ndahen në mënyrë të barabartë në arka, që mbajnë nga 10 kg. Sa arka duhen?

7 Kozmonauti bëri 15 rrotullime rreth Tokës, duke përshkuar 775 500 km. Sa është gjatësia e një rrotullimi (orbite)?

2.4 Radha e kryerjes së veprimeve

A Kërkoni dhe zbuloni

Gjatë muajit shtator, një librari shiti 12 libra artistikë me çmim 25 euro, 5 albume me kafshë me çmim 20 euro dhe 4 fjalorë me çmim 40 euro secili.
Shkruani një shprehje për të gjetur sa euro arkëtoi libraria për këtë muaj. Njehsoni vlerën e shprehjes.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Në qoftë se në një shprehje numerike nuk ka kllapa dhe në të figurojnë katër veprimet aritmetike (mbledhje, zbritje, shumëzim, pjesëtim), atëherë në fillim kryhen veprimet e shumëzimit dhe të pjesëtimit, sipas radhës së shkruar dhe pastaj veprimet e mbledhjes e zbritjes, sipas radhës që janë shkruar.

Shembulli 1

$5 + 15 : 3 - 3 \cdot 2 - 400 : 200 =$ (kryejmë pjesëtimet dhe shumëzimin)
$5 + 5 \quad - 6 - 2 =$ (kryejmë mbledhjen)
$10 - 6 - 2 =$ (kryejmë zbritjen e parë)
$4 - 2 = 2$

II. Në qoftë se në një shprehje numerike figurojnë katër veprime aritmetike (mbledhje, zbritje, shumëzim, pjesëtim) dhe kllapa të rrumbullakta, atëherë në fillim kryhen veprimet brenda kllapave; më pas, kryhen veprimet e shumëzimit dhe pjesëtimit dhe pastaj veprimet e mbledhjes dhe të zbritjes, sipas radhës që janë shkruar.

Shembulli 2

$44 - 2 \cdot (10 + 8 : 2 \cdot 2) =$ (kryejmë veprimin e pjesëtimit brenda kllapës)
$44 - 2 \cdot (10 + 4 \cdot 2) =$ (kryejmë veprimin e shumëzimit brenda kllapës)
$44 - 2 \cdot (10 + 8) =$ (kryejmë veprimin e mbledhjes brenda kllapës dhe më pas shumëzimin)
$44 - 2 \cdot 18 =$
$44 - 36 = 8$

III. Në qoftë se shprehja ka veprime të zbritjes ose pjesëtíme të njëpasnjëshme, veprimet kryhen sipas rradhës që janë shkruar.

Shembulli 3

$50 - 64 : 8 : 4 - 12 - 4 =$ (kryejmë veprimin e parë të pjesëtimit)
$50 - 8 : 4 - 12 - 4 =$ (kryejmë pjesëtimin e dytë)
$50 - 2 - 12 - 4 =$ (kryejmë veprimet e zbritjes sipas rradhës)
$48 - 12 - 4 =$
$36 - 4 = 32$

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Tregoni që $10 + 10 \cdot 30 : 15 - 6 \cdot 2 - 100 : 50 \cdot 3 = 12$.

2. Gjeni vlerën e shprehjeve numerike.
a) $15 \cdot 2 - 16 : 8 =$
b) $100 - 30 \cdot 2 + 60 - 15 : 5 =$
c) $(15 - 5) \cdot 10 - 50 : 2 =$
d) $(16 + 4) : 5 - 2 + 6 \cdot (7 - 3) =$

3. Tregoni që vlera e shprehjes numerike $16 \cdot (8 + 2) - 150 - 40 : 4$ është zero.

4. 90 nxënës do të ndahen në tri skuadra për të pastruar mjedisin. Skuadra e parë do të ketë 15 nxënës më shumë se secila nga dy skuadrat e tjera. Sa nxënës do të ketë secila nga skuadrat?

USHTRIME

1 Kryeni pjesëtimet.
a) $95 : 5$; b) $134 : 2$; c) $480 : 24$; d) $360 : 12$; e) $5562 : 54$.

2 Kryeni pjesëtimet:
a) $2100 : 10 : 10 =$ b) $30\,000 : 10 : 100 =$ c) $24\,000 : 100 : 10 =$

3 Kryeni veprimet:
a) $78 - 45 - 12 =$ b) $589 - 220 - 20 =$ c) $456 - 23 + 7 =$

4 Gjeni vlerën e shprehjeve numerike.
a) $(1878 + 9567 - 6413) : 68 =$
b) $(23\,223 - 8354 - 8653) : 84 =$
c) $(10 \cdot 3 - 54 : 9) : 2 - (42 : 7 - 16 : 8) + 4 =$

5 Në njehsimin e vlerës së shprehjes numerike të mëposhtme është bërë një gabim. Regulloni atë në mënyrë që barazimi të jetë i vërtetë.
a) $7 + 24 : 8 = 14$; b) $63 : 3 + 15 : 5 = 10$.

6 Kryeni veprimet në të dy anët e barazimit. Kontrolloni nëse barazimi është i vërtetë apo jo.
a) $8 : 8 + 0 : 5 + 4 \cdot 4 - 33 : 3 = 9 \cdot 6 - 1 \cdot 6 \cdot 40 : 5$;
b) $55 : 5 \cdot 4 \cdot 1 : 11 = 7 \cdot 5 - 8 \cdot 4 + 56 : 7 - 42 : 6$;

7 Gjeni vlerën e shkronjave.
a) $37 \cdot x = 259$; b) $252 : y = 21$

8 Një pako me 12 biskota peshon gjithsej 150 g, kur është plot, dhe 18 g kur është bosh (pa biskota). Sa është pesha e një biskote?

9 Uji i detit përmban mesatarisht 35 g kripë për litër. Sa litra ujë deti duhet të avullojmë për të marrë 525 g kripë?

2.5 Pjesëtimi me mbetje

A Kërkoni dhe zbuloni

Si mund të veprojmë, nëse kemi 12 libra dhe duam t'i ndajmë midis:

a) 3 shokëve?
b) 5 shokëve?

Në cilin rast do të na mbeteshin libra? Argumentoni përgjigjen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Kur përpiqemi të ndajmë në mënyrë të barabartë 12 libra midis 3 nxënësve, secili merr 4 libra. Pjesëtimi bëhet **pa mbetje**. Gjejmë herësin 4 dhe nuk ka mbetje.
$12 : 3 = 4$ sepse $3 \cdot 4 = 12$.

Kur përpiqemi të ndajmë në mënyrë të barabartë 12 libra midis 5 nxënësve, secili merr 2 libra dhe mbeten 2 libra.
Në këtë rast themi që kemi **pjesëtim me mbetje** të numrit 12 me numrin 5.
12 është i pjesëtueshmi, 5 është pjesëtues, 2 është herësi dhe 2 është mbetja.
Shkruajmë $12 : 5 = 2(2)$, duke kuptuar që $12 = 5 \cdot 2 + 2$.

Punë në grup

A mund të tregoni me ndihmën e shkronjave varësinë ndërmjet të pjesëtueshmit, pjesëtuesit, herësit dhe mbetjes?

Gjatë pjesëtimit me numrin 3, mbetja mund të jetë 0, 1 ose 2.
Gjatë pjesëtimit me numrin 4, mbetja mund të jetë 0, 1, 2 ose 3.

Shembull

$624 : 3 = 208(0)$
$934 : 3 = 311(1)$
$1097 : 3 = 365(2)$

Mbani mend:

Mbetja është gjithmonë më e vogël se pjesëtuesi.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Cila nga fjalitë e mëposhtme është e vërtetë?
a) Gjatë pjesëtimit të 32 me 6, gjejmë herësin 5 e mbetjen 2.
b) Gjatë pjesëtimit të 39 me 5, gjejmë herësin 7 e mbetjen 5.

2. A janë të sakta shënimet?
a) $48 : 5 = 9(3)$; b) $145 : 12 = 12(2)$.

3. a) Nga barazimi $25 = 3 \cdot 7 + 4$, gjeni herësin dhe mbetjen e pjesëtimit të 25 me 7.
b) Nga barazimi $119 = 11 \cdot 10 + 9$, gjeni mbetjen e pjesëtimit të 119 me 11.

4. Kryeni pjesëtimet me makinë llogaritëse:
a) 96 : 25; b) 369 : 43; c) 3651 : 62.

5. Një kanal prej 31 metrash duhet të hapet brenda një javë, duke gërmuar të njëjtën thellësi çdo ditë. Pas 7 ditësh kanali nuk mbaroi. Sa m kanal mbetën pa u hapur? Diskutoni.

USHTRIME

1 Kryeni pjesëtimin me mbetje:
a) të 458 me 9; b) të 247 me 4; c) të 127 me 100; d) të 7978 me 89.

2 Kontrolloni barazimin dhe emërtoni të pjesëtueshmin, pjesëtuesin, herësin dhe mbetjen:
a) $2053 = 84 \cdot 24 + 37$;
b) $2891 = 2 \cdot 1000 + 891$.

3 Gjeni numrin më të vogël me dy shifra, gjatë pjesëtimit të të cilit me 12 merret mbetja 2.

4 Gjeni dy numra që të mos kenë mbetje kur pjesëtohen me numrat:
a) 3 dhe 5; b) 6 dhe 8.

5 Gjeni numrin më të vogël, i cili nuk jep mbetje kur pjesëtohet me numrat:
a) 3 dhe 7; b) 2 dhe 8; c) 4 dhe 10.

6 Shkruani gjithë numrat dyshifrorë që nuk lënë mbetje kur pjesëtohen:
a) me numrin 8; b) me numrin 11;
c) me numrin 48; d) me numrin 99.

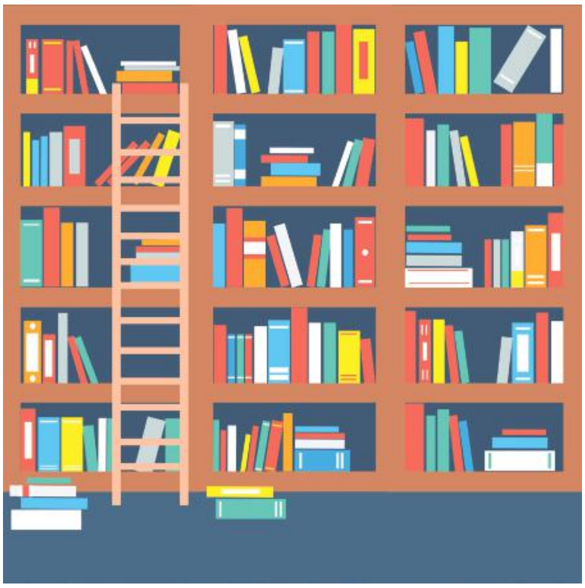
7 Gjeni të pjesëtueshmin nëse pjesëtuesi është 24, herësi është 3 dhe mbetja 2.

8 Shkolla ka 90 nxënës. A mund të radhiten ata:

a) në 4 rreshta me të njëjtin numër nxënësish?

b) në 6 kolona me të njëjtin numër nxënësish? Argumentoni përgjigjen.

9 Duke përdorur kalkulatorin (makinën llogaritëse), zgjidhni problemat e mëposhtme.
a) 712 libra do t'i ndajmë në rafte, që mbajnë secili nga 25 libra. Sa rafte duhen?
b) Gjatë muajit tetor ra shi çdo ditë. Sasia e shiut të rënë gjithsej është 633 mm. Sa mm shi ka rënë mesatarisht çdo ditë?



2.6 Shumëfisha dhe faktorë

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Shkruani 5 numrat e parë që, kur pjesëtohen me 4, japin mbetjen 0. Cilën mbetje marrim nëse pjesëtojmë 348 me 4?
2. Shkruani numrat që, kur pjesëtojnë numrin 24, japin mbetjen 0. A mund t'i shkruani të gjithë këta numra?

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Shumëfishat

Mbani mend:

Shumëfisha të një numri quhen të gjithë numrat që merren duke e shumëzuar atë me numra natyrorë.

P.sh. shumëfisha të numrit 2 janë 2, 4, 6, 8 etj.
Në figurën 2.4 është paraqitur tabela 10 · 10 që përmban 100 numrat e parë natyrorë. Shumëfishat e numrit 3 janë ata që ndodhen në katrorët e ngjyrosur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Fig. 2.4

II. Faktorët

Mbani mend:

Faktorë të një numri quhen të gjithë numrat natyrorë me të cilët ai plotpjesëtohet (pjesëtohet pa mbetje).

Për shembull, numrat 1, 2, 3, 6 quhen faktorë të numrit 6.
Faktorët e një numri natyror mund të gjenden me anë të pjesëtimit.

Shembull

Le të gjejmë të gjithë faktorët e numrit 30. Në fillim e pjesëtojmë atë me 1 dhe kemi 30 : 1 = 30. (1 dhe 30 janë faktorë të numrit 30).
Pastaj, pjesëtojmë me 2 dhe marrim 30 : 2 = 15 (2 dhe 15 janë faktorë të numrit 30).

Pastaj, pjesëtojmë me 3 dhe marrim 30 : 3 = 10 (3 dhe 10 janë faktorë të numrit 30).
Pjesëtimi me 4 lë mbetje, prandaj 4 nuk është faktor i 30.
Pastaj pjesëtojmë me 5 dhe marrim 30 : 5 = 6 (5 dhe 6 janë faktorë të numrit 30).
Numri pasues është 6, por e kemi gjetur atë më lart si faktor.
Kështu, kemi gjetur të gjithë faktorët e numrit 30, të cilët në radhë rritëse janë: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Siç e pamë, pjesëtimi me numra natyrorë të njëpasnjëshëm na lejon të gjejmë të gjithë faktorët e një numri, pa harruar asnjërin.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni të gjithë faktorët e numrave 3; 6; 15.

2. Gjeni të gjithë faktorët e numrave 20; 24.

3. Gjeni të gjithë faktorët e numrave 45; 48.

4. Trefishi i një numri është 24.
a) Cili është numri?
b) Sa është dhjetëfishi i këtij numri?
c) Gjeni një numër treshifror që të jetë shumëfish i tij.

5. Gjeni pesë shumëfishat e parë të numrit 7. A mundeni të gjeni të gjithë shumëfishat e numrit 7? Argumentoni.

6. Një fletore kushton 50 centë. Sa kushtojnë 3 fletore, 5 fletore, 12 fletore? Sa fletore mund të blihen me 5 euro?

USHTRIME

1 Shkruani 6 shumëfishat e parë të numrit 7.

2 Gjeni: a) shumëfishin e tetë të numrit 6;
b) shumëfishin e katërt të numrit 13.

3 Shkruani dy numra që janë shumëfisha të:
a) 4 dhe 6; b) 3 dhe 8; c) 5 dhe 8.

4 Si mund të dalloni nëse një numër është shumëfish i numrit 5?

5 Gjeni të gjithë pjesëtuesit e numrave 10; 18; 50; 72.

6 5 petëza mund të rreshtohen vetëm në një mënyrë, pra $5 = 5 \cdot 1$.
Cilët numra të tjerë, ndërmjet 2 dhe 20, e gëzojnë këtë veti?

7 Plotësoni tabelën përbri për të gjithë numrat natyrorë nga 1 deri në 20:

Numri	Faktorët	Sasia e faktorëve
1	1	1
2	1; 2	2
3	1; 3	2
4	1; 2; 4;	3
…	…	…

8 Gjeni 3 numra më të mëdhenj se 20 që kanë vetëm dy faktorë.

9 Cili numër ka vetëm një faktor?

10 Cili numër, ndërmjet 1 e 100, ka numër më të madh faktorësh?

2.7 Numrat e thjeshtë dhe numrat e përbërë. Numrat çift dhe tek

A Kërkoni dhe zbuloni

a) Jepen numrat: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
Sa faktorë (pjesëtues) ka secili prej tyre?
b) Jepen numrat: 4, 6, 8, 15, 20, 21.
Sa faktorë ka secili prej tyre? Cili nga numrat ka si faktor numrin 2?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen e bankës.

B Vrojtoni dhe mësoni

Vumë re se numrat 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 kanë vetëm dy faktorë të ndryshëm: 1 dhe veten.

Mbani mend:

Numri që ka vetëm dy faktorë të ndryshëm quhet **numër i thjeshtë** (prim).

Numrat 4, 6, 8, 15, 20, 21 kanë më shumë se dy faktorë të ndryshëm.

Mbani mend:

Numri që ka më shumë se dy faktorë të ndryshëm quhet **numër i përbërë**.

Numri 1 është numër i veçantë: ai nuk është as i thjeshtë, as i përbërë, sepse ka vetëm një faktor, numrin 1.
Numrat 4, 6, 8, 20 etj. kanë faktor numrin 2. Ata quhen numra çift.
Numrat 7, 9, 15, 21 etj. nuk kanë faktor numrin 2. Ata quhen numra tek.

Sita e Eratostenit
Për të gjetur të gjithë numrat e thjeshtë, deri te një numër natyror i caktuar, ekziston një metodë e vjetër dhe e lehtë.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Fig. 2.5

Vrojtoni figurën 2.5, ku është paraqitur një tabelë 10 · 10 që jep 100 numrat e parë natyrorë. Ndiqni këtë radhë veprimesh:

a) Numri i parë në tabelë është 1. Hiqni një kryq mbi të, sepse nuk është i thjeshtë.
b) Numri pasues në tabelë është 2. Qarkojeni atë, sepse është i thjeshtë.
c) Vini kryq mbi të gjithë shumëfishat e 2, sepse ata janë të përbërë, janë numra çift.
d) Numri pasues në tabelë është 3. Qarkojeni atë, sepse është numër i thjeshtë.
e) Vini kryq mbi të gjithë numrat e mbetur në tabelë që janë shumëfisha të 3, sepse janë numra të përbërë.

Vazhdoni në këtë mënyrë, duke qarkuar numrat e thjeshtë dhe duke vënë kryq mbi shumëfishat e tyre. Kështu mund të gjenden numrat e thjeshtë ndërmjet 1 dhe 100.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Shkruani bashkësinë A që ka si elemente 10 numra çift dhe bashkësinë B me elemente 10 numra tek. Më pas, ndajini këto elemente në dy bashkësi të reja të numrave të thjeshtë dhe të përbërë.
2. Gjeni të gjithë faktorët e numrit 35. A është ai numër i thjeshtë?
3. Gjeni të gjithë faktorët e numrit 37. A është ai numër i thjeshtë?
4. a) Shkruani 10 numrat e parë çift.
   b) Shkruani 10 numrat e parë tek.
   c) A mund të gjeni një numër që është dhe çift dhe tek? Argumentoni.
5. Cili është numri më i madh i thjeshtë i njohur deri tani? Kërkoni në internet.

USHTRIME

1 a) Cilët numra, ndërmjet 20 dhe 50, kanë vetëm dy faktorë?
b) Plotësoni fjalinë: "Një numër që ka tre ose më shumë faktorë të ndryshëm është numër…".

2 a) Vëreni sitën e Eratostenit. Sa çifte numrash të njëpasnjëshëm janë të thjeshtë? Cilët janë?
b) Sa herë vëreni tre numra të njëpasnjëshëm që janë të thjeshtë? Argumentoni përgjigjen.
c) Cila mund të jetë shifra e fundit e një numri të thjeshtë?
d) Numri i thjeshtë mund të jetë çift apo tek? Argumentoni përgjigjen.

3 3 dhe 5 janë numra të thjeshtë me ndryshesë 2.
a) Cili është çifti pasues i numrave të thjeshtë që kanë këtë veti?
b) Sa çifte numrash të thjeshtë, që e gëzojnë këtë veti, ka ndërmjet 1 dhe 100?

4 Cili është numri më i vogël, i cili ka:
a) dy pjesëtues të thjeshtë të ndryshëm?
b) tre pjesëtues të thjeshtë të ndryshëm?

5 Shkruani si shumë të numrave të thjeshtë numrat nga 3 deri te 10.

6 Jepen numrat: 23; 34; 500; 3 598; 230; 305; 2004; 12 009; 23 402; 400 398; 889 005.
a) Qarkoni numrat çift.
b) Nënvizoni numrat tek.

2.8 Zbërthimi në faktorë të thjeshtë

A Kërkoni dhe zbuloni

Punë në grup

Zbërtheni në prodhim faktorësh numrat 21, 30 dhe 120, në mënyra të ndryshme. Në cilin rast të zbërthimit, faktorët janë të gjithë numra të tjeshtë?

B Vrojtoni dhe mësoni

Mbani mend:

Faktorët e një numri, që janë numra të thjeshtë, quhen **faktorë të thjeshtë** të tij.

Për shembull: faktorët e thjeshtë të numrit 15 janë 3 dhe 5. Ju mund të shkruani 15 = 3 · 5. Çdo numër natyror mund të shkruhet si prodhim i faktorëve të thjeshtë të tij. Për ta bërë këtë, ka disa mënyra.

Mënyra e parë (*Pema e faktorëve)*

Shembull

Vëreni pemën e faktorëve të paraqitur në figurën 2.6. Nëpërmjet saj janë paraqitur të gjithë faktorët e numrit 126. Rrethojmë të gjithë numrat e thjeshtë që ndodhen në fund të degëve të pemës. Faktorë të thjeshtë të 126 janë numrat 2, 7, 3, 3.

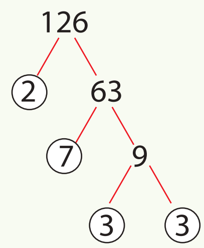


Fig. 2.6

Numrin 126 mund ta zbërtheni në faktorë me ndihmën e pemës dhe me mënyra të tjera, si në figurën 2.7
Edhe sipas këtij zbërthimi, faktorët e thjeshtë të numrit 126 janë 2; 3; 3; 7.
Kështu, numri 126 mund të shkruhet si prodhim faktorësh të thjeshtë:
126 = 2 · 7 · 3 · 3.

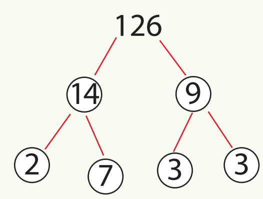


Fig. 2.7

Punë në grup

Me ndihmën e pemës së faktorëve zbërtheni në faktorë të thjeshtë numrin 200. Çfarë vini re?

Mënyra e dytë

Faktorët e thjeshtë të një numri mund të gjenden duke e pjesëtuar atë në mënyrë të përsëritur me numrat e thjeshtë, të marrë në radhë rritëse: 2, 3, 5, 7, 11, 13,...

(Pjesëtimi bëhet me ata numra të thjeshtë që e plotpjesëtojnë numrin tonë, pra janë faktorë të tij).
Pjesëtimi fillohet me numrin e thjeshtë më të vogël, pastaj me pasuesin më të vogël të thjeshtë etj.
Vëreni skemën:

$126 : 2 = 63$
$63 : 3 = 21$
$21 : 3 = 7$
$7 : 7 = 1$

Pra, $126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Përdorni pemën e faktorëve për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë numrin 12.
2. Përdorni pjesëtimet e njëpasnjëshme për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë numrin 24.
3. Vëllimi i një dhome është 30 m^3. Cilat mund të jenë përmasat e saj, nëse dihet që ato janë numra të thjeshtë?

USHTRIME

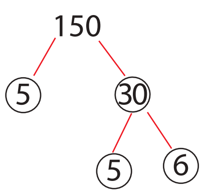
1 Përdorni pemën e faktorëve për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë numrat:16; 36; 46; 64; 65; 72; 84; 136.

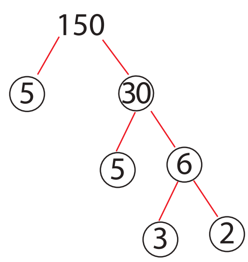
2 Përdorni pjesëtimet e njëpasnjëshme për të zbërthyer në faktorë të thjeshtë numrat: 18; 32; 40; 56; 63; 76.

3 Gjeni 5 numrat më të vegjël që kanë si faktorë të thjeshtë 2 dhe 3.

4 Cili është numri më i vogël që ka:
a) dy faktorë të thjeshtë të ndryshëm?
b) tre faktorë të thjeshtë të ndryshëm?

5 Për të zbërthyuer në faktorë të thjeshtë numrin 150, Miri me Zanën vepruan si më poshtë:





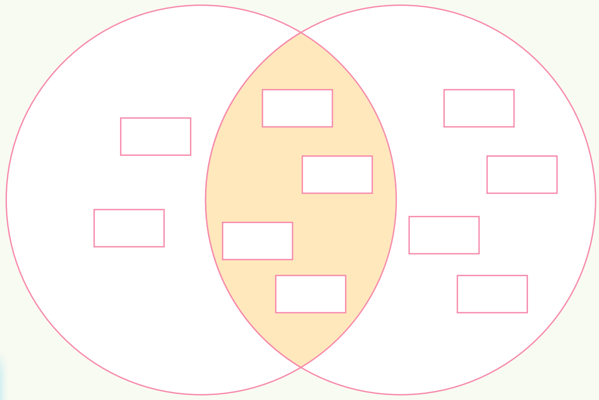
Miri shkruajti $150 = 3 \cdot 5 \cdot 6$ Zana shkruajti $150 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2$.
Cili prej tyre ka zbërthyer në prodhim faktorësh të thjeshtë numrin 150? Argumentoni

6 Ndërmjet numrave më të vegjël se 144, gjeni numrin më të vogël që ka katër faktorë të thjeshtë të ndryshëm.

2.9 PMP-ja dhe SHVP-ja e dy numrave natyrorë

A Kërkoni dhe zbuloni

Plotësoni në diagram faktorët e numrit 20 dhe të numrit 30, duke dalluar faktorët e përbashkët. Cili është më i madhi?



B Vrojtoni dhe mësoni

I. PMP

Mbani mend:

Pjesëtuesi më i madh i përbashkët i dy numrave shënohet shkurt **PMP**.

Më sipër vutë re se :
Faktorë të numrit 20 janë: {1; 2; 4; 5; 10; 20};
Faktorë të numrit 30 janë: {1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30};
Faktorë të përbashkët të numrave 20 dhe 30 janë: {1; 2; 5; 10}.
Kështu për numrat 20 dhe 30 faktori më i madh i përbashkët i tyre është 10.

Për të gjetur PMP e dy numrave veprojmë në këtë mënyrë:

I. Shkruajmë të gjithë pjesëtuesit e numrit të parë, në radhitjen rritëse;
II. Shkruajmë të gjithë pjesëtuesit e numrit të dytë, në radhitjen rritëse;
III. Gjejmë pjesëtuesit e përbashkët të dy numrave;
IV. Gjejmë më të madhin ndërmjet këtyre pjesëtuesve të përbashkët. Ai është PMP i numrave të shqyrtuar.

II. SHVP

Shembull

Janë dhënë numrat 6 dhe 8.
Shkruajmë disa shumëfisha të njëpasnjëshëm të numrit 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, …
Shkruajmë disa shumëfisha të njëpasnjëshëm të numrit 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, ...
Shkruajmë shumëfishat e parë të përbashkët të numrave 6 dhe 8: 24, 48, …
Më i vogli i këtyre shumëfishave të përbashkët është 24.

Mbani mend:

Më i vogli ndër shumëfishat e përbashkët të dy numrave shënohet shkurt **SHVP**.

SHVP e numrave 6 dhe 8 është numri 24.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni PMP të numrave: a) 15 dhe 20; b) 9 dhe 2.
2. a) Sipas shembullit të mësipërm përshkruani metodën për gjetjen e SHVP të dy numrave natyrorë.
   b) Gjeni SHVP dhe PMP për numrat 45 dhe 50.
3. Dy avionë nisen nga aeroporti në të njëjtën ditë. I pari kthehet pas 4 ditësh, i dyti pas 6 ditësh. Pas sa ditësh do të nisen në të njëjtën kohë të dy avionët?

USHTRIME

1 Për çiftin e numrave 8 dhe 12:
a) shkruani faktorët e secilit në radhitjen rritëse;
b) shkruani faktorët e përbashkët;
c) gjeni PMP e numrave 8 dhe 12.

2 Plotësoni kërkesat e ushtrimit 1, për secilin nga çiftet e numrave:
a) 18 e 24; b) 36 e 60; c) 48 e 60; d) 55 e 80.

3 Plotësoni kërkesat e ushtrimit 1 për numrat 21, 28 dhe 42.

4 Për numrave 3, 4 e 6:
a) shkruani 10 shumëfisha të numrit të parë;
b) shkruani 10 shumëfisha të numrit të dytë;
c) shkruani 10 shumëfisha të numrit të tretë;
d) shkruani disa shumëfisha të përbashkët të numrave;
e) gjeni SHVP e numrave 3, 4 dhe 6.

5 Për çiftin e numrave 9 e 12:
a) shkruani 10 shumëfisha të numrit të parë;
b) shkruani 10 shumëfisha të numrit të dytë;
c) shkruani disa shumëfisha të përbashkët të numrave;
d) gjeni SHVP e numrave 9 e 12.

6 Plotësoni kërkesat e ushtrimit 1 dhe 5, për secilin nga çiftet e numrave:
a) 3 dhe 5; b) 12 e 18; c) 8 e 24; d) 25 e 40.

7 Një atlet bën një xhiro rreth pistës për 65 sek, kurse një atlete tjetër për 70 sek. Ata nisen njëkohësisht.
a) Pas sa sekondash atleti i parë e arrin të dytën, duke bërë një xhiro më tepër se ajo?
b) Sa xhiro ka bërë i pari deri në këtë çast?

2.10 Algoritmi i Euklidit për gjetjen e PMP-së së dy numrave

A Kërkoni dhe zbuloni

Për të gjetur PMP e numrave 12 dhe 16, mund të veprohet si më poshtë.
I. Pjesëtoni 16 me 12. Plotësoni barazimin $16 = 12 \cdot ... + ...$
II. Pjesëtoni 12 me mbetjen e mëparshme.
III. Tregoni që mbetja e pjesëtimit të dytë është 0.
IV. Krahasoni mbetjen e parë me PMP të numrave 12; 16.
Provoni të kryeni të njëjtat hapa për numrat 12 dhe 20.
Çfarë vutë re?

B Vrojtoni dhe mësoni

Kur dy numra janë mjaft të mëdhenj, gjetja e PMP së tyre duke shkruar të gjithë faktorët e secilit e duke gjetur më pas faktorët e përbashkët, është punë e gjatë dhe e vështirë. Për këto raste përdoret një mënyrë tjetër për gjetjen e PMP, e cila njihet me emrin **Algoritmi i Euklidit**.

Shembulli 1

Gjeni PMP e numrave 28 dhe 40.

Zgjidhje

Pjesëtojmë numrin më të madh (40) me numrin tjetër (28).
Gjejmë herësin 1 dhe mbetjen 12.
Pjesëtojmë numrin tjetër (28) me mbetjen e gjetur (12).
Gjejmë herësin 2 dhe mbetjen 4.
Pjesëtojmë mbetjen e parë (12) me mbetjen e dytë (4).
Gjemë $12 = 4 \cdot 3$. Nuk ka më mbetje (është 0).
PMP e numrave 28 dhe 40 është mbetja e fundit e ndryshme nga 0, pra, në këtë rast, 4.

Shembulli 2

Gjeni PMP e numrave 136 dhe 256.

Zgjidhje

Pjesëtojmë 256 me 136; gjejmë herësin 1 dhe mbetjen 120.
Pjesëtojmë 136 me 120; gjejmë herësin 1 dhe mbetjen 16.
Pjesëtojmë 120 me mbetjen 16; gjejmë herësin 7 dhe mbetjen 8.
Pjesëtojmë 16 me mbetjen e tretë 8; gjejmë herësin 2 dhe mbetjen 0
Mbetja e fundit e ndryshme nga 0 është 8. Prandaj PMP e numrave 256 dhe 136 është 8.

Shembulli 3

Gjeni PMP e numrave 120 dhe 455.

Zgjidhje

Pjesëtojmë 455 me 120; gjejmë herësin 3 dhe mbetjen 95.
Pjesëtojmë 120 me 95; gjejmë herësin 1 dhe mbetjen 25.
Pjesëtojmë 95 me mbetjen 25; gjejmë herësin 3 dhe mbetjen 20.

Pjesëtojmë 25 me mbetjen e tretë 20; gjejmë herësin 1 dhe mbetjen 5.
Pjesëtojmë 20 me mbetjen e katërt 5; gjejmë herësin 4 dhe mbetjen 0.
Mbetja e fundit e ndryshme nga 0 është 5. Prandaj PMP e numrave 120 dhe 455 është 5.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Duke përdorur algoritmin e Euklidit, gjeni PMP e numrave 21 dhe 28. Kontrolloni punën tuaj duke shkruar të gjithë faktorët e secilit numër.

2. Luleshitësi kërkon të bëjë buqeta me lule me zambakë të bardhë dhe të kuq. Ai ka në dispozicion 40 zambakë të bardhë dhe 35 zambakë të kuq. Sa buqeta mund të bëj ai, nëse në çdo buqetë ka të njëjtën numër lulesh?

USHTRIME

1 Duke përdorur algoritmin e Euklidit, gjeni PMP për çiftet e numrave:
a) 36 e 60;
b) 60 e 84;
c) 12 e 32.

2 Gjeni, nëpërmjet algoritmit të Euklidit, PMP për secilin nga çiftet e numrave:
a) 100 e 90;
b) 144 e 40;
c) 225 e 30.

3 Drini ka 50 fletore, 25 libra dhe 40 fletore vizatimi. Cili është numri më i madh i pakove që mund të formojë Drini me to, nëse në secilën prej pakove do të ketë tënjëjtin numër fletoresh, librash dhe fletore vizatimi?

4 Bardha ka 36 dredhëza, 24 bajame dhe 30 kumbulla. Cili është numri më i madh i pakove që mund të bëjë Bardha me to, nëse në secilën pako do të ketë numër të njëjtë me dredhëza dhe bajame të secilit lloj?

5 PMP i dy numrave është 12. Cili mund të jetë ky çift numrash? Sa zgjidhje mund të gjeni?

Shënim:

Pasi të keni gjetur PMP e dy numrave, mund të gjeni lehtësisht SHVP e tyre, duke përdorur këtë fakt: Prodhimi i PMP me SHVP e dy numrave është i barabartë me prodhimin e vetë këtyre numrave.

2.11 Rregulla të plotpjesëtimit

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Shkruani disa numra çift. Vrojtoni shifrën e njësheve.
A mund të nxirrni një përfundim për plotpjesëtimin e një numri me 10?

2. Shkruani disa numra që të jenë shumëfisha të numrave: 10; 5; 4; 3.
Çfarë vini re në shumëfishat e gjetur?

3. A mund të tregoni kur një numër plotpjesëtohet me 9? Po me 6?
Bashkëbisedoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Gjatë veprimtarive të mëparshme, keni vënë re se plotpjesëtimi ndjek disa rregulla, të cilat janë paraqitur në mënyrë të përmbledhur në tabelën e mëposhtme.

Që një numër të plotpjesëtohet me:	**Duhet e mjafton që:**
2	shifra e fundit të jetë numër çift;
3	shuma e shifrave të numrit të jetë shumëfish i 3;
4	gjysma e numrit të jetë numër çift;
5	shifra e fundit e numrit të jetë 0 ose 5;
6	numri të plotpjesëtohet me 2 dhe me 3;
8	gjysma e numrit të plotpjesëtohet me 4;
9	shuma e shifrave të numrit të jetë shumëfish i 9;
10	numri të mbarojë me 0;
100	numri t'i ketë dy shifrat e fundit 0.

Shembull

A është numri 3457 numër i thjeshtë?

Zgjidhje

Numri 3447 është tek, pra nuk plotpjesëtohet me 2. Shuma e shifrave të tij është $3 + 4 + 4 + 7 = 18$, d.m.th. plotpjesëtohet me 3. Si pasojë numri 3457 plotpjesëtohet me 3, pra numri nuk është numër i thjeshtë.

Punë në grup

Me shifrat 2, 4, 5, 0 dhe 7 shkruani numra tre dhe katër shifrorë. Tregoni numrat që:
a) plotpjesëtohen me 2;
b) plotpjesëtohen me 3;
c) plotpjesëtohen me 4;
d) plotpjesëtohen me 5;
e) plotpjesëtohen me 10;
f) plotpjesëtohen me 9.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Përdorni rregullat e plotpjesëtimit për të kontrolluar nëse:
a) numri 1275 plotpjesëtohet me 5;
b) numri 3141 plotpjesëtohet me 9;
c) numri 21 648 plotpjesëtohet me 8;
d) numri 38 520 plotpjesëtohet me 10;
e) numri 43 572 plotpjesëtohet me 6;
f) numri 3459 plotpjesëtohet me 3;
g) numri 48 020 plotpjesëtohet me 100.

2. A është numri 237 numër i thjeshtë? Argumentoni përgjigjen.

3. Miri ka 50 karamele, 25 çokollata, 40 biskota. Cili është numri më i madh i pakove që mund të formojë Miri me to, nëse në secilën prej pakove do të ketë të njëjtin numër karamelesh, çokollatash dhe biskotash?

USHTRIME

1 Përdorni rregullat e plotpjesëtimit për të kontrolluar nëse janë të thjeshtë numrat: 81; 97; 67; 117; 111; 127.

2 Përdorni rregullat e plotpjesëtimit për të plotësuar pemën e faktorëve për numrat: 448; 729; 6345.

3 Plotësoni fjalitë e mëposhtme duke i lejuar shkronjat *x*, *y* të marrin një ose dy nga këto vlera: 36; 15; 10; 14; 7; 49.
a) *x* është shumëfish i 6 dhe *y* është faktor i 40.
b) *x* është numër i thjeshtë dhe *y* është katror i plotë.

4 Plotësoni katrorin me shifrat e duhura në mënyrë që numri i dhënë;
a) të plotpjesëtohet me tre: 2 □ 3; 19 □ 45;
b) të plotpjesëtohet me nëntë: 12 □ 3; 20 □ 35;
c) të plotpjesëtohen me katër: 234 □; 40 □ 2.

5 Besniku kishte 550 euro. Ai bleu një celular 250 euro dhe me eurot që i tepruan bleu libra për bibliotekën e tij me çmim 12 euro/copa. Sa libra bleu ai?

6 Në magazinë u shkarkuan 2 kamionë me mollë, që transportonin 3500 kg secili. Mollët u vendosën në arka që mbanin 25 kg secila. Sa arka u mbushën?

2.12 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Shumëzimi i dy numrave natyrorë:	1. Gjeni prodhimin: a) $24 \cdot 20$; b) $203 \cdot 25$. 2. Plotësoni. a) $\begin{array}{r} 4\bullet 3 \\ x \quad 2\bullet \\ \hline \bullet 83; \\ \bullet\bullet\bullet \\ \hline \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 318 \\ x \quad \bullet\bullet \\ \hline \bullet\bullet 62 \\ \bullet 36 \\ \hline \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \end{array}$
Vetitë e shumëzimit që na ndihmojnë për të kryer më shpejt veprimet:	3. Gjeni, duke përdorur vetinë e shoqërimit. a) $(26 \cdot 5) \cdot 20$; b) $(3 \cdot 4) \cdot 250$; c) $(17 \cdot 125) \cdot 8$.
Pjesëtimi i dy numra natyrorë:	4. Gjeni vlerën e ndryshores: a) $27 \cdot x = 135$; b) $315 : y = 21$. 5. Gjeni herësin dhe mbetjen: a) $546 : 5$; b) $234 : 4$. c) Shprehni të pjesëtueshmin në varësi të herësit dhe mbetjes.
Radha e kryerjes së veprimeve aritmetike në një shprehje me dhe pa kllapa:	6. Gjeni vlerën e shprehjes. a) $5 \cdot 4 + 2 \cdot 12 : 4 + 3 \cdot 18 - 42 : 7 - 4 \cdot 9$; b) $(4 + 42 : 7) \cdot 5 + (21 : 3 - 18 \cdot 2 : 6) \cdot 5$; c) $60 - \{[(7 \cdot 6 - 5 \cdot 6) \cdot 4 - 5 \cdot 4]\} + 20 \cdot 3$;
Numrat çift e tek, të thjeshtë e të përbërë në bashkësinë e numrave natyrorë:	7. Shkruani pesë numrat e parë natyrorë: a) çift; b) tek; c) të thjeshtë; d) të përbërë.

Kriteret e plotpjesëtimit të numrave natyrorë me 2, 3, 4, 5, 6, 9 dhe me 10:	8. Shkruani pesë numrat e parë natyrorë që plotpjesëtohen me 2, 3, 4, 5, 6, 9 dhe me 10. Dalloni numrat që plotpjesëtohen njëkohësisht me dy ose tre prej tyre.
Zbërthimi i një numri të përbërë në prodhim faktorësh të thjeshtë, me anë të metodës: a) së pemës së faktorëve; b) të pjesëtimeve të njëpasnjëshme.	9. Zbërtheni në prodhim faktorësh të thjeshtë numrat 25; 33; 46; 120. Argumentoni veprimet.
Çfarë janë dhe si gjenden PMP dhe SHVP e dy ose më shumë numrave:	10. Për çiftin e numrave 24 dhe 36: a) shkruani faktorët e secilit në radhë rritëse; b) shkruani faktorët e përbashkët; c) gjeni PMP e numrave 24 dhe 36; d) Po SHVP e tyre, a mund ta gjeni? 11. Për çiftin e numrave 4 dhe 6: a) shkruani pesë shumëfishat e parë për secilin; b) shkruani shumëfishat e përbashkët; c) gjeni SHVP. 12. Duke përdorur algoritmin e Euklidit, gjeni PMP e numrave 28 me 16.
Zgjidhja e një situate problemore, duke argumentuar veprimet:	13. Në 5 arka ka sasi të njëjtë mollësh. Nëse nga çdo arkë nxjerrim 60 mollë, në to mbeten gjithsej aq mollë sa ç'kishte në fillim në dy prej arkave. Sa mollë ka në secilën arkë? 14. Unë jam midis 30 dhe 60 vjetëve. Këtë vit mosha ime është shumëfish i 7; vitin tjetër ajo do të jetë shumëfish i 5. Sa vjeç jam unë? 15. Për t'u ngjitur në katin e tretë të godinës duhen kaluar 52 shkallë. Sa shkallë duhen kaluar për t'u ngjitur në katin e gjashtë të kësaj godine?

2.13 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Gjeni prodhimin duke përdorur vetitë e shumëzimit:
a) $5 \cdot 163 \cdot 2$; b) $4 \cdot 673 \cdot 25$.

(2 pikë)

2 Kryeni shumëzimet në shtyllë:

a) $\begin{array}{r} 256 \\ \bullet\ \ 3 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 324 \\ \bullet\ \ 68 \\ \hline \end{array}$

(3 pikë)

3 Njehsoni vlerën e shprehjes numerike:
a) $12 \cdot 2 - 5 \cdot 4$;
b) $(13 + 5) \cdot 2 - 6 \cdot 3$;
c) $(15 + 5) \cdot 7 - (4 \cdot 3 - 2)$;
d) $3 \cdot (6 + 4) - 27 : (15 - 6) + (7 - 2) \cdot (5 + 3)$.

(4 pikë)

4 Njehsoni me kalkulator vlerën e shprehjes:
$(358 \cdot 93) - (289 + 48)$

(2 pikë)

5 Dje një nxënës vrapoi 2040 m, duke i rënë përqark 4 herë oborrit të shkollës. Sot ai do t'i bjerë 6 herë përqark oborrit. Ç'largesë do të përshkojë?

(3 pikë)

6 Nga dy qytete që e kanë largesën 40 km u nisën njëkohësisht përballë njëri-tjetrit dy çiklistë, që bëjnë njëri 300 m në minutë dhe tjetri 350 m në minutë. A takohen ata pas 2 orësh?

(3 pikë)

7 A është e vërtetë që kur pjesëtojmë 110 me 4, herësi del 27 dhe mbetja 2? Shkruani një barazim për këtë rast.

(3 pikë)

8 Kryeni pjesëtimin e numrit 3567 me 53.

(3 pikë)

9 Gjeni vlerën e ndryshores:
a) $x \cdot 12 = 48$; b) $120 : x = 40$; c) $x : 32 = 10$.

(3 pikë)

10 Librat që ishin vendosur në 24 togje me nga 16 libra secili, do t'i vendosim në rafte me nga 32 libra secili. Sa rafte duhen?

(3 pikë)

11 Në një dyqan u shkarkuan mollë në 2 arka me nga 25 kg secila, tre thasë me nga 50 kg secili dhe një sasi shportash që mbanin 15 kg secila. Në fund shitësi, pa se ishin gjithsej 275 kg mollë. Sa shporta ishin?

(3 pikë)

3 GJEOMETRIA NË RRAFSH

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *përshkruan pikën, drejtëzën dhe rrafshin si koncepte themelore gjeometrike;*
- *përkufizon gjysmëdrejtëzën, segmentin dhe gjysmërrafshin si koncepte të përftuara prej tyre;*
- *përcakton raportet ndërmjet koncepteve themelore: pikë, drejtëz, rrafsh dhe koncepteve të përftuara prej tyre;*
- *mat; krahason segmentet;*
- *konstrukton simetralen e segmentit;*
- *vizaton drejtëza paralele dhe pingule;*
- *përkufizon këndin dhe dallon atë sipas masave (i ngushtë, i drejtë, i gjerë, i shtrirë, i hapur, i plotë);*
- *vizaton kënde të ngushta dhe kënde të gjera;*
- *dallon njësitë për matjen e këndeve (°, ′, ″) dhe bën shndërrimin nga një njësi në tjetrën;*
- *cakton masën e këndeve duke përdorur këndmatësin;*
- *konstrukton simetralen e këndit;*
- *përcakton shumën dhe ndryshimin e këndeve në mënyrë algjebrike dhe gjeometrike;*
- *dallon llojet e këndeve, sipas pozicionit të krahëve (brinjëve) dhe masave të tyre (suplementare, komplementare).*

Fjalë kyçe:

pikë, drejtëz, rrafsh, gjysmëdrejtëz, segment, kënd, krahasimi i këndeve, kulm, krah, kënde të përbrinjëshëm, kryqëzuese, suplementarë, komplementarë, shkallë, minuta, sekonda, simetrale e këndit, e segmentit, largesë.

A E DINI SE...?

Gjeometria është një ndër shkencat më të vjetra. Në fillimet e saj, gjeometria ishte shkenca që merrej kryesisht me shqyrtimin e formave dhe përmasave hapësinore të objekteve të botës reale. Ajo u zhvillua në lidhje me nevojat praktike të jetës së përditshme. Vetë fjala "gjeometri" rrjedh prej fjalëve greke: *geo* – tokë dhe *metria* – matje.

Njohuritë gjeometrike në Egjiptin e vjetër u zhvilluan në mënyrë praktike. Në Greqinë e lashtë u zbulua metoda deduktive apo aksiomatike e trajtimit të gjeometrisë. Në këtë kohë, librat më të njohur dhe më të rëndësishëm ishin librat e veprës "Elementet" të Euklidit, të cilët përdoreshin nga nxënësit e tij në Aleksandri. Në këtë vepër, të përbërë nga 13 vëllime, Euklidi përmblodhi pjesën më të madhe të njohurive gjeometrike të asaj kohe. Vetëm 5 vëllime kanë arritur deri në ditët e sotme.

3.1 Pika, drejtëza dhe rrafshi

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Shënoni në fletore një pikë A. Vendosni një anë të vizores në pikën A dhe lëvizni majën e lapsit mbi letër sipas vizores. Çfarë vije përftoni? Sa të tilla mund të vizatoni? A gjeni dot tri pika në këto vija?
2. Shënoni në fletore dy pika të ndryshme, A dhe B, dhe vizatoni me vizore një drejtëz që të kalojë nga këto pika. Sa drejtëza të tilla mund të vizatoni?

B. Vrojtoni dhe mësoni

I. Rrafshi

Sipërfaqja e tryezës, e xhamit të dritares, e tabelës së shkrimit në klasë na japin përfytyrimin e rrafshit. Rrafshi shtrihet pa kufi në të gjitha drejtimet.

Sa herë që prekim sipërfaqen e sheshtë të letrës me majën e lapsit, shënojmë një pikë. Në qoftë se lëvizim lapsin mbi këtë sipërfaqe, vizatojmë një vijë.

Vija është një bashkësi pikash. Disa vija janë dhënë në figurën 3.1.

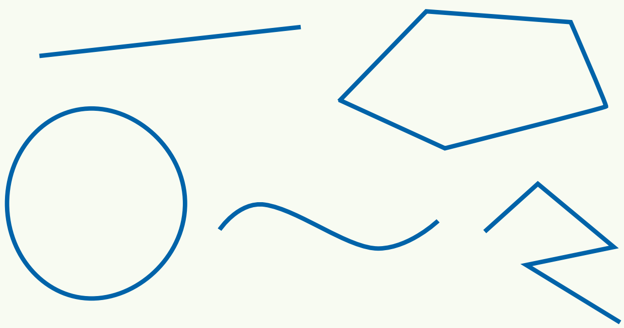


Fig. 3.1

II. Drejtëza

Ndërmjet të gjitha vijave dallojmë drejtëzën. Përfytyrimin për drejtëzën e jep një fill i tërhequr. Drejtëza e ndan rrafshin në dy gjysmërrafshe.

Drejtëzat i konstruktojmë me anë të vizores. Shënojmë në fletën e letrës dy pika A, B dhe kalojmë nëpër të drejtëzën (fig. 3.2). Le të përpiqemi të kalojmë nëpër këto dy pika një drejtëz tjetër. Është e pamundur të bëhet!

Fig. 3.2

Mbani mend:

Nëpër dy pika mund të kalojë një dhe vetëm një drejtëz.

Për të emërtuar një drejtëz, përdorim dy pika çfarëdo që ndodhen në të. P.sh. drejtëzën e paraqitur në figurën 3.2 e quajmë "drejtëza (AB)". Drejtëzën mund ta shënojmë edhe me një shkronjë të vogël, drejtëza *d*, drejtëza *a* etj. Ajo ka pafundësi pikash dhe zgjatet pambarimisht nga të dyja anët.

Marrim një drejtëz dhe shënojmë në të pikën O (fig. 3.3). Ajo e ndan drejtëzën në dy pjesë. Secila nga këto pjesë quhet gjysmëdrejtëz.

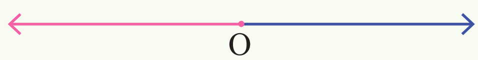


Fig. 3.3

Në figurën 3.4 janë shënuar gjysmëdrejtëzat [OA) dhe [OB). Për secilën gjysmëdrejtëz, pika O është origjinë. Gjysmëdrejtëzat [OA) dhe [OB) quhen plotësuese (të kundërta) të njëra-tjetrës.

Fig. 3.4

Dy drejtëza të ndryshme, mund të ndodhë që të kenë vetëm një pikë të përbashkët. Themi që ato janë prerëse; priten në këtë pikë (fig. 3.5).

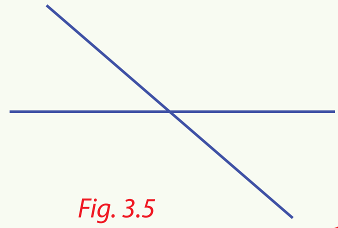


Fig. 3.5

Por dy drejtëza mund të mos kenë asnjë pikë të përbashkët (kujtoni binarët e trenit në një pjesë të drejtë të trasesë). Në këtë rast, ato quhen *drejtëza paralele* (fig. 3.6).

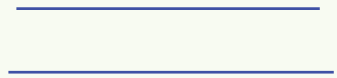


Fig. 3.6

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Përfytyrimin e drejtëzës e jep një fije e tendosur fort. Sillni shembuj të tjerë si kjo.
2. A janë të vërteta fjalitë e mëposhtme?
   a) Tri pika janë gjithmonë në vijë të drejtë.
   b) Një drejtëz kufizohet nga dy pika.
   c) Dy pika janë gjithmonë në vijë të drejtë.
   d) Dy pika të ndodhura në drejtëza të ndryshme janë në një drejtëz.
3. Në figurën 3.7, gjeni një pikë A që të jetë në vijë të drejtë me pikat T e C, si edhe me pikat O e K. Në sa pjesë e ndajnë rrafshin drejtëzat (TC) dhe (OK)?

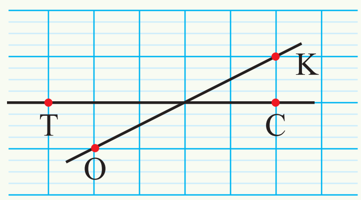


Fig. 3.7

4. Shënoni në drejtëz dy pika A, B. Sa gjysmëdrejtëza, me origjinë në ndonjë nga këto pika, formohen?
5. Sillni shembuj objektesh nga jeta e përditshme, të cilat japin përfytyrimin e rrafshit, të vijës, të drejtëzës. Gjeni në klasë:
   a) drejtëza që priten;
   b) drejtëza që nuk priten dhe ndodhen në të njëjtin rrafsh;
   c) drejtëza që nuk priten dhe nuk ndodhen në të njëjtin rrafsh.

USHTRIME

1 Shënoni në fletore pikat A, C.
a) Vizatoni drejtëzën (AC). b) Shënoni tri pika në këtë drejtëz.
c) Shënoni dy pika që nuk ndodhen në drejtëzën (AC).

2 a) Shënoni dy drejtëza që priten në pikën D.
b) Tërhiqni një drejtëz tjetër që kalon nga pika D.
c) Sa drejtëza, që kalojnë nga pika D, mund të vizatoni?

3 Sa gjysmëdrejtëza, me origjinë në pikën O, janë paraqitur në figurën 3.8? Cilat janë ato?

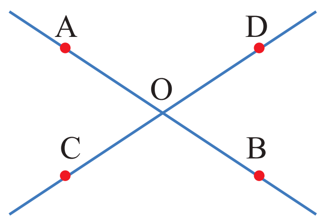


Fig. 3.8

4 Tri drejtëza priten dy nga dy në tri pika A, B, C.
a) Konstruktoni figurën. b) Në sa pjesë është ndarë rrafshi?

5 Caktoni tri pika që nuk ndodhen në një drejtëz. Nëpër çdo dy prej tyre, vizatoni drejtëza.
a) Sa drejtëza vizatuat? b) Në sa pjesë u nda rrafshi?

3.2 Segmenti. Gjatësia e segmentit

A Kërkoni dhe zbuloni

Bashkoni pikat A dhe B me vija të ndryshme, nga të cilat njëra të jetë segment figura 3.9. Duke përdorur një fije, matni gjatësinë e secilës prej tyre. Cila vijë ka gjatësinë më të vogël?

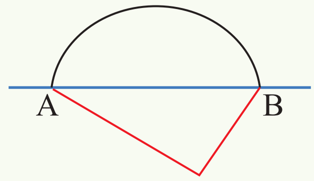


Fig. 3.9

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Segmenti

Fig. 3.10

Pjesa e drejtëzës që ndodhet ndërmjet dy pikave A dhe B, së bashku me pikat A dhe B, quhet **segment.**

Në figurën 3.10/a është paraqitur drejtëza (AB).
Në figurën 3.10/b është paraqitur segmenti me skaje A, B. Ai shënohet [AB] ose [BA].

II. Vija e thyer

Në qoftë se disa segmente i vendosim, p.sh. siç tregohet në figurën 3.11, atëherë do të marrim një figurë që quhet **vijë e thyer**. Vija e thyer është formuar nga disa segmente të njëpasnjëshme. Skajet e segmenteve (pikat A, B, C, D, E, F) quhen **kulme** të vijës së thyer, kurse vetë segmentet [AB], [BC], [CD], [DE], [EF] quhen **brinjë** të vijës së thyer.

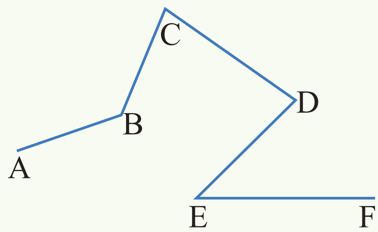


Fig. 3.11

III. Matja e gjatësisë së segmentit

Segmentet mund t'i krahasojmë me njëri-tjetrin, d.m.th. të përcaktojmë nëse janë të barabarta dhe, nëse jo, cili është më i gjatë, e cili më i shkurtër. Për të matur gjatësinë e një segmenti, duhet të zgjedhim **njësinë e matjes**, d.m.th. një segment, gjatësia e të cilit merret si njësi.

Mbani mend:

Gjatësia e segmentit është numri që tregon se sa herë segmenti njësi përmbahet në segmentin e dhënë.

Mjeti më i përdorshëm për matjen e gjatësive të segmenteve është **vizorja e shkallëzuar**.

IV. Largesa ndërmjet dy pikave

Kur jepen dy pika A, B, për të kaluar nga A te B ekzistojnë një pafundësi vijash në rrafsh. Rruga më e shkurtër nga pika A për në pikën B kalon sipas segmentit [AB], (fig. 3.9). Gjatësinë AB të këtij segmenti e quajmë **largesë** midis pikave A, B. Gjatësia e segmentit [AB] shënohet simbolikisht AB.

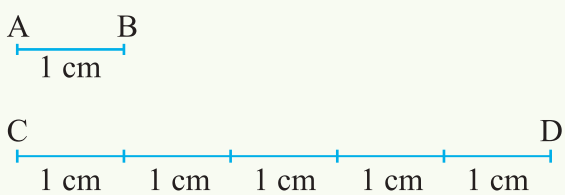


Fig. 3.12

Mbani mend:

Mesi i segmentit është ajo pikë e tij që ndodhet në largesa të barabarta nga skajet e tij.

Mbani mend:

Figurat gjeometrike i quajmë kongruente nëse ato mund t'i përputhim me anë të mbivendosjes. Në këtë rast, figurat kanë të njëjtën formë dhe të njëjtat përmasa.
Dy segmente janë kongruente vetëm atëherë kur kanë gjatësi të barabarta.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Shënoni një pikë M në fletore. Vizatoni dy drejtëza *a*, *b* që kalojnë nëpër M.
   a) Në drejtëzën *a,* shënoni dy pika B dhe C, të tilla që M të jetë mesi i segmentit [BC] dhe BC = 6 cm.
   b) Në drejtëzën *b,* shënoni dy pika E dhe F, të tilla që EF = 4 cm dhe mesi i [EF] të jetë pika M.
   c) Lidhni me segmente pikat B, E, C, F. Ç'figurë formohet?

2. Vizatoni segmentin [AB]. Shënoni pikën K që nuk ndodhet në drejtëzën (AB). Hiqni nga kjo pikë:
   a) drejtëzën *b*, e cila e pret segmentin [AB];
   b) drejtëzën *d*, e cila nuk e pret segmentin [AB].

3. Konstruktoni një vijë të thyer me 4 brinjë, me gjatësi të ndryshme, duke ditur që gjatësia e saj është 12 cm.

USHTRIME

1 Kopjoni në fletore vijën e thyer të paraqitur në figurën 3.13. Cilat janë brinjët e saj?

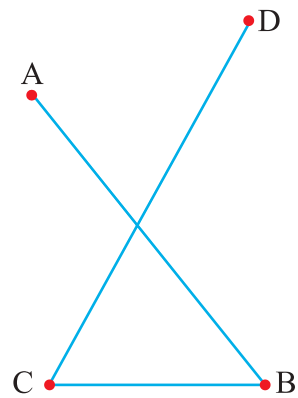


Fig. 3.13

2 Vizatoni drejtëzën dhe shënoni në të pikat A dhe B, të tilla që AB = 5 cm. Shënoni në drejtëz pikën C, që të plotësohet kushti:
a) AC = 3 cm; BC = 2 cm;
b) AC = 2 cm; BC = 7 cm;
c) AC = 9 cm; BC = 4 cm.

3 Nga pika A në pikën C mund të shkohet sipas segmentit [AC], sipas vijës së thyer ADC ose sipas vijës së thyer ABC. Cila është rruga më e shkurtër?

4 Segmentin [AB] e matën me anë të segmentit [CD] dhe gjetën se AB = 7CD. Sa është gjatësia e segmentit [AB] nëse CD = 2 cm? CD = 5 mm?

5 Konstruktoni segmentin [AB]. Shënoni me K mesin e segmentit [AB] dhe me M, N meset e segmenteve [AK], [KB]. Dihet që MN = 3 cm. Sa është gjatësia e segmentit [AB]?

6 Në një gjysmëdrejtëz me origjinë O vendosni pikat A, B, C të tilla që OA = 3 cm; OB = 7 cm; OC = 9 cm. Gjeni gjatësinë segmentit [MN], ku M dhe N janë përkatësisht meset e segmenteve [AB] dhe [BC].

7 Segmenti [AB] e ka gjatësinë 64 cm. Gjeni gjatësinë e segmentit [CD], nëse ai është:
a) tri herë më i gjatë se gjysma e segmentit [AB];
b) 15 cm më i shkurtër se gjysma e segmentit [AB];
c) 3 cm më i gjatë se çereku i segmentit [AB].

3.3 Këndi. Krahasimi i këndeve. Shuma dhe ndryshimi i këndeve

A Kërkoni dhe zbuloni

Në figurën 3.14, për secilin rast, tregoni sa është ora. Krahasoni këndet që formojnë, në rastet e figurës, akrepat e orës. Cili prej tyre është më i madhi?

Fig. 3.14

B Vrojtoni dhe mësoni

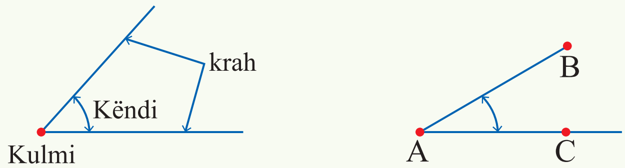


Fig. 3.15

I. **Këndi** formohet nga dy gjysmëdrejtëza që dalin nga e njëjta pikë. Kjo pikë quhet **kulm** i këndit; dy gjysmëdrejtëzat quhen **krahët** e këndit (fig. 3.15). Këndi me kulm në A shënohet ∡A ose ∡BAC.

II. Këndet krahasohen nëpërmjet vendosjes së njërit mbi tjetrin (mbivendosje). Në qoftë se një kënd mund ta vendosim mbi një tjetër në mënyrë që të puthiten, atëherë këto kënde janë kongruente. P.sh. në figurën 3.16 kemi ∡ABC ≡ ∡MNP.
Në figurën 3.17 janë paraqitur dy kënde ∡AOB dhe ∡AOC. Ato kanë të përbashkët kulmin O dhe njërin krah, rrezen [OA). Krahu tjetër [OB) e njërit kënd (∡AOB) ndodhet brenda këndit tjetër (∡AOC). Thuhet që këndi ∡AOB është **më i vogël** se këndi ∡AOC. Ndryshe, thuhet që këndi ∡AOC është **më i madh** se këndi (∡AOB).
Shënojmë ∡AOB < ∡AOC ose ∡AOC > ∡AOB.

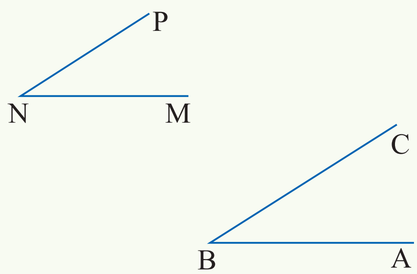


Fig. 3.16

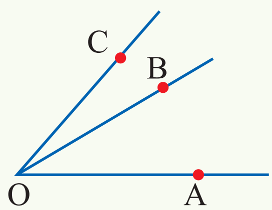


Fig. 3.17

III. Nëse krahët e këndit janë dy gjysmëdrejtëza plotësuese, që shtrihen në të njëjtën drejtëz, këndi quhet **i shtrirë** (fig. 3.18.)

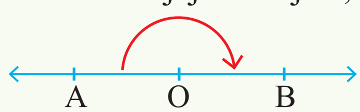


Fig. 3.18

IV. Këndi që është më i vogël se një kënd i drejtë, quhet **kënd i ngushtë**; këndi që është më i madh se këndi i drejtë dhe më i vogël se këndi i shtrirë, quhet **kënd i gjerë**. Për të dalluar nëse një kënd është i drejtë, i ngushtë apo i gjerë mund të përdorim trekëndëshin e vizatimit ***(skuadrën)*** (fig. 3.19).

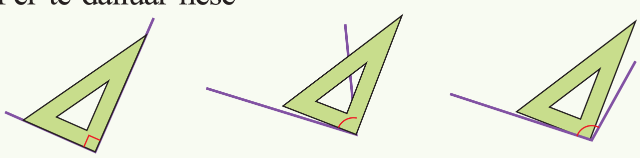


Fig. 3.19

V. Nëse krahët e këndit janë dy gjysmëdrejtëza që puthiten me njëra-tjetrën, ky quhet **kënd i plotë**. Kur kalojnë 60 minuta, akrepi i minutave përshkon një kënd të plotë.
Nëse një kënd është më i madh se këndi i shtrirë dhe më i vogël se këndi i plotë quhet **kënd i hapur**. (fig. 3.20)

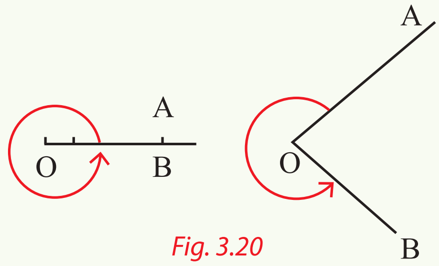


Fig. 3.20

VI. Le të kemi këndin ∡AOB (jo të hapur). Marrim gjysmëdrejtëzën [OC), ndërmjet gjysmëdrejtëzave [OA) dhe [OB). (fig 3.21)
Në këtë rast:

i. këndi ∡AOB quhet shumë e këndeve ∡AOC dhe ∡BOC dhe shënohet ∡AOB = ∡AOC + ∡BOC;

ii. këndi ∡COB quhet ndryshim i këndit ∡AOB me këndin ∡AOC dhe shënohet ∡COB = ∡AOB – ∡AOC;

iii. këndi ∡AOC është ndryshim i këndit ∡AOB me këndin ∡BOC dhe shënohet ∡AOC = ∡AOB – ∡BOC.

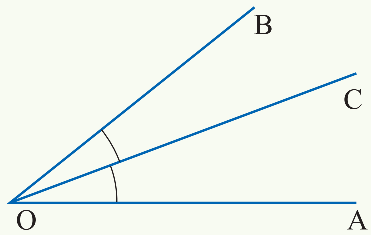


Fig. 3.21

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Duke përdorur një trekëndësh vizatimi, tregoni nëse këndet në figurë janë të drejta, të ngushta apo të gjera.

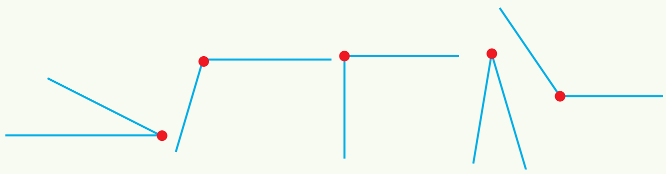


Fig. 3.22

2. Duke krahasuar me sy, radhitni këndet në figurën 3.23, nga më i vogli te më i madhi.

3. Ora tregon 12:00. Sa është këndi që formojnë akrepat e orës? Po në rastet kur ora tregon 12:05, 01:15, 12:30?

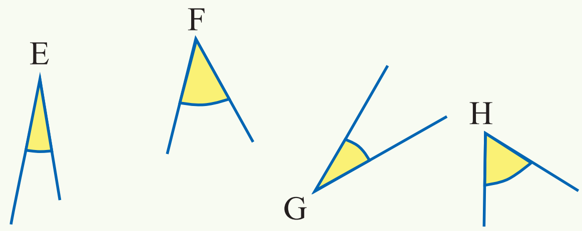


Fig. 3.23

USHTRIME

1 Konstruktoni një shumëkëndësh që t'i ketë të gjithë këndet e drejta.

2 Sa kënde shihni në pjesën e ngjyrosur (fig. 3.24)?
Merrni një fletë dhe paloseni në mënyrë të tillë që të konstruktoni shabllonin e një këndi që është sa:
a) gjysma e këndit të drejtë;
b) çereku i këndit të drejtë.

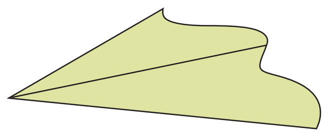


Fig. 3.24

3 Në figurën 3.25 janë dhënë 2 gjysmëdrejtëza me origjinë O, ndërmjet krahëve të këndit ∡BOC. Shkruani secilin prej këndeve më të vogla se ∡BOC si nd ryshim dy këndesh të tjera ose si shumë dy këndesh të tjera në figurë.

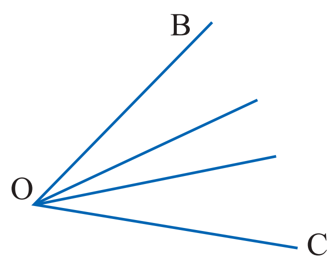


Fig. 3.25

4 Krahasoni midis tyre këndet që formojnë pozicionet e akrepit të vogël të orës:
a) në orët 3 dhe 6; b) në orët 7 dhe 10; c) në orët 2 dhe 4; d) në orët 8 dhe 11.

3.4 Lloje të tjera këndesh

A Kërkoni dhe zbuloni

Në figurën 3.26, vizatoni dy kënde të drejta, në mënyrë që njërin krah ta kenë atë që jepet në figurë, kurse krahët e tjerë në anë të ndryshme të tij (përdor një trekëndësh vizatimi). A formohet një kënd i shtrirë?

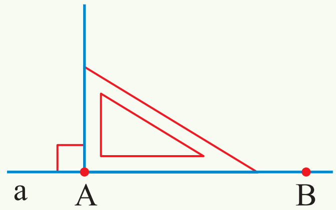


Fig. 3.26

B Vrojtoni dhe mësoni

Llojet e këndeve, bazuar në pozicionin e krahëve

Në figurën 3.27, këndet ∡POC dhe ∡POK kanë kulmin O të përbashkët, krahun [OP) të përbashkët dhe dy krahët e tjerë [OC), [OK) janë në anë të ndryshme të [OP). Këto kënde quhen fqinje.

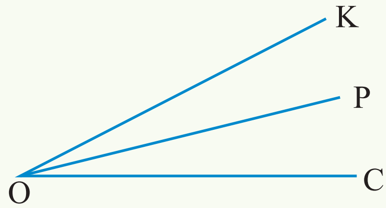


Fig. 3.27

Mbani mend:

Dy kënde fqinje krahët e tjerë të të cilave janë gjysmëdrejtëza plotësuese, quhen kënde **të përbrinjëshme (të bashkëmbështetura).**

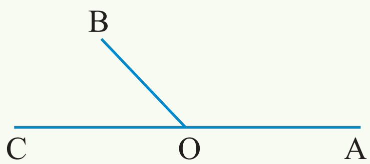


Fig. 3.28

Në figurën 3.28, këndet ∡AOB dhe ∡BOC janë kënde të përbrinjëshme.

Mbani mend:

Dy kënde të tilla, ku krahët e njërit janë gjysmëdrejtëza plotësuese të krahëve të tjetrit, quhen kënde **kryqëzuese (të kundërta në kulm)**.

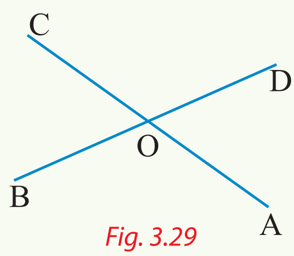


Fig. 3.29

Në figurën 3.29, këndet ∡AOB dhe ∡COD janë kënde kryqëzuese.
Ç'mund të thoni për këndet ∡AOD dhe ∡BOC?
Nga prerja e dy drejtëzave formohen 4 kënde, dy nga dy kryqëzuese.

Kënd i drejtë quhet gjysma e këndit të shtrirë. Në figurën 3.30, këndet ∡AOB dhe ∡COD janë kënde të drejta. Për vizatimin e këndit të drejtë, njëri krah i të cilit është [OA), përdoret **trekëndëshi i vizatimit.**

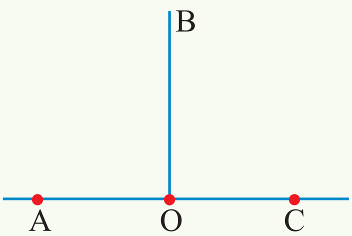


Fig. 3.30

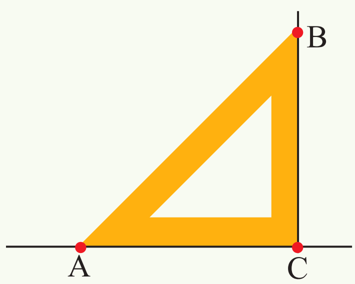


Fig. 3.31

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Duke përdorur trekëndëshin e vizatimit, përcaktoni nëse këndet e dhëna në figurën 3.32 janë të drejta, të ngushta apo të gjera.

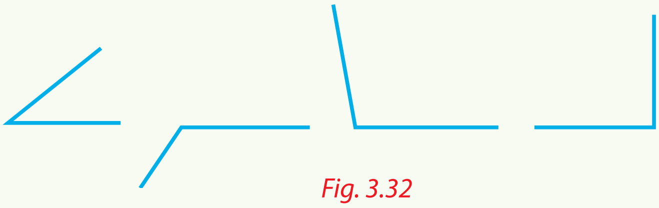


Fig. 3.32

2. Në figurën 3.33, shënoni me shenjën përkatëse këndin e drejtë.

3. Sa kënde të ngushta shihni në shkronjën A? Po kënde të gjera? Po kënde të shtrira?

Fig. 3.33

4. Në shkronjën T të alfabetit kemi 2 kënde të drejta.
a) Shkruani 2 shkronja (të mëdha, shtypi) të alfabetit, që kanë nga një kënd të drejtë.
b) Cila shkronjë e alfabetit ka më tepër se dy kënde të drejta?

USHTRIME

1 a) Emërtoni këndet e dhëna në figurën 3.34.
b) Cilat prej tyre janë të ngushta? Të drejta? Të gjera?

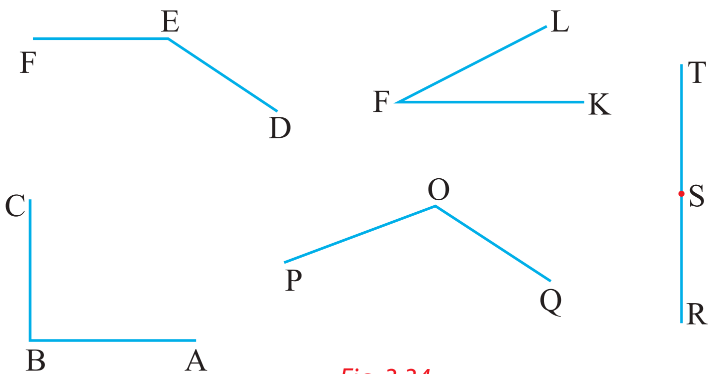


Fig. 3.34

2 Vizatoni 4 gjysmëdrejtëza [OA), [OB), [OC), [OD).
a) Në sa pjesë e ndajnë rrafshin ato?
b) Shkruani emërtimet e të gjitha këndeve që kanë si krahë këto gjysmëdrejtëza.

3 A janë fqinje këndet 1 dhe 2 në figurën 3.35?

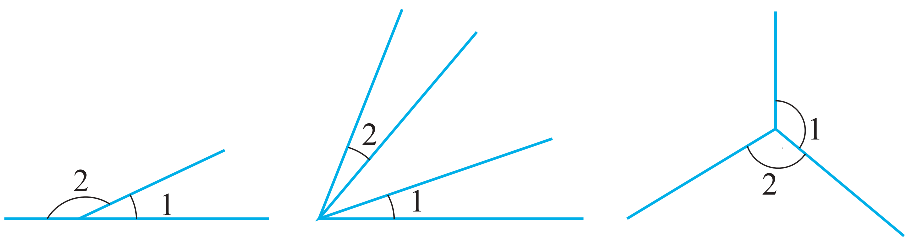


Fig. 3.35

4 Dy kënde fqinje formojnë një kënd të drejtë. Të gjenden masat e tyre, nëse:
a) njëri është 25° më i madh se tjetri;
b) njëri është 10° më i vogël se tjetri.

5 Dy kënde fqinje formojnë një kënd të shtrirë. Të gjenden masat e tyre, nëse:
a) janë të barabarta;
b) njëri është sa trefishi i tjetrit;
c) njëri është 40° më i madh se tjetri.

3.5 Matja e këndeve me këndmatës

A Kërkoni dhe zbuloni

Çfarë këndi formojnë akrepat e orës:
a) në orën 3; b) në orën 5; c) në orën 10?

B Vrojtoni dhe mësoni

Këndet mund t'i krahasojmë jo vetëm me mbivendosje, por edhe duke i matur. Për këtë duhet zgjedhur njësia e matjes.
Njësia për matjen e këndeve është shkalla këndore.
Këndi 1 shkallë është këndi sa $\frac{1}{180}$ pjesë e këndit të shtrirë. Shënohet 1^o.
Në shkencë e në jetë përdoren edhe nënfishat e shkallës: minuta dhe sekonda këndore.
1' është sa $\frac{1}{60}$ pjesë e shkallës dhe 1" është sa $\frac{1}{60}$ e minutës. Është i vërtetë barazimi:
$1^o = 60' = 3600''$. Këndi i drejtë, që është sa gjysma e këndit të shtrirë, e ka masën 90^o.
Masa e këndit të ngushtë është më e vogël se 90^o. Masa e këndit të gjerë është më e madhe se 90^o, por më e vogël se 180^o.

Mbani mend:

Këndet, shuma e masave të të cilave është 180^o quhen kënde suplementare (shtuese).
Këndet e përbrinjëshme janë kënde suplementare.

Mbani mend:

Këndet me shumën e masave 90^o janë kënde komplementare (plotësuese). Këto kënde nuk janë domosdo kënde fqinje.

Për matjen (dhe për konstruktimin) e këndeve përdorim **këndmatësin** (fig. 3.36).
Matja e këndeve kryhet në këtë mënyrë siç ilustrohet në figurën 3.37.

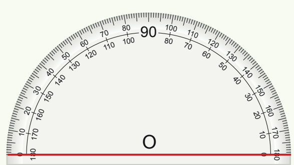


Fig. 3.36

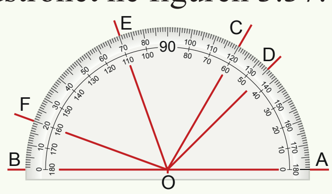


Fig. 3.37

Këndmatësi vendoset mbi kënd, në mënyrë që kulmi i këndit të puthitet me qendrën e këndmatësit, kurse njëri nga krahët e këndit të kalojë nëpër ndarjen 0 të këndmatësit. Atëherë krahu tjetër i këndit do të tregojë masën e këndit në shkallë.
Në figurën 3.37, kemi $m(\measuredangle AOC) = 60^o$; $m(\measuredangle AOE) = 110^o$.

Mbani mend:

Këndmatësi ka dy shkallëzime. Kur matet një kënd i dhënë, duhet zgjedhur njëri prej tyre. Rëndësi ka të fillohet nga zeroja (0^o).

Për të matur sa është masa e këndit:
a) Përcaktoni nëse këndi është më i madh apo më i vogël se 90^o (i gjerë apo i ngushtë).
b) Rrethoni dy numrat nëpër të cilët kalon krahu i dytë i këndit.
c) Zgjidhni masën e saktë (p.sh. nëse këndi është më i vogël se 90^o, do të merrni numrin që është më i vogël se 90^o).

C Ushtrohuni duke zbatuar

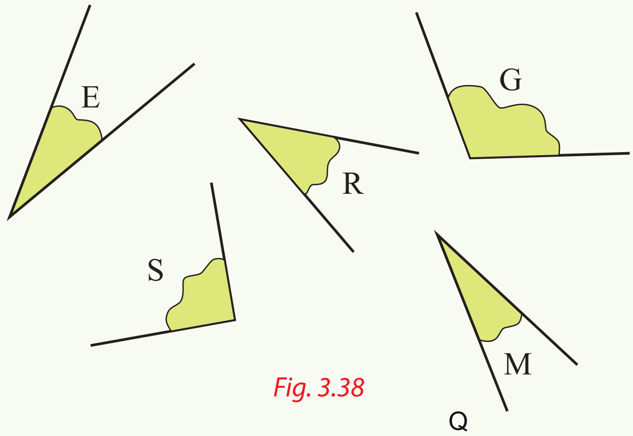


Fig. 3.38

1. Matni me këndmatës këndet (fig. 3.38.) dhe shënoni masën e secilit në vendin e ngjyrosur.
2. Tregoni sa minuta dhe sa sekonda këndore ka:
   a) 6º = ...' = ...''
   b) 50º = ...' = ...''
3. Plotësoni barazimin:
   a) 366' =.........º........'
   b) 3655'' =.........º.........'........''
4. Analizoni figurën 3.39 dhe përgjigjuni pyetjeve:
   a) A është vendosur mirë këndmatësi?
   b) Sa është masa e këndit ∡PQR?

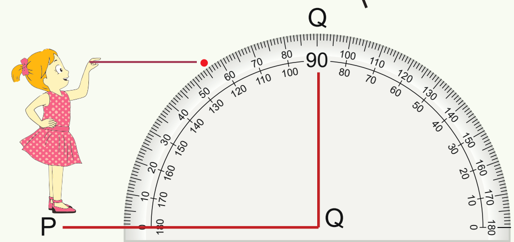


Fig. 3.39

5. Nëse masa e njërit prej këndeve suplementare është 105º, sa është masa e këndit tjetër?
6. Masa e këndit ∡A është sa dyfishi i masës së këndit ∡B. Gjeni masën e secilit:
   a) kur janë kënde komplementare;
   b) kur janë kënde suplementare.
7. Këndi i një kthese të rrugës e ka masën 50º 40' 5''. Gjeni masën e këndit në sekonda këndore.

USHTRIME

1 Matni këndet e paraqitura në figurën 3.40. Gjeni masën e këndit në minuta dhe sekonda këndore.

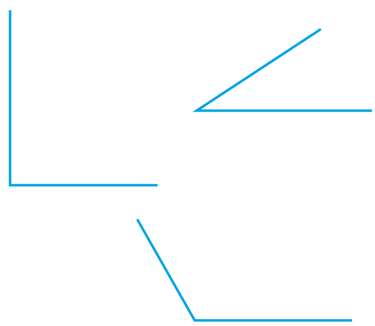


Fig. 3.40

2 Gjysmëdrejtëza [OC) shtrihet brenda këndit ∡AOB dhe m(∡AOC) = 27º; m(∡BOC) = 48º. Sa është masa e këndit ∡AOB?

3 Gjeni masën e këndit që është sa gjysma e këndit:
a) 120º; b) 45º; c) 129º.

4 Vizatoni këndin ∡AOB me masë 120º dhe ndajeni atë në tri pjesë kongruente. Po këndin 125º, a mund ta ndani me ndihmën e këndmatësit në tri pjesë Pse?

5 Këndi ∡A dhe këndi ∡B janë kënde komplementare. Gjeni masën e secilit, nëse masa e këndit ∡A është 12º më shumë se masa e këndit ∡B.

6 Masa e këndit ∡C është 25º më pak se masa e këndit ∡D. Gjeni masat e secilit kënd, nëse janë kënde suplementare.

7 Në figurën 3.41, ∡COD është i drejtë, kurse këndet ∡AOC dhe ∡BOD janë kongruente. Gjeni masat e tyre.

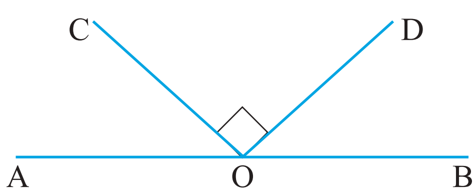


Fig. 3.41

3.6 Simetralja e këndit

A Kërkoni dhe zbuloni

Vizatoni një kënd të ngushtë. Gjeni masën e këndit. Me ndihmën e këndmatësit, ndani këndin në dy pjesë të barabarta. Përsëritni ushtrimin, duke ndarë në dy pjesë të barabarta një kënd të gjerë.
A mund të ndani një kënd të dhënë në disa pjesë të barabarta, vetëm me ndihmën e këndmatësit? Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Gjysmëdrejtëza [OC) e ndan këndin ∡AOB në dy pjesë kongruente. Këtë gjysmëdrejtëz e quajmë simetrale të këndit ∡AOB. Fig. 3.42

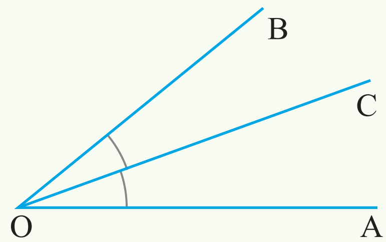


Fig. 3.42

Mbani mend:

Simetrale e këndit quhet gjysmëdrejtëza me origjinë në kulmin e këndit, e cila e ndan atë në dy pjesë kongruente.

Ndarja e këndit në dy pjesë kongruente, d.m.th. konstruktimi i simetrales së tij, mund të bëhet me anë të këndmatësit.

Punë në grup:

Konstruktoni simetralen e këndit
$m(\measuredangle AOB) = 64^\circ$. (figura 3.43).
Tregoni hapat që duhet të kryeni.
A mund të konstruktoni përgjysmoren e këndit 65º, duke përdorur këndmatësin?

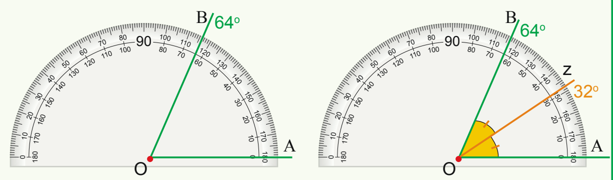


Fig. 3.43

Konstruktimin e simetrales së një këndi mund ta bëjmë edhe me anë të kompasit dhe të vizores, pa e përdorur këndmatësin.

Shembull

Për të konstruktuar simetralen e këndit ∡XOY ndjekim këto hapa:

1. Konstruktojmë një rreth me qendër O dhe rreze të çfarëdoshme *r*, që pret krahët e këndit në pikat A dhe B (fig 3.44/a)
2. Konstruktojmë një rreth me qendër A dhe rreze *r* dhe një rreth tjetër me qendër B dhe rreze *r*. Këta rrathë priten, brenda këndit ∡XOY, në pikën C (fig. 3.44/b).
3. Duke përdorur vizoren, vizatoni gjysmëdrejtëzën [OC). Kjo është simetralja e këndit ∡XOY (fig 3.44/c).

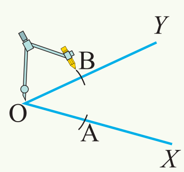


Fig. 3.44/a

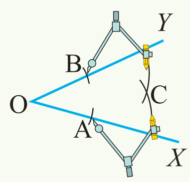


Fig. 3.44/b

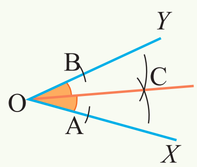


Fig. 3.44/c

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Konstruktoni në fletore këndet me masë 60º; 90º; 140º; 180º.
a) Konstruktoni simetralen e tyre, duke përdorur këndmatësin.
b) Konstruktoni simetralen e tyre, duke përdorur kompasin dhe vizoren.

2. Simetralja e këndit ∡AOB formon me krahun [OA) këndin me masë 32º. Sa shkallë është masa e këndit ∡AOB?

3. Në figurën 3.45, m(∡AOB) = 90º. [ON) është simetralja e këndit ∡BOC, kurse [OM) është simetralja e këndit ∡COA. Gjeni masën e këndit ∡MON.

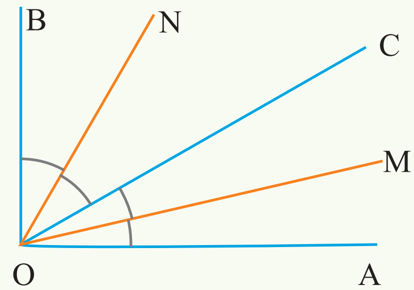


Fig. 3.45

4. A është e mundur që:
a) trefishi i një këndi të ngushtë të jetë kënd i ngushtë?
b) dyfishi i një këndi të ngushtë të jetë kënd i gjerë?
c) gjysma e këndit të gjerë të jetë kënd i drejtë?
d) gjysma e këndit të gjerë të jetë kënd i ngushtë?
Argumentoni.

5. Vizatoni një kënd çfarëdo dhe konstruktoni me vizore dhe kompast simetralen e tij. Kontrolloni punën tuaj me anë të këndmatësit.

USHTRIME

1 Këndi ∡AOB e ka masën 48º. [OC) është simetralja e këndit ∡AOB, kurse [OM) është simetralja e këndit ∡AOC. Gjeni masën e këndit ∡AOM.

2 Konstruktoni simetralen e këndit ∡AOB, masa e të cilit është:
a) 40º; b) 80º; c) 100º; d) 180º.

3 Konstruktoni me kompas dhe vizore simetralen e këndeve 45º; 127º.

4 Me anë të këndmatësit, konstruktoni simetralen e këndit të drejtë.

5 Këndet ∡AOB dhe ∡BOC janë kënde të përbrinjëshme. Simetralja e këndit ∡AOB e ndan atë në dy pjesë me masa nga 36º. Vizatoni figurën. Vizatoni simetralen e këndit ∡BOC. Gjeni:
a) masën e këndit ∡BOC;
b) masën e gjysmës së këndit ∡BOC.
Në sa shkallë e ndan këndin ∡BOC simetralja e tij?

6 Simetralja e këndit ∡MON formon me krahun [ON) të këndit, këndin me masë 29º. Vizatoni figurën. Gjeni:
a) masën e këndit ∡MON;
b) masën e këndit suplementar me këndin ∡MON;
c) masën e këndit komplementar me këndin ∡MON.

3.7 Drejtëzat normale (pingule)

A Kërkoni dhe zbuloni

Vizatoni, me anën e trekëndëshit të vizatimit, një kënd të drejtë me kulm O. Pastaj zgjatni secilin nga krahët e tij përtej O, duke marrë drejtëza të plota. Kontrolloni me anë të trekëndëshit të vizatimit (ose me këndmatës) nëse janë të drejta tri këndet e tjera. Shpjegoni pse ndodh kjo.

B Vrojtoni dhe mësoni

Dy drejtëza prerëse formojnë 4 kënde, dy nga dy kënde kryqëzore mes tyre, d.m.th. dy nga dy të barabarta (fig. 3.46).

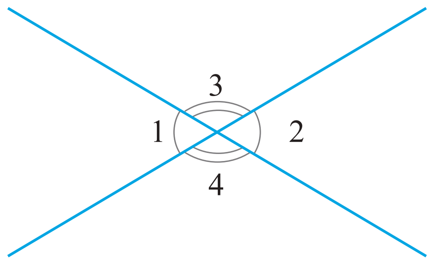


Fig. 3.46

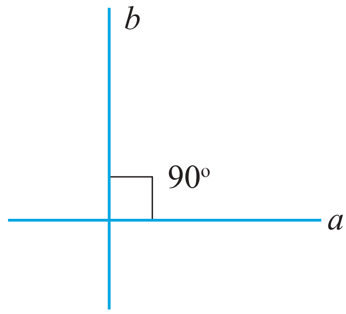


Fig. 3.47

Mund të ndodhë që katër këndet, që formohen nga prerja e dy drejtëzave, të jenë të barabartë me njëri-tjetrin; atëherë secili prej tyre është 90º (kënd i drejtë).

Në këtë rast, drejtëzat quhen normale (pingule) me njëra-tjetrën (fig. 3.47).

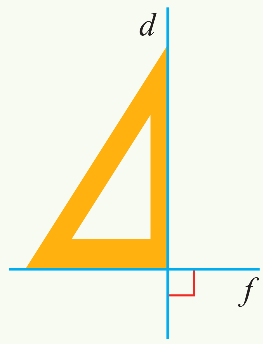


Fig. 3.48

Mbani mend:

Dy drejtëza quhen normale (pingule) me njëra-tjetrën, kur ato priten duke formuar kënde të drejta. Në qoftë se dy drejtëza a, b janë normale, përdoret shënimi $a \perp b$.

Punë në grup:

Si mund të përdorni trekëndëshin e vizatimit për të kontrolluar nëse dy drejtëza janë normale? (fig. 3.48)

Në figurën 3.49 tregohet si mund të konstruktohet normalja ndaj drejtëzës a në pikën A të saj, duke përdorur trekëndëshin e vizatimit.

Për të vizatuar dy drejtëza normale njëra me tjetrën, mund të veproni siç tregohet në figurën 3.50. Komentoni hapat e paraqitur.

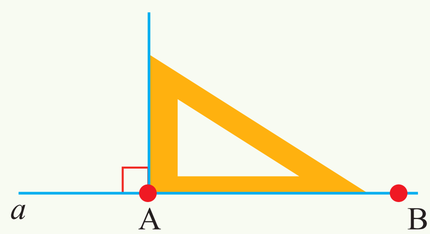


Fig. 3.49

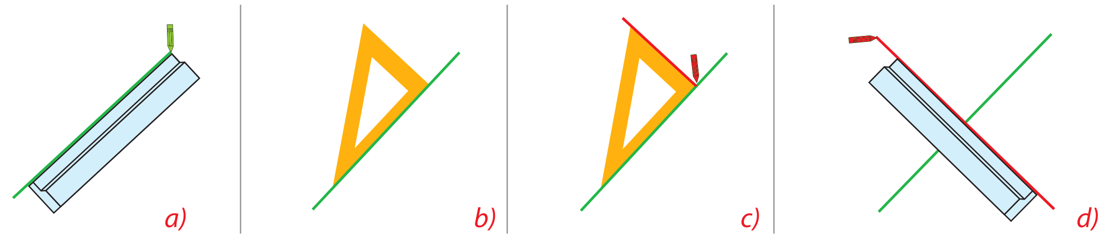


Fig. 3.50

Për të vizatuar një drejtëz normale ndaj një drejtëze të dhënë *d* e që kalon nga një pikë e dhënë A, mund të ndiqen hapat e treguar në figurën 3.51. Komentoni.

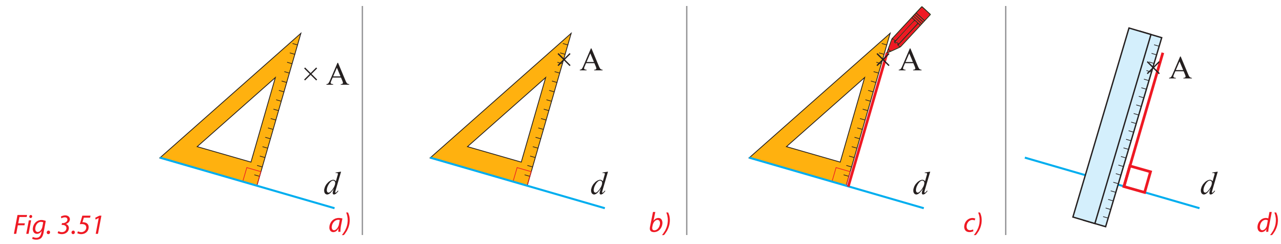


Fig. 3.51

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vizatoni një drejtëz dhe në të caktoni dy pika C, D. Me anën e trekëndëshit të vizatimit, vizatoni dy normale me drejtëzën, njëra në pikën C dhe tjetra në pikën D.

2. Vëreni figurën 3.52.
a) Gjeni me sy (pa mjete), drejtëzat që duken normale.
b) Përdorni trekëndëshin e vizatimit për të gjetur drejtëzat normale.

3. Vizatoni një drejtëz. Merrni një pikë A jashtë drejtëzës. Konstruktoni drejtëzën pingule me drejtëzën që keni vizatuar dhe që kalon nga pika A. Argumentoni veprimet.

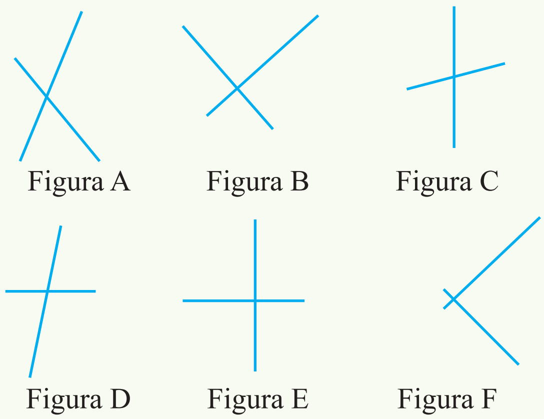


Fig. 3.52

4. Gjeni drejtëza normale në mjediset e klasës suaj.

USHTRIME

1 Shënoni në fletore një pikë A. Vizatoni dy drejtëza normale që priten në pikën A, duke përdorur:
a) trekëndëshin e vizatimit; b) këndmatësin.

2 Shënoni në fletore një drejtëz *a* dhe një pikë M jashtë saj. Konstruktoni një drejtëz *b* që kalon nga pika M dhe është normale me drejtëzën *a*:
a) me anë të trekëndëshit të vizatimit; b) me anë të këndmatësit.

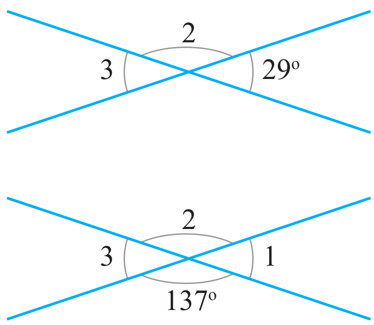


Fig. 3.53

3 Në figurën 3.53 janë dhënë dy drejtëza prerëse *a*, *b* dhe është dhënë masa e njërit nga këndet. Gjeni masat e këndeve të tjera.

4 Gjeni në figurën 3.54 çiftet e drejtëzave normale me njëra-tjetrën.

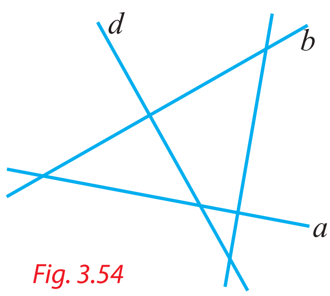


Fig. 3.54

5 Në figurën 3.55 këndet $\measuredangle$AOC dhe $\measuredangle$BOC janë të përbrinjëshme. [ON) është simetrale e këndit $\measuredangle$AOC, kurse [OM) është simetrale e këndit $\measuredangle$BOC.
a) Është dhënë $m(\measuredangle AOC) = 40^\circ$. Gjeni këndin midis simetraleve [OM) dhe [ON).
b) Është dhënë $m(\measuredangle AOC) = 72^\circ$. Gjeni përsëri masën e këndit $\measuredangle$MON.
c) Në qoftë se $m(\measuredangle AOC) = 80^\circ$, sa do të jetë masa e këndit $\measuredangle$MON?

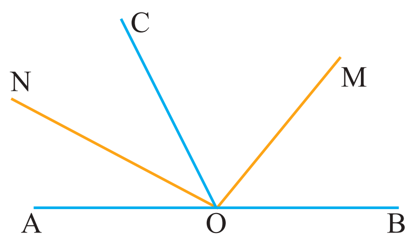


Fig. 3.55

3.8 Simetralja (përmesorja) e segmentit

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Vizatoni në një fletë të bardhë një segment [AB] me gjatësi 4 cm. Gjeni mesin M të këtij segmenti, duke përdorur një vizore të shkallëzuar. Vizatoni pastaj, me ndihmën e trekëndëshit të vizatimit, drejtëzën që kalon nga pika M dhe që është normale me drejtëzën (AB). Emërtojeni me shkronjën *p*.
2. Në drejtëzën e dhënë *p*, caktoni një pikë të çfarëdoshme C. Gjeni, me vizore të shkallëzuar, largesat e pikës C nga pika A dhe nga pika B.
3. Caktoni në drejtëzën *p* një pikë tjetër D dhe matni largesat DA dhe DB. Çfarë vini re? A mund të nxirrni një përfundim?

B Vrojtoni dhe mësoni

Mbani mend:

Drejtëza që kalon nga mesi i një segmenti [AB] dhe është normale me drejtëzën (AB), quhet simetrale (përmesore) e segmentit [AB].

Sipas këtij përcaktimi, për të konstruktuar simetralen e [AB], mjafton të ndjekim këta hapa:
1. të gjejmë mesin M të segmentit [AB] (duke përdorur vizoren e shkallëzuar);
2. të vizatojmë në pikën M, drejtëzën që është normale me (AB) (duke përdorur trekëndëshin e vizatimit ose këndmatësin).
a) Në figurën 3.56 janë treguar hapat për konstruktimin e simetrales së segmentit [AB].

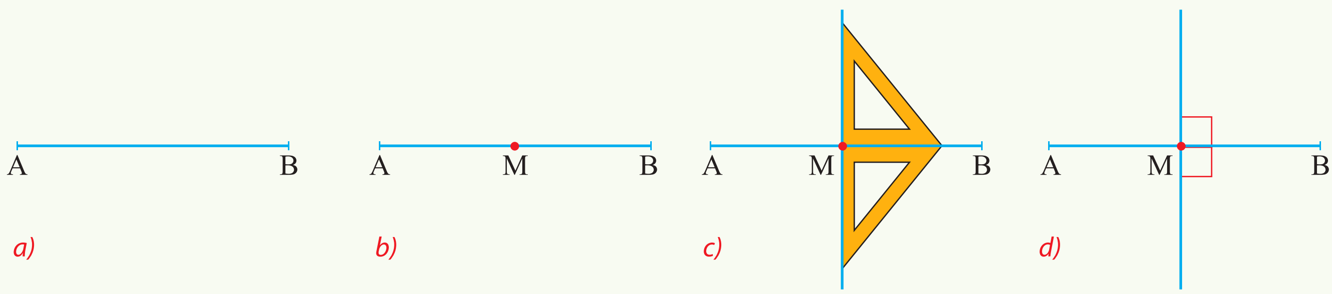


Fig. 3.56

b) Çdo pikë që ndodhet në simetralen e segmentit [AB] ka largesa të barabarta nga pikat A dhe B. Pra, nëse E është një pikë e çfarëdoshme e simetrales *p* të segmentit [AB], atëherë EA = EB (fig. 3.57).

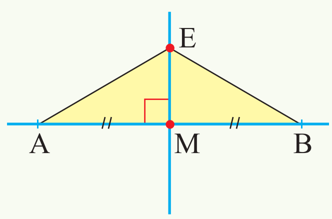


Fig. 3.57

3. Simetralen e një segmenti [AB] mund ta konstruktojmë edhe ndryshe, duke përdorur vetëm vizoren dhe kompasin:

Hapi I Me qendër në pikën A dhe rreze sa AB vizatojmë një rreth (fig. 3.58/a).
Hapi II Me qendër në pikën B dhe rreze sa BA vizatojmë një rreth tjetër (fig. 3.58/b).
Hapi III Këta dy rrathë priten në dy pika L, K (fig. 3.58/c).
Hapi IV Tërheqim me vizore drejtëzën (LK) (fig. 3.58/d).
Kështu kemi simetralen e segmenti [AB].

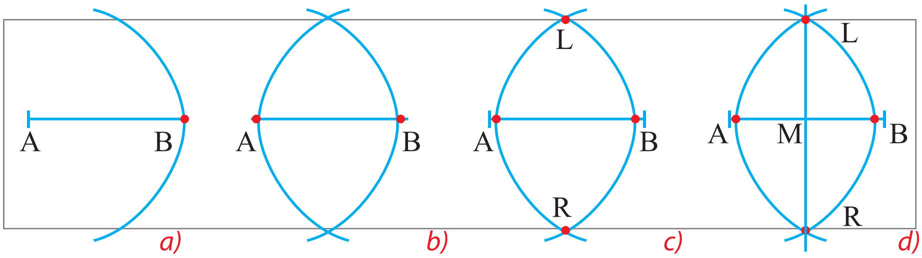


Fig. 3.58

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vizatoni një segment [CD], ku CD = 6 cm. Konstruktoni simetralen e tij, duke përdorur vizore të shkallëzuar dhe trekëndëshin e vizatimit.

2. Vizatoni një segment [PR]. Konstruktoni simetralen e tij, duke përdorur një kompas dhe vizore (jo të shkallëzuar).

3. A është drejtëza (OM) simetrale e segmentit [AB] (fig. 3.59)? Argumentoni përgjigjen.

4. Për të vendosur një pikturë, Arbri gjeti një pikë C në murin e dhomës, të tillë që AB = 3 m, BC = 2,2 m, CA = 2 m. A ndodhet pika C në simetralen e segmentit [AB], ku [AB] është brinja e poshtme e faqes së murit?

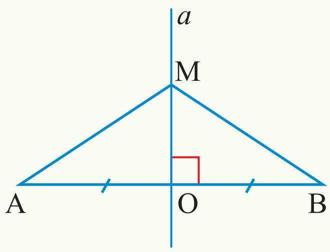


Fig. 3.59

USHTRIME

1 Në trekëndëshin ABC, kemi AB = 5 cm, BC = 5 cm dhe CA = 8 cm. A ndodhet pika C në simetralen e [AB]? Po pika B në simetralen e [AC]?

2 Në figurën 3.60, cila drejtëz mund të jetë simetrale e [AC]? Shpjegoni pse.

3 a) Nëse AB = BC = 3 cm dhe [AF] ≠ [FC], a mund të jetë drejtëza (BF) simetrale e [AC]?

b) Nëse AB = BC = 3 cm dhe AF = FC = 4 cm. Ç'mund të thoni për simetralen e [AC]?

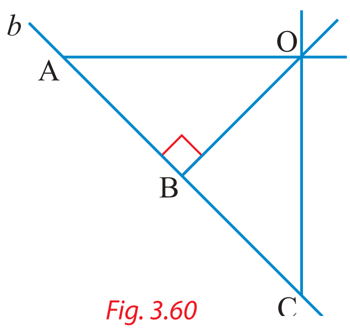


Fig. 3.60

4 Vizatoni një segment [AB] me gjatësi 5 cm. Gjeni mesin e tij duke përdorur kompasin dhe vizoren (e pashkallëzuar).

3.9 Largesa e një pike nga një drejtëz

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Rrafshi përbëhet nga një pafundësi vijash dhe, duke lëvizur sipas tyre, mund të kalojmë nga pika A në pikën B. Në figurën 3.61 janë paraqitur tri prej tyre. Cila është rruga më e shkurtër nga pika A për në pikën B?

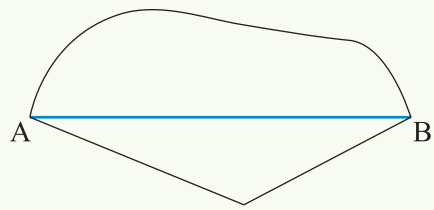


Fig. 3.61

2. Ndodhemi në shkretëtirë, në pikën N. Larg, para nesh duket një rrëke uji (figura 3.62). Cila është rruga më e shkurtër për të arritur tek uji?

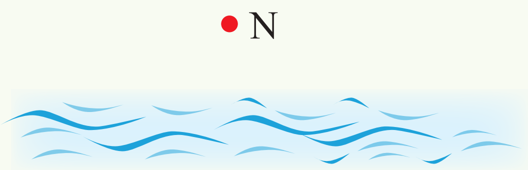


Fig. 3.62

B Vrojtoni dhe mësoni

Largesa e një pike nga një drejtëz.

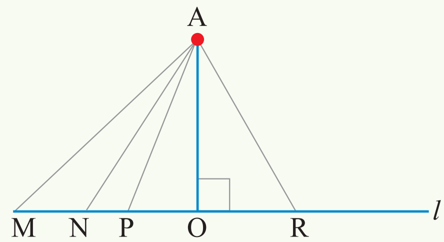


Fig. 3.63

Punë në grup

Në figurën 3.63 është paraqitur drejtëza ℓ dhe pika A jashtë saj. Nga kjo pikë është tërhequr normalja ndaj drejtëzës ℓ (e cila e pret këtë në pikën O), si edhe disa drejtëza të tjera që bashkojnë pikën A me pika të tjera të drejtëzës ℓ. Matni segmentet [A M], [AN], [AP], [AO], [AR]. Cili segment ka gjatësinë më të vogël?

Vihet re se largesa më e vogël e pikës A nga pikat e drejtëzës ℓ është gjatësia e segmentit normal të dhënë nga A ndaj drejtëzës ℓ, pra [AO].

Mbani mend:

Largesë e pikës A nga drejtëza ℓ quhet gjatësia e segmentit [AO] të normales së tërhequr nga kjo pikë mbi drejtëzën ℓ.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Shënoni në fletore pikën A.

a) Përcaktoni 5 pika me largesë 3 cm nga pika A.

b) Ku ndodhen të gjitha pikat e rrafshit që largesën nga pika A e kanë 3 cm?

2. Shënoni në fletore drejtëzën *c* dhe dy pika A, B në anë të ndryshme të saj. Tregoni në figurë largesat e pikave A, B nga drejtëza *c*, si dhe largesën ndërmjet pikave A, B. Matni ato.

3. Gjeni largesën e pikës A nga drejtëza *a* dhe nga drejtëza *b* në figurën 3.64.

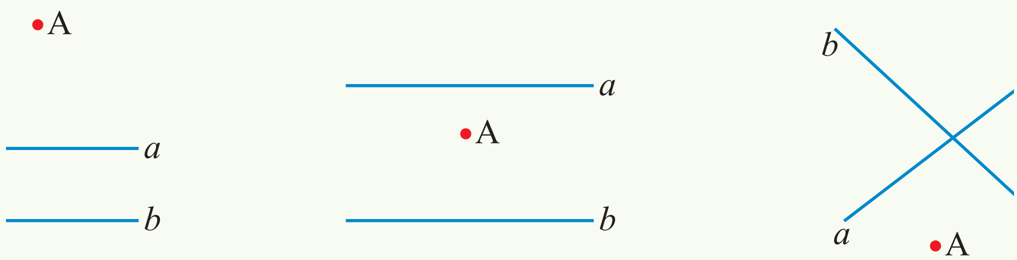


Fig. 3.64

4. Gjeni largesën e çdo kulmi të trekëndëshit ABC nga drejtëza *a* (figura 3.65).

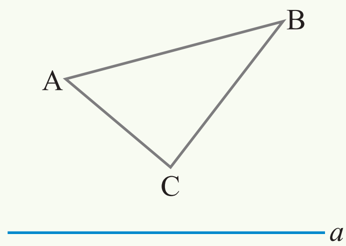


Fig. 3.65

5. Vizatoni një drejtëz *d*.
a) Caktoni 6 pika nga tri në secilën anë të *d*, që e kanë largesën 2 cm prej saj.
b) Ku ndodhen pikat e rrafshit që e kanë largesën 2 cm nga drejtëza *d*?

6. Gjeni largesën e pikës ku është vendosur fotografia në murin e klasës suaj nga drejtëza të përcaktuara nga prerja e faqeve të mureve të klasës.

USHTRIME

1 Vizatoni një rreth dhe një drejtëz, e cila nuk e pret atë. Gjeni:
a) largesën e qendrës së rrethit nga drejtëza;
b) largesën më të vogël të pikave të drejtëzës nga rrethi.

2 Vizatoni një drejtkëndësh. Matni largesat e dy kulmeve të drejtkëndëshit nga brinja përballë. Çfarë vini re?

3 Vizatoni një trekëndësh ABC. Matni largesën e kulmit A nga drejtëza (BC).

4 Vizatoni një trekëndësh ABC.
a) Matni largesën e pikës B nga drejtëza (AC).
b) Gjeni prodhimin e kësaj largese me largesën [AC].
c) Matni largesën e pikës C nga drejtëza (AB).
d) Gjeni prodhimin e kësaj largese me largesën e segmentit [AB]. Çfarë vini re?

3.10 Drejtëzat paralele

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Në figurën 3.66, tregoni në cilin rast kemi çift drejtëzash paralele. A mund të tregoni pse janë paralele?

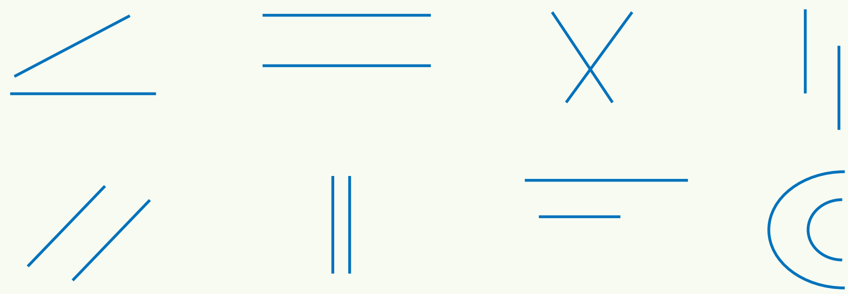


Fig. 3.66

B Vrojtoni dhe mësoni

Dy drejtëza çfarëdo në rrafsh mund të priten (d.m.th. të kenë një pikë të përbashkët) ose të mos priten (të mos kenë asnjë pikë të përbashkët).

Mbani mend:

Dy drejtëza të rrafshit që nuk kanë asnjë pikë të përbashkët quhen **drejtëza paralele.**
Me sy të lirë, shpesh nuk mund të gjykojmë nëse dy drejtëza janë paralele.

I. Një veti dalluese e drejtëzave paralele është që largësia midis tyre, është kudo e njëjtë (fig. 3.67).

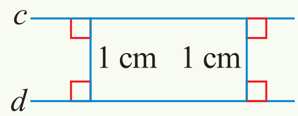


Fig. 3.67

II. Për të vizatuar dy drejtëza paralele:
   i) mund të përdoren të dyja anët e vizores së sheshtë (fig. 3.68/a);
   ii) mund të përdoren vizorja dhe trekëndëshi i vizatimit (fig. 3.68/b). Komentoni mënyrën e konstruktimit të paraqitur në këtë figurë.

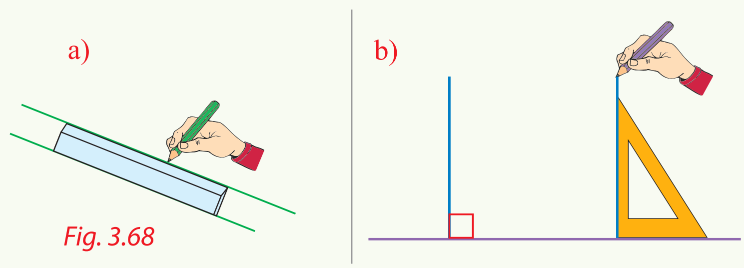


Fig. 3.68

III. Për të kontrolluar nëse dy drejtëza të dhëna a, b janë paralele, mund të përdoren vizorja dhe trekëndëshi i vizatimit.
Për këtë mund të ndiqni hapat e paraqitur në figurën 3.69. Komentoni.

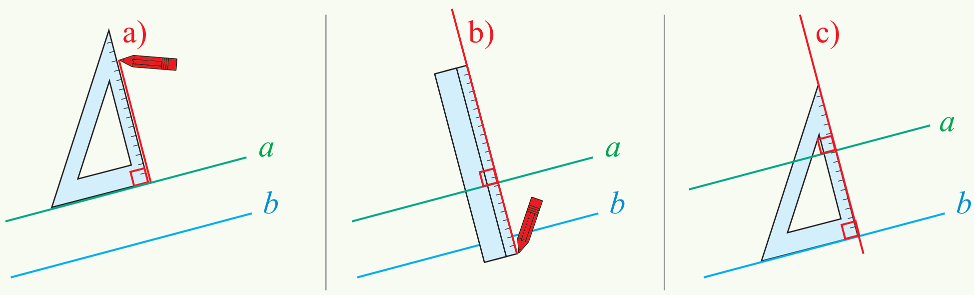


Fig. 3.69

Mbani mend:

Kur dy drejtëza janë paralele, të gjitha pikat e njërës kanë të njëjtën largesë nga drejtëza tjetër.
Pikërisht këtë largesë, e quajmë largesë ndërmjet dy drejtëzave paralele. (fig 3.70).

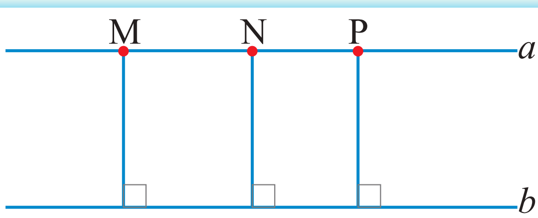


Fig. 3.70

C Ushtrohuni duke zbatuar

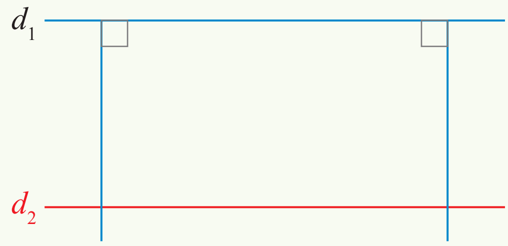


Fig. 3.71

1. Agroni donte të tërhiqte një drejtëz d_2 paralele me drejtëzën d_1. Drejtëza që ka tërhequr është shënuar me të kuqe (fig. 3.71). A e ka hequr Agroni drejtëzën e dëshiruar?
2. A janë paralele drejtëzat *g* dhe *m* të paraqitura në figurën 3.72? Shpjegoni pse.
3. Dy drejtëza paralele mund të konstruktohen me anë të dy palosjeve të një flete të bardhë, ashtu siç tregohet në figurën 3.73. Bëni këto palosje sipas radhës që tregohet në figurë.
Në klasën tuaj tregoni tri çifte drejtëzash paralele.

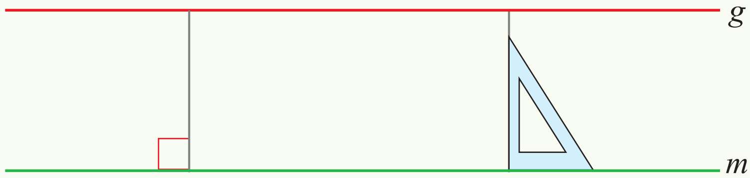


Fig. 3.72

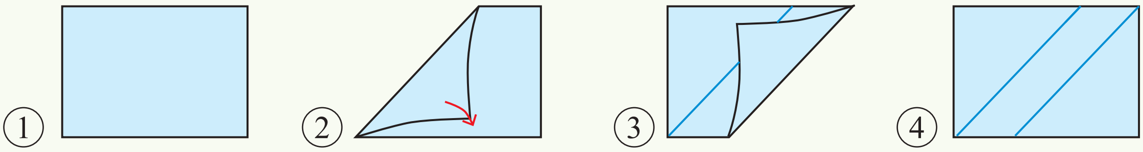


Fig. 3.73

USHTRIME

1 A janë paralele drejtëzat *d* dhe *f* të paraqitura në figurën 3.74? Shpjegoni pse.

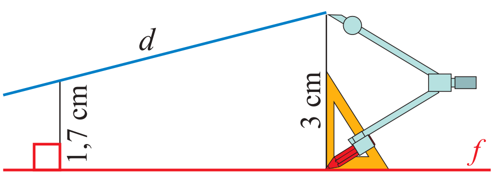


Fig. 3.74

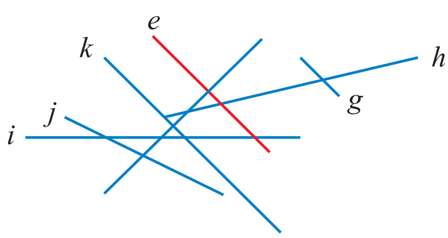


Fig. 3.75

2 Në figurën 3.75, tregoni gjithë drejtëzat që janë paralele me drejtëzën *e*.

3 Dy drejtëza normale, a mund të jenë paralele?

4 Cila nga shkronjat T dhe N përmban: a) dy segmente paralele? b) dy segmente pingule?

5 Shpjegoni mënyrën e paraqitur në figurën 3.76 për të marrë dy drejtëza paralele.

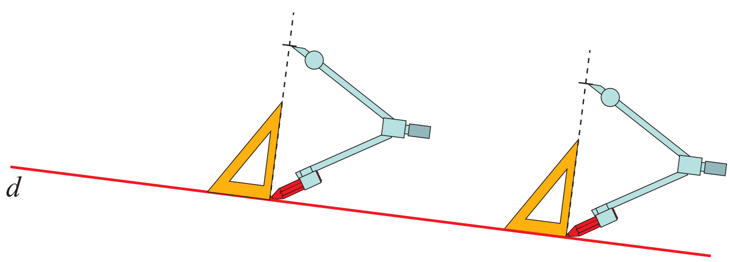


Fig. 3.76

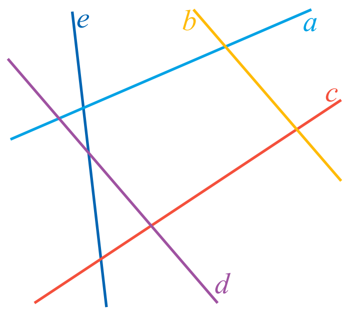
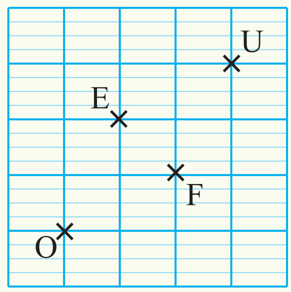
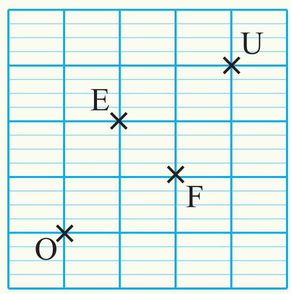
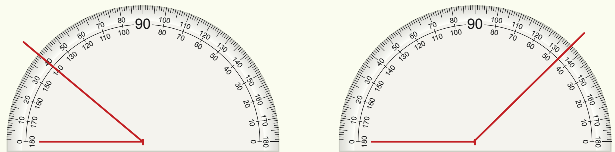
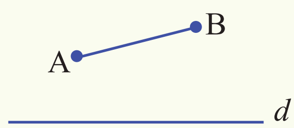
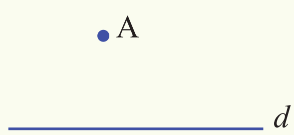


Fig. 3.77

6 Në figurën 3.77, dy drejtëza janë paralele midis tyre. Cilat janë ato?

3.11 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	***Provoni të zgjidhni***
Përfytyrimi i rrafshit, i pikës dhe i drejtëzës:	1. Tregoni shokut/shoqes si e përfytyroni rrafshin, pikën dhe drejtëzën.
Ndarja e drejtëzës në pjesë me anë të pikave dhe emërtimet e tyre; ndarja e rrafshit në pjesë me anë të drejtëzës dhe emërtimet e tyre:	2. Në figurën 3.78, konstruktoni drejtëzën (OU). Ku gjenden pikat E dhe F?  *Fig. 3.78* Tregoni gjysmëdrejtëzat me origjinë pikën O. Konstruktoni gjysmëdrejtëzat me origjinë pikën E.
Pikat që duhen për të përcaktuar një segment në një drejtëz; gjetja e gjatësisë së një vije të thyer, që përbëhet nga disa segmente të njëpasnjëshme:	3. Tregoni sa segmente mund të konstruktohen me pikat në figurën 3.78.  *Fig. 3.78* Gjeni të gjitha segmentet e mundshme. Renditni nga më i vogli te më i madhi. Konstruktoni vija të thyera që kalojnë nëpër këto pika. Gjeni dhe krahasoni gjatësitë e tyre.
Këndi; llojet e këndeve sipas masës së tyre:	4. Vizatoni një kënd të ngushtë, të gjerë, të shtrirë, të drejtë, të hapur, të plotë. 5. Kërkojini shokut/shoqes të masë këndet duke përdorur këndmatësin.
Njësia e matjes së masës së këndit dhe nënfishat e saj:	6. Tregoni sa minuta dhe sa sekonda këndore ka: 10° = ...' = ..." 90° = ...' = ..."

	7. Plotësoni barazimin: 500' =.......... º........' 4000" =..........º........'........"
Përdorimi i këndmatësit për të gjetur masën e këndit:	8. Lexoni masën e këndeve të treguara në figurë.  Fig. 3.79
Simetralja e këndit; Konstruktimi i tyre me ndihmën e: a) këndmatësit; b) vizores dhe kompasit.	9. Konstruktoni këndet: 40º; 115º. Konstruktoni simetralen e këndeve. Tregoni veprimet që kryet.
Vetitë e këndeve kryqëzuese;	10. Vizatoni dy drejtëza prerëse. Dalloni këndet që formohen. Me sa më pak matje, gjeni masën e secilit prej tyre.
Këndet suplementare (shtuese) dhe komplementare (plotësuese):	11. Masa e një këndi është 50º 35'. Gjeni masën e këndit suplementar. 12. Masa e një këndi është 50º 35' 20". Gjeni masën e këndit komplementar. 13. Vendosni V dhe G për fjalitë: a) Dy kënde të përbrinjëshme janë suplementare. b) Dy kënde suplementare janë gjithmonë të përbrinjëshme.
Simetralja (përmesorja) e segmentit dhe ndërtimi i saj: a) vetëm me vizore të shkallëzuar; b) me vizore dhe kompas:	14. Vizatoni një segment [AB]. Konstruktoni simetralen e tij. Tregojini shokut/shoqes si vepruat.
Gjetja e largesës së pikës nga drejtëza:	15. Gjeni largesën e skajeve të segmentit [AB] nga drejtëza *d*  Fig. 3.80
Drejtëzat prerëse, normale dhe paralele; konstruktimi i drejtëzave paralele:	Në figurën 3.81, tregoni: a) Drejtëzën normale me *d* dhe që kalon nga A. b) Drejtëzën paralele me *d* dhe që kalon nga A.  Fig. 3.81

3.12 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Shqyrtoni figurën 3.82. Sa kënde të drejta dallon në të? Tregoni 5 çifte drejtëzash që janë normale njëra me tjetrën.

(2 pikë)

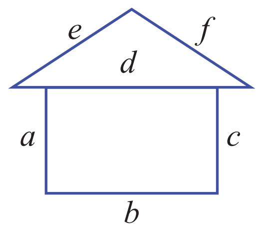


Fig. 3.82

2 Vizatoni një kënd të ngushtë dhe konstruktoni (me këndmatës e vizore) simetralen e tij.

(2 pikë)

3 Në figurën 3.83, tregoni:
a) Drejtëzën normale me b dhe që kalon nga A.
b) Drejtëzën paralele me a dhe që kalon nga B.

(2 pikë)

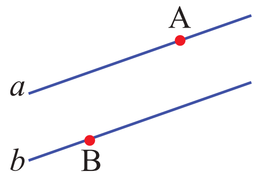


Fig. 3.83

4 Konstruktoni simetralen e një këndi të dhënë:
a) duke përdorur këndmatës dhe vizore;
b) duke përdorur kompas dhe vizore.

(4 pikë)

5 Për një segment të dhënë, duke përdorur kompas dhe vizore:
a) konstruktoni simetralen e tij;
b) gjeni mesin e tij.

(4 pikë)

6 Duke parë figurën 3.84, tregoni nëse fjalitë janë të vërteta:
a) Drejtëzat d dhe e janë normale.
b) $d \perp f$.
c) g është normale me f.
d) Drejtëza d nuk është normale me g.

(4 pikë)

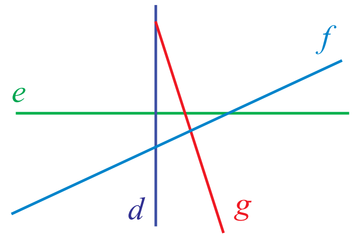


Fig. 3.84

7 Cilat nga brinjët e shumëkëndëshit të paraqitur në figurën 3.85 janë paralele midis tyre?

(2 pikë)

8 Vizatoni një drejtëz d.
a) Tërhiqni disa drejtëza paralele me d.
b) Konstruktoni drejtëzën paralele me d, me largesë 2 cm prej saj.

(4 pikë)

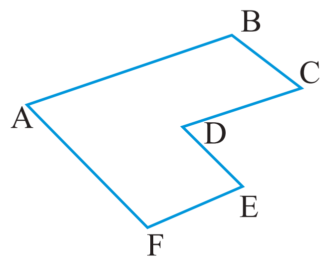


Fig. 3.85

9 Konstruktoni një kënd ∡AOB dhe caktoni një pikë M brenda tij.
a) Nga pika M, konstruktoni drejtëzat paralele me krahët e këndit.
b) Nga pika M, konstruktoni drejtëzat normale me krahët e këndit.

(6 pikë)

4 Thyesat

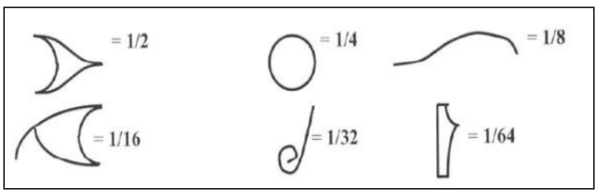
Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

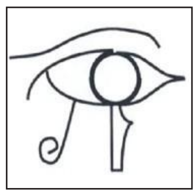
- *identifikon thyesën si herës të dy numrave natyrorë, numëruesit dhe emëruesit;*
- *paraqet thyesat si pjesë të tërësisë;*
- *dallon llojet e thyesave, të rregullta, të parregullta dhe numrat e përzier;*
- *identifikon thyesat e barabarta, zgjeron dhe thjeshton thyesat.*
- *shndërron thyesat e parregullta në numra të përzier dhe anasjellas;*
- *përcakton pjesën e dhënë te tërësia dhe përcakton tërësinë kur është dhënë pjesa;*
- *paraqet thyesën si masë (paraqitja e thyesave si masë i referohet pozitës së një numri në boshtin numerik);*
- *krahason thyesat duke shfrytëzuar boshtin numerik, duke i kthyer në thyesa me emërues të njëjtë dhe sipas mënyrës së shumëzimit në diagonale;*
- *kryen veprimet me thyesa (mbledhjen, zbritjen, shumëzimin, pjesëtimin);*
- *zgjidh detyra me fjalë (në situata praktike), duke përdor veprimet me thyesa.*

Fjalë kyçe:

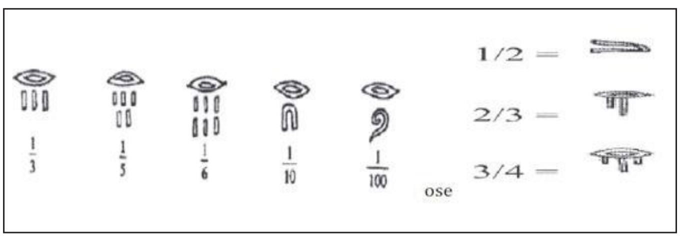
thyesë, numërues, emërues, thyesë e rregullt, e parregullt, të barabarta, thjeshtim, e pathjeshtueshme, emërues i përbashkët, krahasim, mbledhje, zbritje, shumëzim, pjesëtim, numrat e përzier, thyesa të anasjellta, pjesë, tërësia.

A E DINI SE...?





Horusi, hyjni e egjiptianëve të lashtë, paraqitet si fajkua. Sipas gojëdhënave, Horusi luftoi kundër të vëllait Sethit dhe në luftë humbi njërin sy. Syri i Horusit konsiderohej me fuqi të jashtëzakonshme magjike. Figura e syrit të Horusit përbëhet nga 6 pjesë të dallueshme, të cilat janë hieroglife. Këto simbole përdoreshin nga egjiptianët e lashtë si thyesa, me numërues 1 dhe emërues numrat 2, 4, 8, 16, 32, 64, siç ilustrohet në figurë.



Për thyesa të ndryshme nga këto, egjiptianët përdornin hieroglifin e gojës, që paraqiste shqiptimet e ndryshme të tingullit R me anë të buzëve dhe gojës.

4.1 Kuptimi i thyesës

A Kërkoni dhe zbuloni

Kekun në figurën 4.1 e ndajmë në 8 pjesë të barabarta. Në drekë u hëngrën 3 pjesë. Sa pjesë të kekut mbetën? Nëse ju kërkohet "ç'pjesë e kekut mbeti", a ndryshon përgjigjja? Si? Diskutoni.

Fig. 4.1

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Një pjesë e një një objekti mund të paraqitet me anë të një thyese.
Gjatësia e segmentit [AB] në figurën 4.2 është 5 cm.
Themi që 1 cm përbën $\frac{1}{5}$ e segmentit [AB].

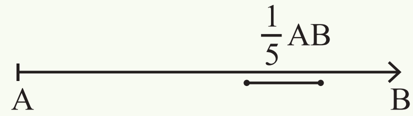


Fig. 4.2

Shënimet e trajtës $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{5}$ etj. i quajmë **thyesa**.

Te thyesa $\frac{3}{8}$ ←Numri 3 quhet **numëruesi** (tregon se sa pjesë të tilla kemi marrë).
←Numri 8 quhet **emëruesi** (tregon në sa pjesë të barabarta është ndarë tërësia).

II. Thyesat mund t'i paraqitim si numra në boshtin numerik.
Në figurën 4.3, është marrë segmenti [OA] sa $\frac{1}{6}$ e segmentit njësi [OE], janë paraqitur thyesat $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$.

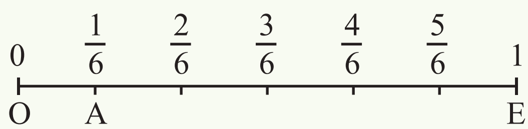


Fig. 4.3

- Paraqitni në boshtin numerik thyesën $\frac{3}{5}$.

III. "Thyesën me numërues më të vogël se emëruesi e quajmë **të rregullt.**" Të tilla janë p.sh. thyesat $\frac{1}{7}, \frac{8}{20}, \frac{31}{32}$ etj.

Thyesën, numëruesi i së cilës është më i madh se emëruesi, e quajmë **të parregullt**.

Të tilla janë p.sh. thyesat $\frac{10}{9}, \frac{20}{15}, \frac{7}{6}$ etj.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në figurën 4.4, shkruani thyesën që i përgjigjet pjesës së ngjyrosur të figurës.

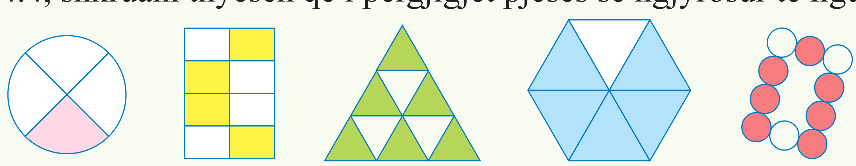


Fig. 4.4

2. Anila thotë: "$\frac{8}{8}$ e një torte është 1. Pra, $\frac{8}{8} = 1$". A ka të drejtë Anila?
3. Në figurën 4.5, për çdo thyesë tregoni pikën e boshtit numerik që i përgjigjet.

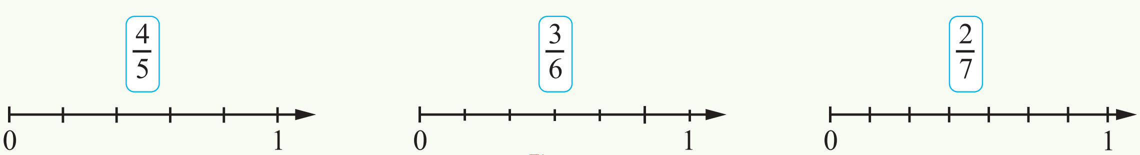


Fig. 4.5

4. Unë kam bërë $\frac{2}{3}$ e rrugës për në shkollë. Ç'pjesë e rrugës më mbetet?

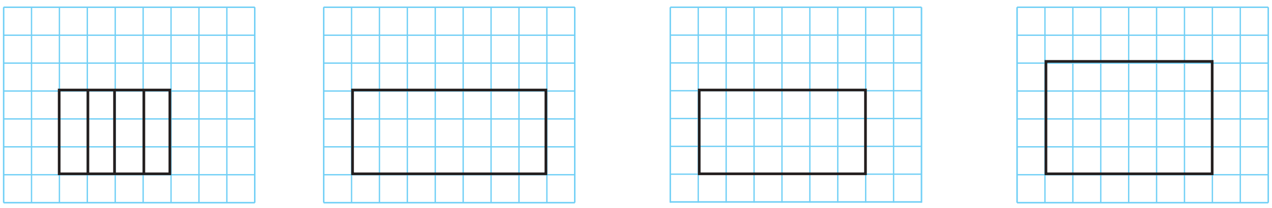
USHTRIME

1 Lexoni thyesat e mëposhtme: $\frac{1}{5}; \frac{1}{7}; \frac{2}{3}; \frac{4}{9}; \frac{5}{100}$.

2 a) Ç'pjesë të orës paraqet 1 minutë? b) Ç'pjesë të orës paraqesin 10 minuta?
c) Ç'pjesë të shekullit paraqesin 7 vjet? d) Ç'pjesë të vitit paraqesin 15 ditë?

3 Ndani drejtkëndëshin e mëposhtëm (fig. 4.6) në pjesë dhe ngjyrosni:

a) $\frac{1}{4}$ e tij; b) $\frac{5}{7}$ e tij; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{3}{8}$ e tij.



$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{8}$

Fig. 4.6

4 Në figurat e mëposhtme ngjyrosni pjesën që tregon thyesa (fig. 4.7)

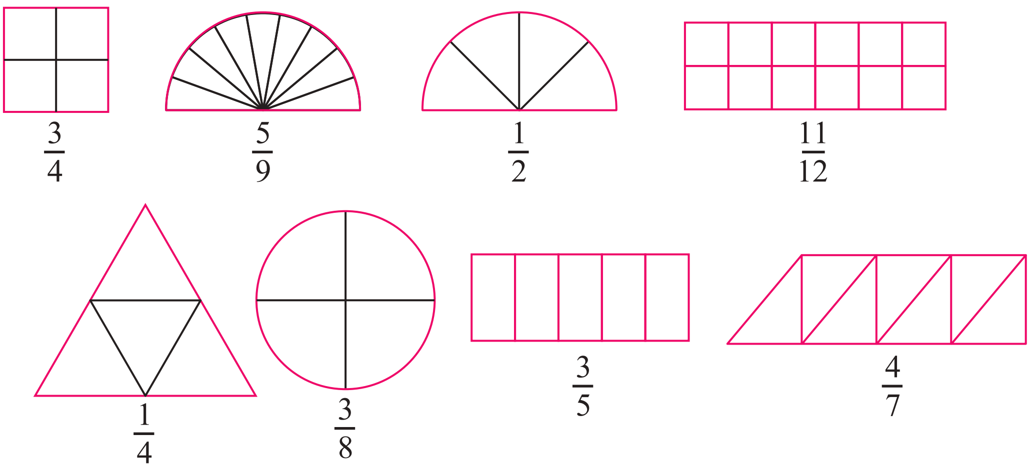


Fig. 4.7

5 Në vend të pikave, vini numra, që të merrni thyesa të rregullta.

$\frac{5}{\cdots}; \frac{\cdots}{5}; \frac{10}{\cdots}; \frac{\cdots}{10}; \frac{9}{\cdots}; \frac{35}{\cdots}; \frac{\cdots}{20}$.

6 Paraqitni në boshtin numerik thyesat: $\frac{3}{4}; \frac{5}{8}; \frac{7}{10}$.

7 Distanca e fshatit nga qyteti është 8 km. Një çiklist përshkoi 3 km të kësaj rruge. Ç'pjesë e rrugës i ka mbetur?

8 Ç'pjesë të vitit përbën muaji janar? Po muaji prill?

9 Lumi më i gjatë i trojeve shqiptare është Drini, 285 km, që formohet nga bashkimi i Drinit të Bardhë që shtrihet në Kosovë për 122 km, dhe Drinit të Zi. Ç'pjesë të gjatësisë së Drinit përbën Drini i Bardhë? Po Drini i Zi?

4.2 Vetia themelore e thyesave

A Kërkoni dhe zbuloni

Era ndau me Mirin dhe Zanën një çokollatë. Ajo u kujdes që secili të merrte të njëjtën pjesë të çokollatës.

Mirit i dha $\frac{1}{3}$ e çokollatës, Zanës — dhe vetë mbajti $\frac{6}{18}$ e saj.

Diskutoni me shokun/shoqen tuaj: a ka vepruar drejt Era?

Fig. 4.8

B Vrojtoni dhe mësoni

Ka raste kur thyesa, që në dukje janë të ndryshme, tregojnë të njëjtën madhësi.

Kështu, thyesat $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ dhe $\frac{6}{18}$ tregojnë të njëjtën pjesë të njësisë.

Shembull

Vrojtoni figurën 4.9. A tregojnë thyesat $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ dhe $\frac{6}{9}$ të njëjtën pjesë të drejtkëndëshit të dhënë?

A mund të shkruajmë: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$?

Argumentoni përgjigjen.

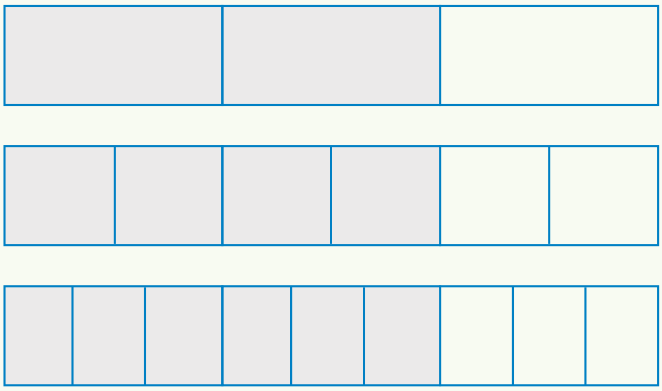


Fig. 4.9

Zgjidhje

Vëmë re se thyesa $\frac{4}{6}$ është marrë nga thyesa $\frac{2}{3}$, duke shumëzuar numëruesin dhe emëruesin e saj me 2. Pra, $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2}$.

Thyesa $\frac{6}{9}$ është marrë nga thyesa $\frac{2}{3}$, duke shumëzuar numëruesin dhe emëruesin e saj me 3. Pra, $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3}$.

Mbani mend:

Nëse shumëzojmë numëruesin dhe emëruesin e një thyese me të njëjtin numër (të ndryshëm nga zero), marrim një thyesë të barabartë me thyesën e parë.

Kjo është **vetia themelore e thyesave**. Me anë të shkronjave, vetia themelore e thyesave shkruhet:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} \quad (c \neq 0).$$

- Vetia themelore e thyesave na jep mundësinë që të zëvendësojmë një thyesë, me një thyesë të barabartë me të, por me numërues dhe emërues tjetër.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Shkruani 5 thyesa të barabarta me thyesën $\frac{2}{7}$.

2. Plotësoni barazimet:

a) $\frac{2}{6} = \frac{\cdots}{18}$; b) $\frac{3}{4} = \frac{6}{\cdots}$; c) $\frac{2}{5} = \frac{\cdots}{10} = \frac{12}{\cdots}$.

3. Sillni thyesat:

a) $\frac{3}{2}; \frac{5}{4}; \frac{6}{5}; \frac{31}{25}$ në emëruesin 100. b) $\frac{2}{3}; \frac{7}{5}; \frac{4}{9}; \frac{16}{15}$ në emëruesin 45.

4. Mira thotë që mund të përdorë fushën e orës për të kontrolluar nëse thyesat $\frac{5}{60}$ dhe $\frac{1}{12}$ janë të barabarta. Si mund të veprojë ajo?

USHTRIME

1 Plotësoni me thyesa të barabarta:

a) $\frac{1}{3} = \cdots$; b) $\frac{\;}{\;} = \cdots$; c) $\frac{2}{9} = \cdots$; d) $\frac{3}{10} = \cdots$

2 Gjeni numrin natyror x në thyesat e barabarta:

a) $\frac{12}{20} = \frac{3x}{5x}$; b) $\frac{27}{36} = \frac{3x}{4x}$; c) $\frac{50}{200} = \frac{1x}{4x}$.

3 Shkruani numrin e duhur në vend të pikave.

a) $\frac{2}{7} = \frac{\cdots}{14}$; b) $\frac{3}{11} = \frac{\cdots}{33}$; c) $\frac{7}{10} = \frac{\cdots}{100}$; d) $\frac{4}{5} = \frac{\cdots}{30}$.

4 Kontrolloni nëse është i vërtetë barazimi dhe pse.

a) $\frac{1}{5} = \frac{14}{70}$; b) $\frac{2}{7} = \frac{4}{14}$; c) $\frac{6}{7} = \frac{35}{42}$; d) $\frac{8}{11} = \frac{45}{55}$.

5 Plotësoni numrat që mungojnë.

a) $\frac{2}{3} = \frac{\cdots}{6} = \frac{\cdots}{18} = \frac{\cdots}{36}$; b) $\frac{1}{3} = \frac{2}{\cdots} = \frac{3}{\cdots} = \frac{4}{\cdots} = \frac{5}{\cdots}$; c) $\frac{1}{4} = \frac{\cdots}{12} = \frac{4}{\cdots} = \frac{\cdots}{20} = \frac{7}{\cdots}$.

6 Ktheni thyesën $\frac{5}{8}$ në thyesë me emërues: 16, 32, 56, 1000.

7 Cilat nga thyesat e mëposhtme mund t'i shndërroni në thyesa me emërues 36?

$\frac{7}{12}; \frac{7}{11}; \frac{7}{10}; \frac{7}{9}; \frac{7}{8}; \frac{7}{7}; \frac{7}{6}; \frac{7}{5}; \frac{7}{4}; \frac{7}{3}; \frac{7}{2}; \frac{7}{1}$?

8 Shkruani të gjitha thyesat e rregullta me emërues 10. Veçoni prej tyre ato që mund t'i thjeshtojmë.

4.3 Thjeshtimi i thyesave. Thyesat dhe numrat natyrorë

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Viti shkollor zgjat 9 muaj. Beni thotë që ai zgjat sa $\frac{3}{4}$ e vitit kalendarik.
   "Jo, ai zgjat $\frac{9}{12}$ e vitit" – thotë Era.
   Cili prej tyre ka të drejtë? Diskutoni, duke argumentuar.
2. Vrojtoni figurën 4.10. Tri picat duhen ndarë në 4 pjesë të barabarta.
   Mira thotë: "Nuk e bëj dot, sepse 3 nuk pjesëtohet me 4".
   Po ju, a mund t'i ndani picat në 4 pjesë të barabarta?

Fig. 4.10

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Vetia themelore e thyesave mund të shkruhet edhe kështu:

$$\frac{a}{b}=\frac{a:c}{b:c}\,(c\neq 0)$$

Mbani mend:

Nëse pjesëtohet numëruesi dhe emëruesi i një thyese me të njëjtin numër natyror, merret një thyesë e barabartë me thyesën e parë. Ky proces quhet "**thjeshtim i thyesës**".

Thjeshtimi më i mirë bëhet kur numëruesi dhe emëruesi i saj pjesëtohen me pjesëtuesin më të madh të përbashkët (PMP) të tyre.

Shembull

Thjeshtoni thyesën $\frac{42}{60}$. PMP i numrave 42 dhe 60 është 6. (*kontrolloni*)

Zgjidhje

Mund të shkruani: $\frac{42}{60}=\frac{42:6}{60:6}$ d.m.th. $\frac{42}{60}=\frac{7}{10}$.

Mbani mend:

Nëse numëruesi dhe emëruesi nuk kanë pjesëtues të përbashkët, thyesa nuk mund të thjeshtohet. Në këtë rast, quhet thyesë e pathjeshtueshme.

II. Me ndihmën e thyesave mund të shkruajmë rezultatin e pjesëtimit të dy numrave natyrorë çfarëdo. Në pyetjen e paraqitur në fillim të mësimit, vumë re se 3 pica mund të ndahen në 4 pjesë të barabarta, duke ndarë secilën në katër pjesë të barabarta. Secili nga fëmijët merr tri pjesë prej tyre.

Kështu, vijën e thyesës $\frac{3}{4}$ mund ta kuptojmë si shenjë pjesëtimi të 3 me 4. $\frac{3}{4}=3:4$

Nëse a dhe b janë numra natyrorë çfarëdo, thyesa $\frac{a}{b}$ jep rezultatin e pjesëtimit të a me b: $\frac{a}{b}=a:b$. Për çdo numër natyror m, kemi $m:1=m$, pra $\frac{m}{1}=m$ si edhe $m:m=1$, d.m.th. $\frac{m}{m}=1(m\neq 0)$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kontrolloni nëse janë të sakta thjeshtimet e mëposhtme dhe bëni korrigjimet e nevojshme.

$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$; $\frac{20}{50}=\frac{2}{5}$; $\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$; $\frac{15}{25}=\frac{3}{2}$.

2. Thjeshtoni, duke pjesëtuar me 2 ose me 3.

$\frac{12}{10}=\frac{...}{...}$; $\frac{14}{16}=\frac{...}{...}$; $\frac{12}{9}=\frac{...}{...}$; $\frac{8}{30}=\frac{...}{...}$; $\frac{15}{18}=\frac{...}{...}$.

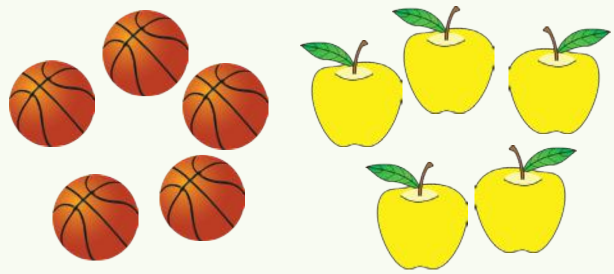
3. Ndër thyesat e mëposhtme, rrethoni ato që janë të pathjeshtueshme. Të tjerat thjeshtojini.

$\frac{4}{9}$; $\frac{3}{11}$; $\frac{15}{18}$; $\frac{20}{5}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{45}{60}$.

4. Shkruani 5 thyesa të barabarta me numrin natyror 4.

5. Me 10 euro Zana bleu 4 fletore. Gjeni sa kushton një fletore.

6. Ndani 5 mollë në mënyrë të barabartë midis 3 shokëve.
A mund të ndani 5 topa futbolli në mënyrë të barabartë midis 6 shokëve?



USHTRIME

1 Shkruani në trajtë thyese herësat:
2 : 5 = ...; 1:10 = ...; 12 : 9 = ...; 4 : 1 = ...; 15 : 6 = ...

2 a) Fëmijët ndanë 4 simite në mënyrë të barabartë ndërmjet 12 vetëve. Sa i takoi secilit?
b) Fëmijët ndanë 3 çokollata në mënyrë të barabartë ndërmjet 5 vetëve. Sa i takoi secilit?

3 2 kg biskota u ndanë në mënyrë të barabartë në 10 paketa. Sa kg biskota ka në secilën paketë?

4 a) Agimi përshkoi 2 km për 30 minuta. Sa km në minutë përshkoi Agimi?
b) Për 15 minuta, treni përshkoi 20 km. Sa km përshkoi treni për 1 minutë?

5 Thjeshtoni thyesat dhe tregoni cilat prej tyre përfaqësojnë numra të plotë:

$\frac{25}{100}$; $\frac{24}{30}$; $\frac{36}{12}$; $\frac{36}{4}$; $\frac{10}{8}$; $\frac{42}{7}$; $\frac{50}{100}$.

6 Syprina e Tokës është rreth 510 000 000 km². 360 milionë km² prej tyre janë të mbuluara me ujë, kurse 150 milionë km² janë të mbuluara me tokë. Tregoni ç'pjesë e Tokës është e mbuluar me ujë dhe ç'pjesë është tokë.

4.4 Sjellja e thyesave në emërues të përbashkët

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Një vajzë ka lexuar $\frac{3}{8}$ e një libri, kurse një djalë ka lexuar $\frac{6}{16}$ e po këtij libri. A kanë lexuar të dy fëmijët njëlloj? Po nëse do të lexonin libra të ndryshëm?
2. Një makinë bëri $\frac{9}{50}$ e rrugës Prishtinë – Gjakovë, kurse një tjetër bëri $\frac{18}{100}$ e kësaj rruge. A kanë përshkruar të njejtën distancë?
   Diskutoni me shokun/shoqen tuaj.

B Vrojtoni dhe mësoni

- Gjatë zgjidhjes së shumë problemave, është e nevojshme që thyesat me emërues të ndryshëm t'i zëvendësojmë me thyesa të barabarta me to, por që kanë të njëjtin emërues. Këtë veprim e quajmë **sjellje të thyesave në emërues të përbashkët.**

Shembull

Sillni në emërues të përbashkët thyesat $\frac{3}{24}$ dhe $\frac{5}{8}$.

Zgjidhje

Emëruesi i njërës thyesë (24) pjesëtohet pa mbetje me emëruesin tjetër. Prandaj atë mund ta marrim si emërues të përbashkët të thyesave të dhëna. Kështu, mjafton të sjellim thyesën $\frac{5}{8}$ në emëruesin 24.

Faktori plotësues është 24 : 8 = 3. Pra, $\frac{5}{8}=\frac{5\cdot 3}{8\cdot 3}=\frac{15}{24}$.

Mbani mend:

Për të marrë emëruesin më të vogël të mundshëm të përbashkët të dy thyesave, gjeni shumëfishin më të vogël të përbashkët (SHVP) të emëruesave të tyre.

Punë në grup

Sillni në emërues të përbashkët thyesat $\frac{7}{12}$ dhe $\frac{11}{18}$, duke gjetur SHVP të 12 dhe 18.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Për thyesat $\frac{3}{4}$ dhe $\frac{5}{6}$ plotësoni:

a) Shumëfisha të 4 janë ...

b) Shumëfisha të 6 janë ...

c) SHVP (4, 6) = ...

d) Për thyesën $\frac{3}{4}$ kemi ...: 4 = ..., prandaj $\frac{3}{4}=\frac{3\cdot ...}{4\cdot ...}=$

e) Për thyesën $\frac{5}{6}$ kemi ...: 6 = ..., prandaj $\frac{5}{6}=\frac{5\cdot ...}{6\cdot ...}=$

2. Sillni në emërues të përbashkët thyesat:

a) $\frac{1}{6}$ dhe $\frac{5}{18}$; $\quad$ $\frac{1}{4}$ dhe $\frac{5}{12}$.

b) $\frac{3}{8}$ dhe $\frac{5}{6}$; $\quad$ $\frac{5}{6}$ dhe $\frac{7}{9}$.

c) $\frac{7}{20}$ dhe $\frac{3}{25}$; $\quad$ $\frac{3}{20}$ dhe $\frac{2}{30}$; $\quad$ $\frac{4}{12}$ dhe $\frac{7}{15}$.

3. Sillni në emërues të përbashkët thyesat:

a) $\frac{7}{2}; \frac{27}{3}; \frac{2}{5}$; $\quad$ b) $\frac{9}{20}; 4; \frac{5}{3}$; $\quad$ c) $\frac{5}{8}; \frac{5}{6}; \frac{9}{4}$; $\quad$ d) $\frac{5}{9}; \frac{4}{4}; \frac{8}{6}$.

4. Sillni në emërues të përbashkët thyesat:

a) $\frac{1}{4}$; $\quad$ b) $\frac{1}{5}$; $\quad$ c) $\frac{2}{3}$; $\quad$ d) $\frac{3}{15}$.

5. Shpresa kreu një shëtitje me gjatësi 1750 m, kurse Arbëri shëtiti për $\frac{7}{4}$ km. A shëtitën njëlloj?

USHTRIME

1 Gjeni disa emërues të përbashkët të thyesave të mëposhtme. Më pas, gjeni emëruesin më të vogël të përbashkët të tyre.

a) $\frac{3}{4}$ dhe $\frac{1}{3}$; $\quad$ b) $\frac{4}{7}$ dhe $\frac{9}{4}$; $\quad$ c) $\frac{1}{6}$ dhe $\frac{1}{8}$.

2 Ktheni thyesat në emëruesin më të vogël të përbashkët.

a) $\frac{7}{10}$ dhe $\frac{3}{20}$; $\quad$ $\frac{2}{3}$ dhe $\frac{7}{12}$; $\quad$ $\frac{7}{15}$ dhe $\frac{3}{5}$.

b) $\frac{1}{4}$ dhe $\frac{1}{6}$; $\quad$ $\frac{1}{6}$ dhe $\frac{1}{8}$; $\quad$ $\frac{2}{15}$ dhe $\frac{3}{20}$.

3 Sillni thyesat në emëruesin më të vogël të përbashkët.

a) $\frac{8}{15}; \frac{7}{10}; \frac{2}{5}$; $\quad$ b) $\frac{1}{6}; \frac{3}{8}; \frac{2}{9}$; $\quad$ c) $\frac{1}{12}; \frac{7}{18}; \frac{2}{3}; \frac{4}{15}$.

4 Numëruesi dhe emëruesi i një thyese janë numra çift. A mund të thjeshtohet thyesa në një formë më të thjeshtë? Arsyetoni përgjigjen tuaj.

5 Në një oborr në formë drejtkëndëshi, me brinjë 50 m dhe 35 m është ndërtuar një pishinë, me gjatësi 20 m dhe me gjerësi 7 m. Ç'pjesë të oborrit zë pishina?

6 Largesa Prizren – Prishtinë është 84 km. Arbri niset nga Prizreni dhe ka përshkuar 24 km, ndërsa Ana niset nga Prishtina dhe ka bërë 30 km. Gjeni:

a) ç'pjesë të rrugës ka bërë secili;

b) ç'pjesë të rrugës janë larg Arbri me Anën.

4.5 Krahasimi i thyesave

A Kërkoni dhe zbuloni

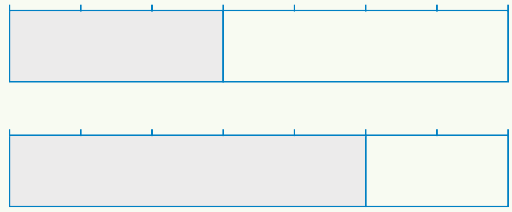


Fig. 4.11

1. Në figurën 4.11 janë paraqitur dy drejtkëndësha, të ndarë secili në 7 pjesë të barabarta. Cila nga pjesët e ngjyrosura është më e madhe? Argumentoni përgjigjen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shembull

Pjesa e ngjyrosur në drejtkëndëshin e dytë ($\frac{5}{7}$ e drejtkëndëshit) është më e madhe se pjesa e ngjyrosur në drejtkëndëshin e parë (— e drejtkëndëshit). Pra, $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$.

Në figurën 4.12, pjesët e ngjyrosura përbëjnë përkatësisht $\frac{3}{5}$ dhe $\frac{3}{7}$ të drejtkëndëshit.

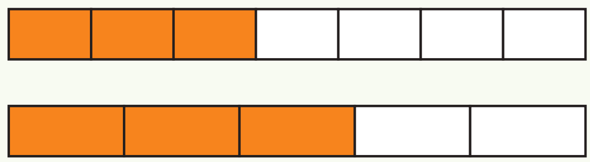


Fig. 4.12

Vëmë re që $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$.

Mbani mend:

a) Nga dy thyesa me emërues të barabartë, më e madhja është ajo që ka numëruesin më të madh.
b) Nga dy thyesa me numërues të barabartë, më e madhja është ajo që ka emëruesin më të vogël.
c) Kur thyesat kanë emërues të ndryshëm dhe numërues të ndryshëm, për t'i krahasuar ato, i kthejmë në emërues të përbashkët.

Punë në grup

Krahasoni thyesat $\frac{3}{8}$ dhe $\frac{2}{5}$.

I. Krahasimi i thyesave me numrin 1

Numrin 1 shkruhet si thyesë me numërues dhe emerues të njejtë. Për të krahasuar $\frac{5}{7}$ me numrin 1, e shkruajmë atë në trajtën $\frac{7}{7}$. Kemi $\frac{5}{7} < \frac{7}{7}$, pra $\frac{5}{7} < 1$.

Për të krahasuar $\frac{6}{5}$ me 1, e shkruajmë këtë të fundit në trajtën $\frac{5}{5}$. Kemi $\frac{6}{5} > \frac{5}{5}$, pra $\frac{6}{5} > 1$.

Mbani mend:

Thyesat e rregullta janë më të vogla se 1.
Thyesat e parregullta janë më të mëdha se 1.

II. Metoda e shumëzimit në diagonale për krahasimin e thyesave

Për të krahasuar thyesat $\frac{3}{8}$ dhe $\frac{2}{5}$ mund të veprohet kështu:

- shumëzohet numëruesi i secilës thyesë me emëruesin e tjetrës: $3 \cdot 5$ dhe $8 \cdot 2$;
- numëruesi i thyesës më të madhe është ai që ka dhënë prodhimin më të madh: meqë $3 \cdot 5 < 2 \cdot 8$, atëherë $\frac{3}{8} < \frac{2}{5}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Radhitni thyesat e mëposhtme nga më e vogla te më e madhja.

a) $\frac{8}{9}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{10}{9}$; $\frac{4}{9}$; b) $\frac{5}{17}$; $\frac{9}{17}$; $\frac{8}{17}$; $\frac{16}{17}$.

2. Shkruani një thyesë më të madhe se $\frac{3}{7}$, por më të vogël se $\frac{6}{7}$.

3. Rrethoni thyesën më të madhe në secilin nga rastet e mëposhtme.

a) $\frac{1}{5}$ dhe $\frac{1}{7}$; b) $\frac{3}{15}$ dhe $\frac{3}{14}$; c) $\frac{6}{10}$ dhe $\frac{6}{9}$.

4. Krahasoni thyesat.

a) $\frac{2}{3}$ dhe $\frac{4}{5}$; b) $\frac{4}{7}$ dhe $\frac{3}{5}$; c) $\frac{1}{2}$ dhe $\frac{5}{9}$.

5. Përdorni metodën e shumëzimit në diagonale për të krahasuar thyesat.

a) $\frac{3}{4}$ dhe $\frac{6}{7}$; b) $\frac{3}{12}$ dhe $\frac{2}{10}$; c) $\frac{4}{5}$ dhe $\frac{7}{9}$.

6. Krahasoni me numrin 1 thyesat:

a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{10}{11}$; c) $\frac{20}{13}$; d) $\frac{100}{9}$.

7. Në bibliotekën e shkollës, $\frac{3}{7}$ e librave janë tekste shkollore, kurse $\frac{2}{5}$ janë libra artistikë. Çfarë lloj librash, artistikë apo tekste shkollore, ka më shumë në bibliotekë?

USHTRIME

1 Krahasoni thyesat:

a) $\frac{1}{2}$ dhe $\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{4}$ dhe $\frac{4}{5}$; c) $\frac{3}{10}$ dhe $\frac{1}{3}$.

2 Krahasoni thyesat duke përdorur metodën e shumëzimit në diagonale.

a) $\frac{5}{8}$ dhe $\frac{6}{7}$; b) $\frac{13}{20}$ dhe $\frac{9}{10}$; c) $\frac{4}{13}$ dhe $\frac{7}{19}$.

3 Nxënësi vizatoi në fletore një drejtkëndësh dhe ngjyrosi $\frac{3}{7}$ e tij. Cila pjesë është më e madhe, e ngjyrosura apo e pangjyrosura?

4 Nga një copë litari këputën $\frac{5}{9}$ e tij. Krahasoni pjesën e këputur të litarit me atë që mbeti.

5 Masat e Mërkurit, të Marsit, të Hënës janë përkatësisht $\frac{3}{50}$, $\frac{11}{100}$, $\frac{3}{250}$ e masës së Tokës. Cili nga këta trupa qiellorë ka masën më të madhe?

4.6 Mbledhja e thyesave

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Për secilin nga rastet në figurën 4.13 (a, b), tregoni:
   I ç'pjesë e figurës është ngjyrosur me të blertë?
   II ç'pjesë e figurës është ngjyrosur me të kuqe?
   III ç'pjesë e figurës është ngjyrosur?
   IV çfarë vini re për thyesat e mësipërme?

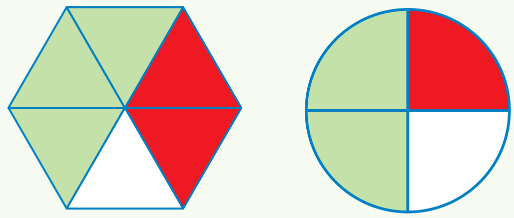


Fig. 4.13

2. Në figurën 4.14, tregoni ç'pjesë e njësisë së boshtit numerik është shënuar:
   a) me harqe të kuqe? b) me harqe blu? c) me harqe?
   Çfarë vini re për thyesat e mësipërme?

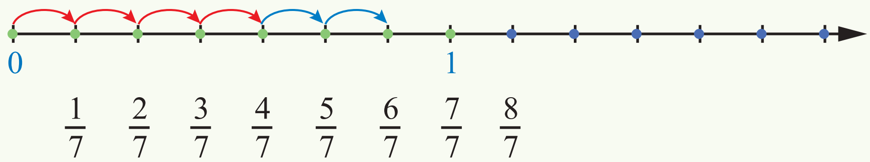


Fig. 4.14

Diskutoni me shokun/shoqen tuaj.

B Vrojtoni dhe mësoni

Ndodh shpesh që të na duhet të mbledhim thyesa me të njëjtin emërues.

Nga shembujt e mësipërm vihet re se $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$, d.m.th. $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$.

Si dhe $\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ d.m.th. $\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2+1}{4}=\frac{3}{4}$.

Këta shembuj na lejojnë të nxjerrim këtë përfundim:

Mbani mend:

a) Për të mbledhur dy thyesa me emërues të njëjtë, mbledhim vetëm numëruesit e tyre, kurse emëruesin e lëmë siç është.
Me shkronja, ky rregull shkruhet kështu:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c},$$ ku a, b, c janë numra natyrorë.

b) Për të mbledhur thyesa me emërues të ndryshëm, duhet që në fillim t'i sjellim ato në emërues të përbashkët.

Shembull

Gjeni shumën $\frac{1}{2}+\frac{3}{7}$.

Zgjidhje

Sjellim thyesat $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}$ në emërues të përbashkët. SHVP (2; 7) = 14.

Kemi 14 : 2 = 7, prandaj $\frac{1}{2}=\frac{1\cdot 7}{2\cdot 7}$ d.m.th. $\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$.

Kemi 14 : 7 = 2, prandaj $\frac{3}{7}=\frac{3\cdot 2}{7\cdot 2}$ d.m.th. $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$.

Atëherë, $\frac{1}{2}+\frac{3}{7}=\frac{7}{14}+\frac{6}{14}=\frac{7+6}{14}=\frac{13}{14}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Cilat nga mbledhjet janë bërë gabim?

a) $\frac{2}{25}+\frac{3}{25}=\frac{5}{50}$; b) $\frac{2}{25}+\frac{3}{25}=\frac{25}{5}$; c) $\frac{2}{25}+\frac{3}{25}=\frac{5}{25}$.

2. Plotësoni:

a) $\frac{4}{8}+\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{6}{8}$; b) $\frac{8}{10}+\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{15}{10}$.

3. Sipas shembullit $\frac{3}{5}+1=\frac{3}{5}+\frac{5}{5}=\frac{8}{5}$, gjeni:

a) $\frac{4}{7}+1$; b) $\frac{5}{10}+1$.

4. Gjeni shumat:

a) $\frac{5}{6}+\frac{7}{8}$; b) $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$.

5. Durimi përshkoi $\frac{2}{7}$ e rrugës, bëri një pushim dhe pastaj përshkoi $\frac{1}{6}$ e rrugës. Sa i ka mbetur për të bërë, më shumë apo më pak se gjysma e rrugës?

USHTRIME

1 Gjeni shumën e thyesave. Thjeshtoni thyesën që merret.

a) $\frac{1}{2}+-$; b) $\frac{7}{9}+\frac{8}{9}$; c) $\frac{1}{6}+\frac{2}{6}$; d) $\frac{1}{7}+\frac{3}{7}+\frac{3}{7}$.

2 Tregoni thyesën me të cilën duhen mbledhur thyesat e mëposhtme për të marrë 1.

a) $\frac{4}{9}$; b) $\frac{2}{7}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{7}{10}$; e) $\frac{2}{3}$.

3 Sillni thyesat në emërues të përbashkët dhe mblidhini.

a) $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}+\frac{2}{7}$; c) $\frac{2}{3}+\frac{3}{10}$; d) $\frac{2}{9}+\frac{1}{6}$.

4 Gjeni shumën:

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$; b) $\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$; c) $\frac{1}{4}+\frac{2}{25}+\frac{3}{100}$.

5 Pa kryer mbledhjen, krahasoni:

a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$ me $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$ me $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$.

6 Ditën e parë, Era lexoi $\frac{1}{4}$ e librit, ditën e dytë $\frac{1}{2}$ e tij. Ç'pjesë i mbeti për të lexuar Erës?

4.7 Numrat e përzier. Kthimi i thyesave të parregullta në numra të përzier

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Secili nga katrorët në figurën 4.15 është ndarë në 4 pjesë të barabarta.
   a) Tregoni me thyesë ç'pjesë e një katrori të plotë është ngjyrosur në çdo rast.
   b) Në rastin **c** është ngjyrosur 1 katror i plotë dhe çereku i tij. A mund të shkruhet $\frac{5}{4}=1+\frac{1}{4}$?

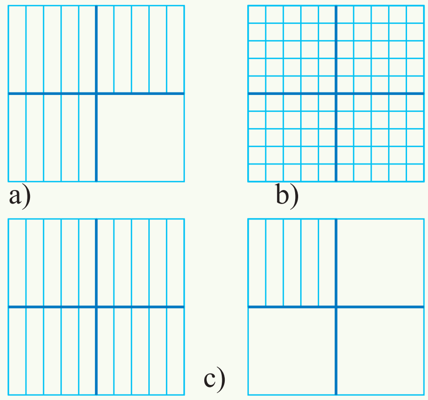


Fig. 4.15

B Vrojtoni dhe mësoni

• Në praktikë ka shpesh situata, ku thyesat e parregullta shkruhen si shuma numrash të plotë me thyesa të rregullta.

Kështu, më sipër vihet re se $\frac{5}{4}=1+\frac{1}{4}=1\frac{1}{4}$, si dhe $\frac{3}{2}=1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$.

Numrat $1\frac{1}{4}$ dhe $1\frac{1}{2}$ quhen numra të përzier. Numri 1 quhet pjesë e plotë e numrit $1\frac{1}{4}$; numri $\frac{1}{4}$ quhet pjesë thyesore e numrit $1\frac{1}{4}$.

Mbani mend:

Për të shkruar thyesën e parregullt si numër të përzier mjafton që:

Hapi I të kryhet pjesëtimi me mbetje i numëruesit me emëruesin;
Hapi II të merret herësi i përafërt si pjesë e plotë;
Hapi III të merret mbetja (nëse ka), si numërues i pjesës thyesore.

Shembulli 1

Për thyesën $\frac{41}{8}$, duke kryer pjesëtimin me mbetje të 41 me 8, gjejmë herësin 5 dhe mbetjen 1. Prandaj $\frac{41}{8} = 5\frac{1}{8}$.

Në disa raste kërkohet që të paraqitet një numër i dhënë i përzier, si thyesë e parregullt.

Shembulli 2

Tregoni numrin $7\frac{2}{5}$ si thyesë të parregullt.

Zgjidhje

Ju dini se: $7\frac{2}{5} = 7+\frac{2}{5}$. Por numri 7 mund të shkruhet si thyesë me emëruesin 5.

$7=\frac{7\cdot 5}{5}=\frac{35}{5}$. Prandaj $7\frac{2}{5}=7+\frac{2}{5}=\frac{35}{5}+\frac{2}{5}=\frac{37}{5}$.

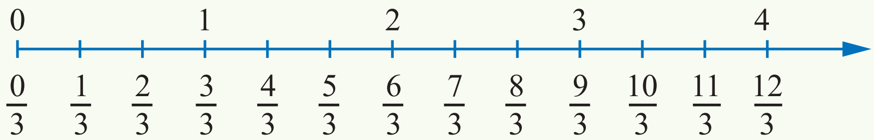
Mbani mend:

Për të paraqitur një numër të përzier si thyesë të parregullt:

Hapi I duhet të shumëzohet pjesa e plotë me emëruesin e pjesës thyesore;
Hapi II prodhimit të marrë i duhet shtuar numëruesi i pjesës thyesore;
Hapi III shuma e marrë duhet shkruar si numërues i thyesës, kurse emëruesi duhet lënë i pandryshuar.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vrojtoni boshtin numerik (fig. 4.16) dhe tregoni nëse barazimet e shkruara janë të vërteta.



a) $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{3} = 2 + \frac{5}{3}$ c) $\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$

Fig. 4.16

2. Shkruani thyesat $\frac{6}{4}$; $\frac{15}{8}$; $\frac{10}{6}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{12}{9}$ si numra të përzier.

3. Është dhënë numri i përzier $3\frac{4}{7}$. Për ta kthyer atë në thyesë, cila nga shprehjet e mëposhtme duhet llogaritur?
a) $3 \cdot 4 + 7$; b) $4 \cdot 7 + 3$; c) $3 \cdot 7 + 4$.

4. Ktheni në thyesë numrin e përzier: a) $5\frac{1}{4}$; b) $3\frac{9}{10}$.

5. Në figurën 4.17, tregoni me dy mënyra se ç'pjesë të ëmbëlsirës ka secili fëmijë përpara.

a) b) c)

Fig. 4.17

USHTRIME

1 Shkruani shumën si numër të përzier. a) $5 + \frac{1}{3}$; b) $7 + \frac{1}{2}$; c) $8 + \frac{3}{7}$; d) $1 + \frac{11}{12}$.

2 Shkruani thyesën e parregullt si numër të përzier dhe veçoni pjesën e plotë.
$\frac{5}{3}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{9}{2}$; $\frac{21}{11}$; $\frac{17}{4}$; $\frac{64}{15}$; $\frac{43}{12}$; $\frac{78}{25}$.

3 Thjeshtoni thyesën dhe veçoni pjesën e plotë të saj.
$\frac{20}{8}$; $\frac{15}{10}$; $\frac{28}{21}$; $\frac{14}{4}$; $\frac{40}{15}$; $\frac{56}{12}$; $\frac{50}{6}$.

4 Shkruani numrin e përzier si thyesë të parregullt. $1\frac{1}{2}$; $3\frac{4}{9}$; $4\frac{2}{3}$; $6\frac{1}{6}$; $7\frac{3}{11}$; $5\frac{4}{13}$.

5 Kryeni mbledhjen dhe paraqitni rezultatin si numër të përzier.
a) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8}$; b) $\frac{11}{12} + \frac{7}{12}$; c) $\frac{5}{12} + \frac{2}{3}$; d) $\frac{5}{12} + \frac{11}{18}$.

6 Shkruani 5 numra të përzier që ndodhen ndërmjet numrave natyrorë 3 dhe 4.

7 Një grup turistësh udhëtuan $2\frac{1}{5}$ orë me autobus, pasi pushuan $1\frac{3}{10}$ orë, ecën më këmbë një treçerek ore. Sa orë udhëtuan turistët?

4.8 Zbritja e thyesave

A Kërkoni dhe zbuloni

Buka është ndarë në 8 pjesë. Në tryezë u vendosën 7 pjesë, nga të cilat u hëngrën 4 pjesë. Ç'pjesë e bukës fillestare mbeti në tryezë?

B Vrojtoni dhe mësoni

Duke zgjidhur problemën e fillimit, ju bëtë zbritjen $\frac{7}{8}-\frac{4}{8}=\frac{3}{8}$

d.m.th. $\frac{7}{8}-\frac{4}{8}=\frac{7-4}{8}$.

Mbani mend:

Për të gjetur ndryshimin e dy thyesave me emërues të njëjtë, mjafton që nga numëruesi i thyesës së parë të zbrisni numëruesin e thyesës së dytë, kurse emëruesin e lini të pandryshuar.
Me anë të shkronjave, ky rregull shkruhet kështu:

$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$, ku a, b, c janë numra natyrorë dhe $a > b$.

Mbani mend:

Për të gjetur ndryshimin e thyesave me emërues të ndryshëm, në fillim i sjellim ato në emërues të përbashkët. Më pas, nga numëruesi i thyesës së parë zbritet numëruesi i thyesës së dytë, ndërsa emëruesi mbetet i pa ndryshuar.

Punë në grup

Gjeni ndryshimi: a) $\frac{7}{12}-\frac{1}{4}$; b) $1-\frac{5}{6}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

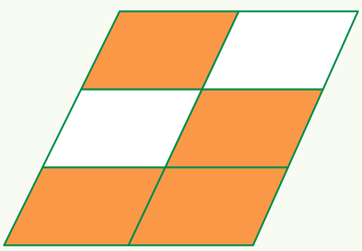
1. Kryeni veprimet:

a) $\frac{8}{5}-\frac{2}{5}=\cdots$; b) $2-\frac{3}{7}=\frac{\cdots}{7}-\frac{3}{7}=\cdots$.

2. Në figurën 4.18, tregoni ç'pjesë e figurës është ngjyrosur dhe ç'pjesë është e pangjyrosur.

Ngjyrosur______

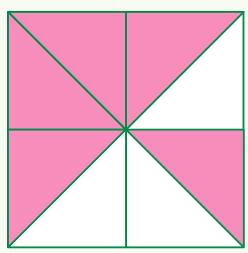
Pangjyrosur ____



a

Ngjyrosur______

Pangjyrosur ____



b

Fig. 4.18

3. Kryeni zbritjet:

a) $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$; b) $\frac{3}{5}-\frac{2}{6}$; c) $\frac{5}{7}-\frac{2}{9}$; d) $\frac{5}{12}-\frac{3}{20}$.

4. Plotësoni:

a) $\frac{\cdots}{5}-\frac{3}{5}=1$; b) $\frac{3}{7}-\frac{1}{7}+\cdots=\frac{6}{7}$.

5. Kryeni veprimet:

a) $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$; b) $\frac{3}{10}-\frac{1}{20}+\frac{9}{40}$.

6. Turistja përshkoi $\frac{2}{3}$ e rrugës. Ç'pjesë e rrugës mbeti për t'u përshkuar? Cila pjesë është më e madhe, ajo që u përshkua apo ajo që mbeti? Sa më e madhe?

USHTRIME

1 Kryeni zbritjen.

a) $\frac{2}{3}-\frac{1}{3}$; b) $\frac{7}{9}-\frac{5}{9}$; c) $\frac{1}{2}-\frac{1}{8}$; d) $\frac{7}{10}-\frac{1}{5}$;

2 Kryeni zbritjen dhe bëni provën me anë të mbledhjes.

a) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$; b) $\frac{5}{6}-\frac{1}{15}$; c) $\frac{11}{12}-\frac{3}{8}$; d) $1-\frac{1}{3}$.

3 Cili nga numrat $\frac{19}{45}$ dhe $\frac{7}{15}$ është më i madhi? Për sa?

4 Nxënësi lexoi $\frac{1}{4}$ e librit. A është pjesa që mbeti më e madhe se gjysma e librit?

5 Në dyqan ishin 270 kg fruta. $\frac{5}{9}$ e kësaj sasie ishin mollë, kurse $\frac{1}{9}$ ishin dardha. Sa më e madhe është masa e mollëve në krahasim me atë të dardhave? Zgjidheni problemën me dy mënyra.

6 Kryeni veprimet:

a) $13-5\frac{1}{2}$; b) $10\frac{2}{3}-1$; c) $5\frac{2}{7}-2\frac{4}{9}$; d) $3\frac{5}{12}-1\frac{7}{18}$.

7 Gjeni tre numrat pasues në vargun:

a) $\frac{12}{11}$; $\frac{10}{11}$; $\frac{8}{11}$;....; .....; .....; b) $\frac{17}{15}$; 1; $\frac{13}{15}$;.....; .....; .....;

8 Gjeni vlerën e shprehjes:

a) $\frac{7}{20}-\left(\frac{9}{35}-\frac{3}{28}\right)$; b) $\left(\frac{21}{22}-\frac{5}{11}\right)-\left(\frac{22}{39}-\frac{3}{13}\right)$;

4.9 Shumëzimi i thyesave

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Përmasat e një pikture janë $\frac{4}{5}$ m dhe $\frac{3}{5}$ m. Gjeni syprinën e saj.

2. Masa e një shisheje uji është $1\frac{1}{2}$ litra. Sa ujë përmban një arkë me 8 shishe?
Diskutoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shpesh na duhet të shumëzojmë thyesa.
Kështu, për të gjetur syprinën e pikturës shumëzojmë gjatësinë me gjerësinë: $S = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \text{ m}^2$.

Në figurën 4.19, është paraqitur me ngjyrosje drejtkëndëshi me brinjë $\frac{4}{5}$ m dhe $\frac{3}{5}$ m. Për këtë është marrë katrori me brinjë 1 m dhe secila brinjë e tij është ndarë në 5 pjesë të barabarta. Katrori është ndarë në 25 katrorë të vegjël. Drejtkëndëshi përmban $4 \cdot 3 = 12$ katrorë të vegjël. Prandaj syprina e drejtkëndëshit është sa $\frac{12}{25}$ e syprinës së katrorit të madh d.m.th. është $\frac{12}{25} \text{ m}^2$.

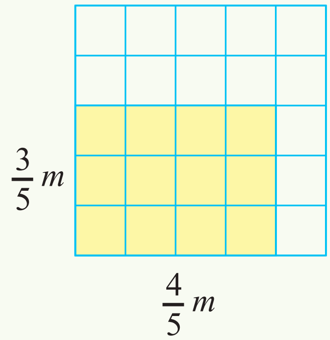


Fig. 4.19

Kështu, prodhimi i thyesave $\frac{4}{5}$ dhe $\frac{3}{5}$ është $\frac{12}{25}$.

Pra: $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 5}$.

Mbani mend:

Për të shumëzuar një thyesë me një tjetër, duhet të shumëzoni numëruesit midis tyre dhe emëruesit midis tyre.
Me anë të shkronjave, rregulla e shumëzimit të thyesave mund të shkruhet:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Për të shumëzuar numrin natyror m me thyesën $\frac{a}{b}$, e shkruajmë atë si thyesë me emërues 1.

Kemi $m \cdot \frac{a}{b} = \frac{m}{1} \cdot \frac{a}{b} = \frac{m \cdot a}{1 \cdot b}$. Pra, $m \cdot \frac{a}{b} = \frac{m \cdot a}{b}$.

Mbani mend:

Për të shumëzuar një numër natyror me një thyesë, mjafton të shumëzoni numëruesin e thyesës me këtë numër, kurse emëruesin ta lini të pandryshuar.

Shembull

Gjeni prodhimin e numrit të përzier $3\frac{1}{2}$ me thyesën $\frac{1}{3}$.

Zgjidhje

Në fillim, numrin e përzier e kthejmë në thyesë të parregullt.

$3\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 2+1}{2}=\frac{7}{2}$. Pastaj kryejmë shumëzimin: $\frac{7}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{7\cdot 1}{2\cdot 3}=\frac{7}{6}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kryeni shumëzimet e thyesave dhe pastaj thjeshtoni thyesën, nëse është e mundur:

a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}$; b) $\frac{1}{4}\cdot\frac{9}{17}$; c) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}$; d) $\frac{3}{7}\cdot\frac{21}{12}$.

2. Kryeni shumëzimet:

a) $\left(3\frac{1}{5}\right)\cdot 4$; b) $\left(2\frac{1}{3}\right)\cdot 7$; c) $\left(5\frac{1}{7}\right)\cdot 2$. d) $\left(1\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3\frac{1}{4}\right)$.

3. Një punëtor kreu $\frac{5}{16}$ e punës për 1 orë. Ç'pjesë të punës kryen ai për $\frac{3}{4}$ orë?

USHTRIME

1 Kryeni shumëzimet:

a) $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7}$; b) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}$; c) $2\cdot\frac{3}{7}$; d) $\frac{1}{2}\cdot 4$.

2 Kryeni shumëzimet:

a) $\left(2\frac{1}{3}\right)\cdot 2$; b) $\left(3\frac{1}{5}\right)\cdot 3$; c) $\left(1\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{9}$; d) $\left(1\frac{1}{8}\right)\cdot\left(5\frac{1}{3}\right)$.

3 Krahasoni numrat m dhe $m\cdot\frac{3}{4}$ për vlerat e mëposhtme të m:

4, 100, 2, 6, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$.

Zmadhohet apo zvogëlohet numri, nëse atë e shumëzoni me një thyesë më të vogël se 1?

4 Ditë-nata është 24 orë. Marshimi vazhdoi $2\frac{2}{3}$ e ditë-natës. Sa orë zgjati ai?

5 Një orë ka 60 minuta. Sa minuta zgjat:

a) $2\frac{1}{2}$ orë? b) $3\frac{5}{6}$ orë?

6 Gjeni vlerën e shprehjes:

a) $\left(1-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)$; b) $14\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$.

7 Financieri punon çdo ditë $7\frac{1}{2}$ orë. Sa orë punon ai gjatë 5 ditëve të punës?

8 Masa e një pjepri është 5 kg, kurse masa e një shalqiri është njëherë e gjysmë më e madhe. Sa kg më e madhe është masa e shalqirit se e pjeprit?

4.10 Thyesat e anasjellta. Pjesëtimi i thyesave

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Një sasi mollësh me masë $1\frac{1}{2}$ kg duhen ndarë në mënyrë të barabartë midis 3 shokëve. Si do t'i ndanit ju? Argumentoni.
2. Udhëtari vuri re që për $\frac{2}{3}$ orë përshkoi një distancë prej 4 km. A mund të gjeni sa km mund të bëjë udhëtari për një orë? Argumentoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Thyesat e anasjella

Shembulli 1

Nëse te thyesa $\frac{8}{15}$ ndërrojmë vendet e numëruesit me emëruesin, marrim thyesën $\frac{15}{8}$.

Kjo quhet thyesë **e anasjelltë** e thyesës fillestare $\frac{8}{15}$.

Vihet re se $\frac{8}{15}\cdot\frac{15}{8}=1$.

Mbani mend:

Thyesë e anasjellë e thyesës $\frac{a}{b}$, quhet thyesa $\frac{b}{a}$.

Prodhimi i dy thyesave që janë të anasjella të njëra-tjetrës është 1.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=\frac{a\cdot b}{a\cdot b}=1$$

II. Pjesëtimi i thyesave

Mbani mend:

Prodhimi i thyesës së parë me të anasjellën e thyesës së dytë quhet herës i dy thyesave.

Me shkronja kemi $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$.

Shembulli 2

$$\frac{4}{27}:\frac{2}{9}=\frac{4}{27}\cdot\frac{9}{2}=\frac{4\cdot 9}{27\cdot 2}=\frac{2}{3}.$$

Nëse i pjesëtueshmi apo pjesëtuesi janë numra natyrorë ose numra të përzier, fillimisht duhen kthyer në thyesa të parregullta.

Shembulli 3

a) $\left(2\frac{1}{3}\right):\left(1\frac{1}{7}\right)=\frac{7}{3}:\frac{8}{7}=\frac{7}{3}\cdot\frac{7}{8}=\frac{49}{24}$;

b) $\left(2\frac{2}{3}\right):3=\frac{8}{3}:\frac{3}{1}=\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{8}{9}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kryeni pjesëtimet:

a) $\frac{2}{3}:\frac{7}{5}$; b) $\frac{6}{11}:\frac{5}{7}$; c) $\frac{22}{9}:\frac{7}{23}$.

2. Gjeni herësin dhe thjeshtojeni.

a) $\frac{2}{3}:\frac{4}{9}$; b) $\frac{6}{5}:\frac{3}{10}$; c) $\frac{5}{12}:\frac{25}{18}$.

3. Kryeni pjesëtimet:

a) $2:\frac{3}{4}$; b) $\left(7\frac{1}{2}\right):3$; c) $\left(2\frac{1}{3}\right):\frac{1}{6}$; d) $6:\left(1\frac{1}{2}\right)$.

4. Gjeni vlerën e shprehjes:

a) $\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right):\frac{8}{9}$; b) $\left(1\frac{1}{2}-\frac{3}{8}\right):3$.

5. Një trung me gjatësi $6\frac{3}{5}$ m u nda në 3 pjesë të barabarta. Sa është gjatësia e secilës pjesë?

USHTRIME

1 Shkruani thyesën e anasjellë me:

a) $\frac{2}{5}$; b) $\frac{9}{4}$; c) $\frac{1}{3}$; d) 5.

2 Gjeni vlerën e x, që të keni barazimin numerik të vërtetë.

a) $\frac{3}{4}\cdot x=1$; b) $\frac{10}{9}\cdot x=1$; c) $x\cdot\frac{4}{7}=1$; d) $12\cdot x=1$.

3 Kryeni pjesëtimin:

a) $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$; b) $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}$; c) $2:\frac{1}{3}$; d) $\frac{3}{5}:2$.

4 Kryeni pjesëtimin:

a) $\left(1\frac{2}{3}\right):\left(2\frac{1}{2}\right)$; b) $\left(5\frac{1}{2}\right):\left(3\frac{2}{3}\right)$; c) $\left(3\frac{1}{2}\right):\left(2\frac{1}{3}\right)$; d) $\frac{1}{4}:\left(3\frac{1}{2}\right)$.

5 Krahasoni a dhe $a:\frac{1}{2}$ për vlerat e a: 6, 10, 20, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$.
Zmadhohet apo zvogëlohet numri, nëse atë e pjesëtojmë me një thyesë më të vogël se 1?

6 a) Shiritin me gjatësi $9\frac{1}{2}$ m e ndanë në copa nga 50 cm. Sa copa dolën?

b) Në një paketë ka $3\frac{1}{4}$ kg fara. Ato duam t'i ndajmë në paketa të vogla me nga 250 g secila. Sa të tilla duhen?

7 Për $\frac{2}{3}$ orë, makina përshkoi $40\frac{1}{2}$ km. Gjeni shpejtësinë e makinës.

4.11 Gjetja e pjesës dhe e tërësisë

A Kërkoni e zbuloni

Mielli përbën mesatarisht $\frac{3}{5}$ e masës së bukës. Pra, për 1 kg bukë, duhen mesatarisht 600 g miell. A mund të gjeni sa miell duhet për 2 kg bukë? Po, për 5 kg bukë? Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Kur dimë tërësinë mund të gjejmë një pjesë të saj, e cila tregohet me një thyesë.

Shembulli 1

Një libër ka 150 faqe. Agimi lexoi $\frac{2}{3}$ e tij. Sa faqe lexoi Agimi?

Mënyra e parë

Gjejmë në fillim një të tretën $\left(\frac{1}{3}\right)$ e sasisë së faqeve të librit.

Për këtë, pjesëtojmë 150 me 3. Kështu 150 : 3 = 50.

Për të gjetur dy të tretat e librit $\left(\frac{2}{3}\right)$, shumëzojmë 50 me 2.

Kështu, do të kemi 50 · 2 =100. Pra, Agimi lexoi 100 faqe.

Mënyra e dytë

Për të gjetur $\frac{2}{3}$ e 150, mjafton të shumëzojmë 150 me thyesën $\frac{2}{3}$.

Kështu do të kemi: $150 \cdot \frac{2}{3} = \frac{150 \cdot 2}{3} = \frac{300}{3} = 100$ faqe.

Mbani mend:

Për të gjetur pjesën e një numri (të shprehur me thyesë), shumëzojmë këtë numër me thyesën e dhënë.

II. Kur njohim një pjesë të tërësinë, mund të gjejmë tërësinë.

Shembulli 2

Zana shpenzoi 150 euro. Ajo tha që ka shpenzuar $\frac{3}{4}$ e eurove që kishte në çantë. Sa euro kishte në çantë Zana?

Mënyra e parë

Meqenëse $\frac{3}{4}$ (tre të katërtat) e sasisë së eurove në çantë janë 150, atëherë $\frac{1}{4}$ (një e katërta) e sasisë së eurove do të jetë tri herë më pak, pra 150 : 3 = 50 euro.

Sasia e eurove në çantë (tërësia) është $\frac{4}{4}$ (katër herë nga $\frac{1}{4}$), do të jetë 4 herë më e madhe se 50, pra 4 · 50 = 200 euro.

Mënyra e dytë

Shënojmë sasinë e eurove në çantë me x.

Sipas kushtit të problemës, $\frac{3}{4}$ e x është 150. Pra, $\frac{3}{4} \cdot x = 150$.

Pra, $x = 150 : \frac{3}{4}$, d.m.th. $x = 150 \cdot \frac{4}{3} = \frac{150 \cdot 4}{3} = 200$ euro.

Mbani mend:

Për të gjetur një numër, kur njihet vlera e një pjese të tij, të shprehur në thyesë, mjafton të pjesëtojmë këtë vlerë me këtë thyesë.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Rruga shtëpi-shkollë bëhet për $\frac{3}{5}$ e orës. Për sa minuta e bëni ju atë?

2. Rruga fshat-qytet është pjesërisht e asfaltuar. Pjesa e asfaltuar është 8 km dhe përbën $\frac{2}{3}$ e rrugës. Sa km është rruga?

3. Pas zëvendësimit të motorit, shpejtësia maksimale e makinës u rrit me $\frac{3}{20}$, që përbën 24 km/orë. Sa është tani shpejtësia maksimale e makinës?

USHTRIME

1 Klasa kishte 30 nxënës. $\frac{2}{5}$ e nxënësve ishin vajza. Sa vajza kishte klasa?

2 Në një degë kumbulle kishte 12 kokrra. Kur u shkund dega, $\frac{2}{3}$ e tyre ranë në tokë. Sa kokrra ranë në tokë?

3 Nga një fjongo, me gjatësi 10 m, u prenë $\frac{4}{5}$ e gjatësisë për të lidhur një kuti dhuratash. Sa metra fjongo mbetën?

4 Në një faqe libri ka 2200 shkronja. $\frac{1}{20}$ e tyre e përbën shkronja “a”, kurse $\frac{3}{50}$ e tyre i përbën shkronja “i”. Sa herë haset secila nga këto shkronja në këtë faqe libri?

5 Çiklisti përshkoi për tri ditë 144 km. Ditën e parë ai përshkoi $\frac{1}{3}$ e rrugës, kurse ditën e dytë $\frac{5}{12}$ e rrugës. Sa km përshkoi ditën e tretë?

6 Një djalë është 10 vjeç. Mosha e tij është sa $\frac{2}{7}$ e moshës së babait të tij. Ç’moshë ka babai?

7 Shitësi shiti paradite 900 kg domate, që përbëjnë $\frac{8}{15}$ e sasisë së domateve në dyqan. Sa kg domate i mbetën pa shitur?

8 Daktilografistja shtypi $\frac{1}{3}$ e dorëshkrimit dhe pastaj pas pushimit, edhe 10 faqe të tjera. Ajo vuri re që kishte shtypur gjysmën e dorëshkrimit. Sa faqe është dorëshkrimi?

9 Gjatë gjumit dimëror, ariu i murrmë humbet mesatarisht $\frac{6}{19}$ të masës së vet. Sa do të jetë, në mbarim të dimrit, masa e një ariu që në fillim të tij ishte 323 kg?

4.12 Problema

A Kërkoni e zbuloni

Nga një shishe e mbushur plot me ujë mbushim 4 gota, që nxënë secila nga $\frac{1}{8}$ e shishes. Pra, një gotë nxë $\frac{1}{8}$ e ujit në shishe. Sa ujë nxënë 2 gota? Po 3? Po 4? Ç'pjesë e ujit mbeti në shishe?
Bashkëbisedoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shembulli 1

Arlindi shtrydhi 3 portokaj dhe 3 limonë. Prej secilit portokall, ai nxori $\frac{2}{10}$ litra lëng; prej çdo limoni, ai nxori $\frac{3}{10}$ litra lëng. Arriti Arlindi të mbushë një shishe prej 1 litër e gjysmë me lëngun e portokajve dhe limonëve?
Kjo problemë mund të zgjidhet nëpërmjet hapave të paraqitur më poshtë.

Hapi I
Bëni një skemë për të paraqitur të dhënat (fig. 4.20).

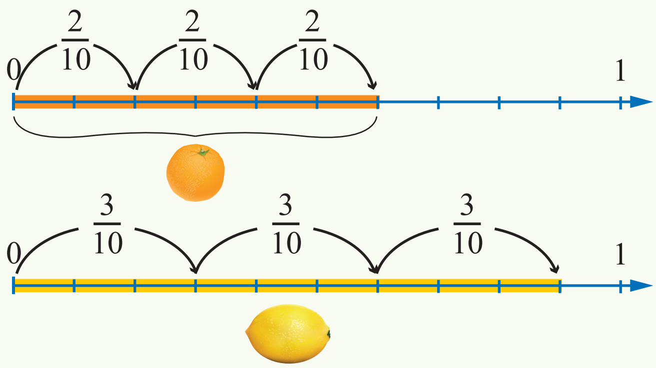


Fig. 4.20

Hapi II
Bëni njehsimet e paraqitura më poshtë.

a) Njehsoni sa lëng merret nga 3 portokajt: $3 \cdot \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$ litra.

b) Njehsoni sa lëng merret nga 3 limonë: $3 \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ litra.

c) Njehsoni sa lëng merret gjithsej: $\frac{6}{10} + \frac{9}{10} = \frac{15}{10}$ litra.

d) Thjeshtoni thyesën $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ litra.

e) Ktheni $\frac{3}{2}$ në numër të përzier: $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ litra.

Hapi III
Jepni përgjigjen: Arlindi ka marrë lëng aq sa për të mbushur një shishe prej 1 litër e gjysmë.

Shembulli 2

Dritani ka lexuar 60 faqe të një libri. Ai vuri re që i kanë mbetur për të lexuar edhe $\frac{3}{5}$ e librit. Sa faqe ka libri?

a) Përdorni skemën e mëposhtme (fig. 4.21).

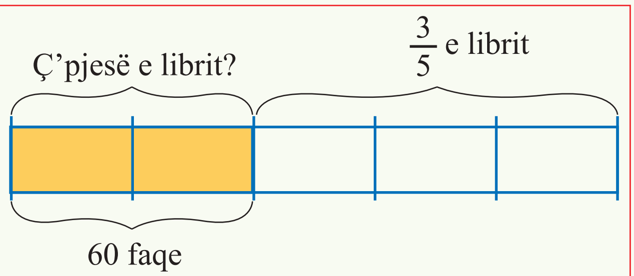


Fig. 4.21

b) Gjeni pjesën e lexuar të librit. Ajo është $1-\frac{3}{5}=\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$ e librit.

c) Meqë $\frac{2}{5}$ e librit janë 60 faqe, atëherë i tërë libri është: $60:\frac{2}{5}=60\cdot\frac{5}{2}=\frac{300}{2}=150$ faqe.

C Ushtrohuni duke zbatuar

Zgjidhni detyrat e mëposhtme duke ndjekur udhëzimet e dhëna.

1. Agimi lexoi një libër me 140 faqe për pesë ditë. Në secilën nga tri ditët e para, ai lexoi nga $\frac{4}{21}$ e librit, kurse ditën e katërt lexoi $\frac{1}{7}$ e librit. Sa faqe i mbetën për të lexuar ditën e pestë?
Gjeni:
a) ç'pjesë të librit lexoi tri ditët e para;
b) ç'pjesë të librit lexoi katër ditët e para;
c) ç'pjesë të librit lexoi ditën e pestë;
d) sa faqe lexoi ditën e pestë.

2. Mira harxhoi gjysmën e eurove që kishte, dhe pastaj harxhoi edhe $\frac{1}{3}$ e sasisë që mbeti. Ajo tani ka 200 euro. Sa euro kishte në fillim?

3. Ora e mësimit zgjat 45 minuta. $\frac{3}{5}$ e kësaj kohe nxënësit zhvilluan një testim. Në kohën e mbetur diskutuan për zgjidhjet e ushtrimeve të testimit. Sa minuta zgjati diskutimi?

USHTRIME

1 Për tetë muajt e parë të vitit, Gëzimi ka paguar $\frac{1}{20}$ e çmimit të një makine çdo muaj. Atij i mbetet të paguajë për katër muajt e tjetër të vitit 1500 euro në muaj. Ai duhet ta paguajë makinën brenda vitit. Sa e ka blerë makinën?

2 Besimi kishte 2000 euro. Ai bleu një laptop me $\frac{1}{5}$ e kësaj shume dhe një celular me $\frac{3}{4}$ e eurove që tepruan. Sa euro i kanë mbetur?

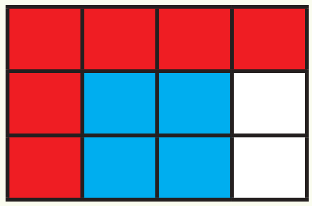
3 Për përgatitjen e kremit merret 1 pjesë gjalpë dhe 2 pjesë sheqer pluhur. Sa gjalpë e sa sheqer duhen për të përgatitur $1\frac{1}{2}$ kg krem?

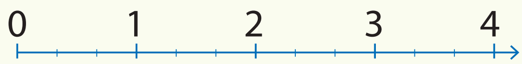
4 Shkretëtirat e mëdha zënë një sipërfaqe sa $\frac{1}{5}$ e sipërfaqes mbi ujë të Tokës, e cila përbën rreth $\frac{3}{10}$ e sipërfaqes së përgjithshme të Tokës.

a) Sipërfaqja e Tokës është 510 milion km^2. Sa është sipërfaqja që zënë shkretëtirat e mëdha?

b) Ndër shkretëtirat e mëdha, shkretëtira e akullt e Antarktidës zë $\frac{7}{15}$ të sipërfaqes së tyre të përgjithshme, Saharaja zë $\frac{3}{10}$, shkretëtira e Arabisë zë $\frac{2}{25}$ dhe ajo e Gobit zë $\frac{1}{23}$. Gjej një vlerë të përafërt (deri në sa mijë km^2) për sipërfaqet e këtyre shkretëtirave.

4.13 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Thyesa është herës i numëruesit me emëruesin:	1. Shkruani si thyesë: $2:3=$ $\quad$ $12:5=$ 2. Shkruani si herës thyesat: $\frac{2}{6}=...;\ \frac{1}{3}=...$
Numëruesi dhe emëruesi i thyesës:	3. Në sa pjesë është ndarë drejtkëndëshi? • Ç'pjesë është ngjyrosur me të kuqe? • Ç'pjesë është ngjyrosur me të kaltër? • Ç'pjesë ka mbetur pa ngjyrosur? 
Si duhet të jetë numëruesi krahasuar me emëruesin që thyesa të jetë: a) e rregullt; b) e parregullt; c) e barabartë me numër natyror.	4. Shkruani 5 thyesa: a) të rregullta; b) të paregullta; c) të barabarta me numër natyrorë.
Formimi i thyesave të barabarta me një thyesë të dhënë: a) duke shumëzuar; b) duke pjesëtuar.	5. Plotësoni barazimet: a) $\frac{3}{4}=\frac{\dots}{12}$; b) $\frac{7}{5}=\frac{21}{\dots}$; c) $\frac{3}{\dots}=\frac{9}{15}$. 6. Thjeshtoni deri në thyesë të pathjeshtueshme: a) $\frac{2}{6}$; b) $\frac{12}{18}$; c) $\frac{20}{80}$.
Kthimi i thyesave të parregullta në numra të përzier dhe anasjellas:	7. Ktheni në numër thyesor: $2\frac{5}{6}$ 8. Ktheni në numër të përzier: $\frac{25}{6}$
Gjetja e një pjese të tërësisë dhe tërësia kur njihet një pjesë e saj:	9. Gjeni: a) tre të katërtat e 280 euro; b) pesë të tretat e 369 kg. 10. Gjeni sa km është rruga, nëse $\frac{5}{6}$ e saj është 45 km.

Gjetja e vendndodhjes së thyesës në boshtin numerik:	 11. Në boshtin numerik gjeni vendndodhjen e numrave thyesorë: $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; $\frac{12}{3}$.
Krahasimi i thyesave: a) duke shfrytëzuar drejtëzën numerike; b) duke i sjellë në thyesa me emërues të përbashkët; c) sipas mënyrës së shumëzimit në diagonale.	12. Duke shfrytëzuar boshtin numerik, krahasoni thyesat: $\frac{2}{3}$ dhe $\frac{5}{6}$ 13. Krahasoni, duke i sjellë në emërues të përbashkët: a) $\frac{2}{3}$ dhe $\frac{5}{6}$; b) $\frac{5}{12}$ dhe $\frac{1}{18}$. 14. Jepen thyesat $\frac{1}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{13}{14}$. a) Tregoni thyesat më të mëdha se 1. b) Tregoni thyesat më të vogla se 1.
Mbledhja dhe zbritja e numrave thyesorë:	15. Kryeni veprimet dhe thjeshtoni nëse është e mundur. a) $\frac{8}{7}-\frac{1}{7}$; b) $\frac{7}{10}+\frac{1}{8}$; c) $2\frac{8}{7}-\frac{1}{5}$; d) $1\frac{2}{3}+2\frac{1}{8}$.
Shumëzimi dhe pjesëtimi i numrave thyesorë:	16. Kryeni veprimet dhe thjeshtoni rezultatin. a) $\frac{16}{21}:\frac{20}{49}$; b) $\frac{1}{4}\cdot\left(3\frac{1}{2}\right)$; c) $4:\left(1\frac{1}{5}\right)$.
Radha e kryerjes së veprimeve aritmetike, e cila është e njëjtë dhe në shprehje me numra thyesorë:	17. Gjeni vlerën e shprehjes: a) $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{3}$; b) $\frac{3}{14}:\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{15}\right)$; c) $\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{9}{8}$.
Zgjidhja e situatave problemore me numrat thyesorë duke argumentuar veprimet:	18. Syprina e drejtkëndëshit është $\frac{15}{64}$ m^2, kurse gjerësia e tij është $\frac{3}{8}$ m. Gjeni perimetrin e drejtkëndëshit. 19. Në një klasë, 20 nxënës janë djem. Ata përbëjnë $\frac{2}{3}$ e sasisë së nxënësve të klasës. Sa nxënës ka klasa? 20. Shpresa harxhoi $\frac{7}{15}$ e eurove që kishte dhe pastaj gjysmën e atyre që i mbetën. A i ka mbetur tani më shumë se gjysma e eurove që kishte në fillim?

4.14 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Shkruani numrin 12:
a) si thyesë me emërues 3;
b) si thyesë me numërues 60.

(2 pikë)

2 Plotësoni barazimet:

a) $\frac{3}{5} = \frac{...}{25}$; b) $\frac{...}{8} = \frac{3}{4}$;

(2 pikë)

3 Thjeshtoni deri në thyesë të pathjeshtueshme:

a) $\frac{3}{12}$; b) $\frac{16}{24}$.

(3 pikë)

4 Krahasoni thyesat:

a) $\frac{5}{4}$ dhe $\frac{7}{4}$; b) $\frac{5}{6}$ dhe $\frac{7}{8}$.

(3 pikë)

5 Prona jonë përbëhet nga këto pjesë:
$\frac{1}{3}$ e saj është zënë nga shtëpia; $\frac{1}{4}$ e pjesës që mbetet zihet nga rrugicat; pjesa që tepron e zë oborri. Ç'pjesë të pronës zë oborri?

(3 pikë)

6 a) Ktheni në thyesë $3\frac{2}{7}$.

b) Ktheni në numër të përzier $\frac{18}{5}$.

(2 pikë)

7 Kryeni veprimet.

a) $3-1\frac{2}{3}$; b) $\left(2\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{2}{3}$; c) $\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{9}\right)$.

(6 pikë)

8 a) Shprehni në metra $3\frac{9}{10}$ km.

b) Shprehni në minuta $2\frac{1}{6}$ orë.

(3 pikë)

9 Për lyerjen e ndërtesës sollën 32 kg ngjyrë. U harxhuan $\frac{3}{8}$ e saj. Sa kg ngjyrë mbeti?

(3 pikë)

10 Nga një bidon u zbrazën 12 litra qumësht. Pjesa që mbeti përbën $\frac{4}{7}$ e sasisë fillestare të qumështit në bidon. Sa litra qumësht kishte në fillim në bidon?

(3 pikë)

5 FIGURAT GJEOMETRIKE

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *përkufizon trekëndëshin, elementet dhe llojet e tyre;*
- *klasifikon trekëndëshat sipas brinjëve dhe sipas këndeve;*
- *cakton shumën e këndeve të një trekëndëshi;*
- *përkufizon shumëkëndëshin dhe shumëkëndëshin e rregullt;*
- *përkufizon paralelogramet dhe identifikon llojet dhe vetitë e tyre;*
- *konstrukton trekëndëshin barabrinjës, katrorin, drejtkëndëshin, rombin, romboidin, gjashtëkëndëshin e rregullt;*
- *njehson perimetrin e figurave (vijave të thyera) gjeometrike;*
- *përkufizon rrethin, elementet e tij (qendrën, rrezen, diametrin, tangjenten, sekanten) dhe qarkun;*
- *konstrukton rrethin kur jepet rrezja dhe diametri.*

Fjalë kyçe:

shumëkëndësh, brinjë, kënd, shumëkëndësh i rregullt, trekëndësh, llojet e tij, sipërfaqe, perimetër, diagonal, trapez, paralelogram, drejtkëndësh, romb, katror, rreth, rreze, qendër, hark, kordë, tangjente.

A E DINI SE...?

Për shekuj me radhë, matematikanët kanë hamendësuar se, për të shfrytëzuar sa më mirë hapësirën me minimumin e materialit të ndërtimit, ndarja me forma gjashtëkëndore ishte më e mirë se ajo me trekëndësha barabrinjës, katrorë a çdo formë tjetër. Por nuk arrinin ta shpjegonin plotësisht përse. Më vonë, në vitin 1999, profesori i njohur Tomas Hejlsi vërtetoi matematikisht përparësitë e asaj që u quajt "hipoteza e hojeve". Gjashtëkëndëshat janë të përshtatshëm për të mbushur të gjithë hapësirën në dispozicion, duke i dhënë një strukturë të fortë e pa vende bosh. Katrorët do të mbushnin hapësirën, por nuk do të krijonin një strukturë të fortë. Trekëndëshat do të mbushnin hapësirën, do të krijonin një strukturë të fortë, por këndet e tyre do ta vështirësonin marrjen e mjaltit. Me një sasi fare minimale dylli, bletët mund të prodhojnë hoje (në formë gjashtëkëndore) të lehta, por të qëndrueshme dhe të ruajnë një sasi maksimale mjalti në çdo huall. Nuk është çudi që hojet përshkruhen si "kryevepër arkitekturore".

5.1 Shumëkëndëshat

A Kërkoni dhe zbuloni

Vizatoni një vijë të thyer të mbyllur që të ketë: a) 5 brinjë; b) 6 brinjë.
Cila figurë gjeometrike formohet?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen tuaj.

B Vrojtoni dhe mësoni

Në figurën 5.1 është paraqitur një figurë e kufizuar nga një vijë e thyer dhe e mbyllur, e cila ka 4 kulme dhe 4 brinjë. Kjo figurë është një katërkëndësh.

- Emërtoni kulmet e tij. Gjeni brinjët dhe këndet e tij.

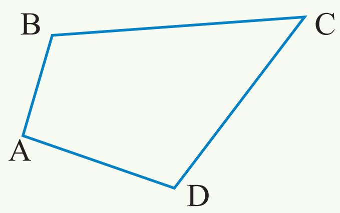


Fig. 5.1

Katërkëndëshi është një nga llojet e shumëkëndëshave.
Shumëkëndëshi është figura që përbëhet nga një vijë e thyer dhe e mbyllur. Lloji më i thjeshtë i shumëkëndëshit është trekëndëshi, i cili ka vetëm tri brinjë. Shumëkëndëshi që ka 4, 5, 6 a më shumë brinjë, emërtohet përkatësisht katërkëndësh, pesëkëndësh, gjashtëkëndësh etj.
Në figurën 5.2 janë paraqitur lloje të ndryshme shumëkëndëshash.

- Emërtoni secilin prej tyre.

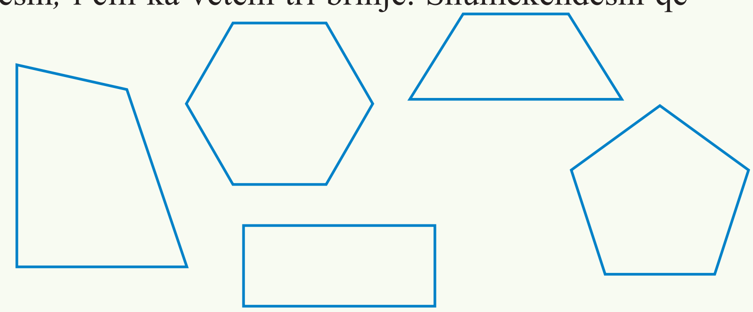


Fig. 5.2

Mbani mend:

Shumëkëndëshi quhet i rregullt, nëse ai i ka të gjitha brinjët dhe këndet të barabarta.

Trekëndëshi barabrinjës është shumëkëndësh i rregullt (fig. 5.3). Të gjitha këndet e tij kanë masë 60º. Katrori është shumëkëndësh i rregullt (fig. 5.4). Ai i ka të gjitha këndet me masë 90º.

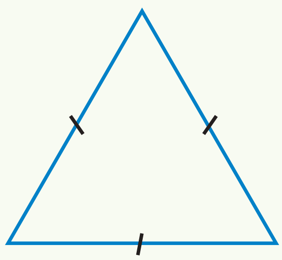


Fig. 5.3

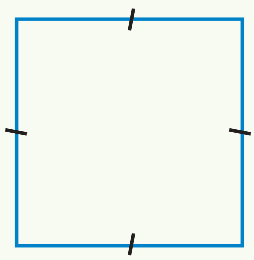


Fig. 5.4

Në figurën 5.5 është paraqitur gjashtëkëndëshi ABCDEF. Segmenti [BE] bashkon dy kulme që nuk janë fqinje. Ky segment quhet diagonale e gjashtëkëndëshit.

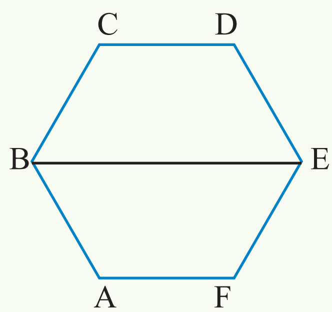


Fig. 5.5

Mbani mend:

Bashkësia e pikave të rrafshit që ndodhen në shumëkëndësh dhe brenda tij, quhet **sipërfaqe shumëkëndëshe**. Simbolikisht sipërfaqja shënohet me S.
Segmenti që bashkon dy kulme jo të njëpasnjëshme të një shumëkëndëshi quhet **diagonale**.

Punë në grup

a) Vizatoni të gjitha diagonalet e gjashtëkëndëshit ABCDEF që dalin nga kulmi B.
b) Sa diagonale ka katërkëndëshi ABCD?

Mbani mend:

Perimetri i shumëkëndëshit është i barabartë me shumën e gjatësive të brinjëve të tij. Simbolikisht perimetri shënohet me P.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. A mund të vizatoni një shumëkëndësh, ku numri i brinjëve të jetë 5 dhe numri i kulmeve të jetë 6?
2. a) Në figurën 5.6 tregoni shumëkëndëshat që kanë brinjë paralele.
   b) Tregoni shumëkëndëshat që kanë kënde të drejta.

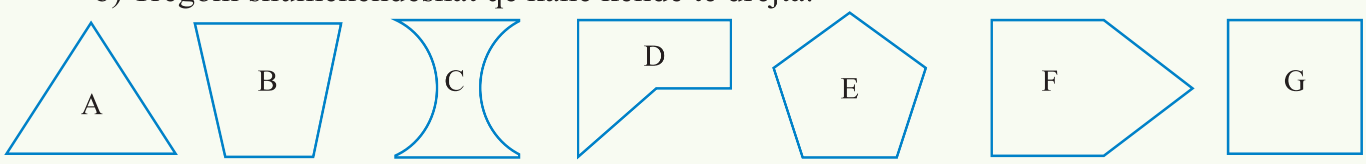


Fig. 5.6

3. Vizatoni një shumëkëndësh që të ketë 4 kulme, brinjë me të njëjtën gjatësi e paralele dy nga dy, por asnjë kënd të drejtë.
4. Gjeni shumëkëndësha në mjedisin e klasës. Emërtojini ata sipas numrit të brinjëve.

USHTRIME

1 Emërtoni kulmet, gjeni brinjët dhe këndet e shumëkëndëshit të paraqitur në figurën 5.7.

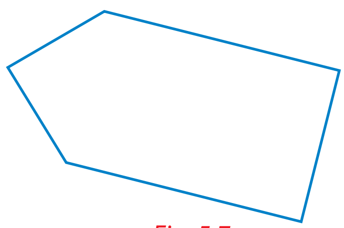


Fig. 5.7

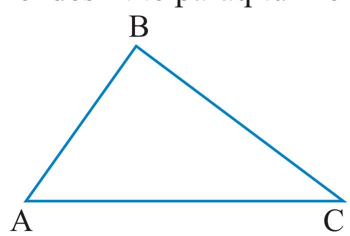


Fig. 5.8

2 Është dhënë trekëndëshi ABC (fig. 5.8). Duke bërë matjet gjeni perimetrin e tij.

3 Është dhënë shumëkëndëshi ABCDE (fig. 5.9).
a) Gjeni perimetrin e tij.
b) Ndërtoni të gjitha diagonalet që dalin nga kulmi A.

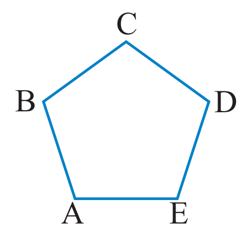


Fig. 5.9

4 Perimetri i katërkëndëshit MNPQ është 17 cm.
Dihet se MN = NP = PQ = 4 cm. Gjeni gjatësinë e brinjës [MQ].

5 Vizatoni një katërkëndësh që të ketë:
a) dy kënde fqinje të gjera; b) dy kënde përballë të gjera.

6 Vizatoni një katërkëndësh me dy kënde të drejta. A mund të mos jenë të drejta dy këndet e tjera?

5.2 Trekëndëshat

A Kërkoni dhe zbuloni

1. A mund të vizatoni një vijë të thyer, të mbyllur me dy brinjë?
2. A mund të vizatoni një vijë të thyer, të mbyllur me tri brinjë?
Çfarë shumëkëndëshi formohet? Nga ndryshon shumëkëndëshi juaj nga shumëkëndëshi që ka vizatuar shoku/shoqja e bankës?
Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Trekëndëshi është shumëkëndëshi që ka tri brinjë (tri kulme, tri kënde). Trekëndëshi nuk ka asnjë diagonale.

Mbani mend:
Bashkësia e pikave të rrafshit që ndodhen në trekëndësh dhe brenda tij, quhet sipërfaqe trekëndëshe.

I. Llojet e trekëndëshave
a) Sipas gjatësive të brinjëve, trekëndëshi mund të jetë:

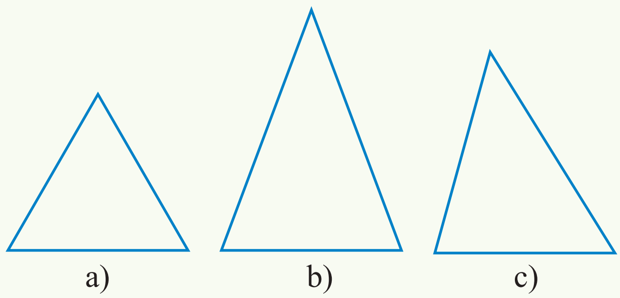


Fig. 5.10

- barabrinjës (kur ka tri brinjë të barabarta, fig. 5.10/a);
- barakrahës (dybrinjëshëm) kur ka dy brinjë të barabarta (fig. 5.10/b);
- brinjëndryshëm (kur nuk ka brinjë të barabarta, fig. 5.10/c).

b) Sipas masave të këndeve, trekëndëshi mund të jetë:
- kënddrejtë (kur ka një kënd të drejtë, fig 5.11/a);
- këndgjerë (kur ka një kënd të gjerë, fig. 5.11/b);
- këndngushtë (kur ka tri kënde të ngushta, fig. 5.11/c).

Në trekëndëshin kënddrejtë (fig. 5.11/d), brinjët që formojnë këndin e drejtë, quhen **katete**; brinja tjetër quhet **hipotenuzë**.

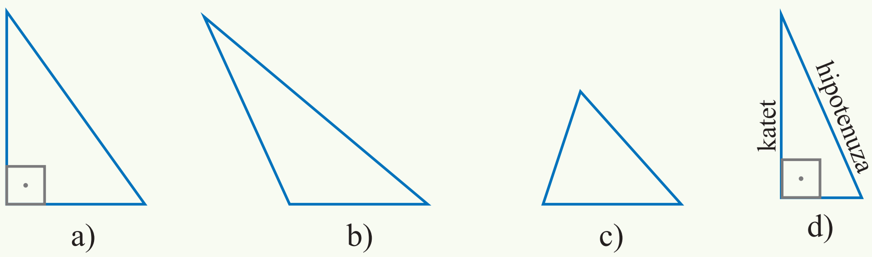


Fig. 5.11

Punë në grup

Vizatoni trekëndësha të ndryshëm. Matni secilin nga këndet e tij. Gjeni shumën e këndeve të trekëndëshit. Çfarë vini re?

II. Veti të trekëndëshit

a. Shuma e masave të këndeve të trekëndëshit është 180º.
(Nga kjo rrjedh që trekëndëshi nuk mund të ketë më shumë se një kënd të gjerë; as më shumë se një kënd të drejtë).
b. Në çdo trekëndësh, përballë këndit më të madh, ndodhet brinja më e madhe dhe përballë brinjës më të madhe, ndodhet këndi më i madh.
c. Në çdo trekëndësh, përballë brinjëve të barabarta, ndodhen kënde të barabarta dhe e anasjella.
d. Në çdo trekëndësh, shuma e gjatësive të dy brinjëve është më e madhe se brinja e tretë.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Përcaktoni sipas brinjëve, llojet e trekëndëshave të paraqitur në figurën 5.12.

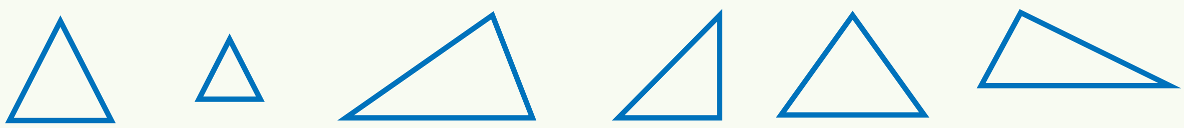


Fig. 5.12

2. Përcaktoni sipas këndeve, llojet e po këtyre trekëndëshave.

3. A mund të ndërtoni një trekëndësh barakrahës, që të jetë:

a) kënddrejtë; b) këndgjerë?

c) Po një trekëndësh barabrinjës kënddrejtë?

4. Trekëndëshi i Bermudeve është një zonë në oqeanin Atlantik, afërsisht 1,2 milionë kilometra katrorë. Matni këndet dhe brinjët e Trekëndëshit të Bermudeve dhe tregoni çfarë lloj trekëndëshi është.

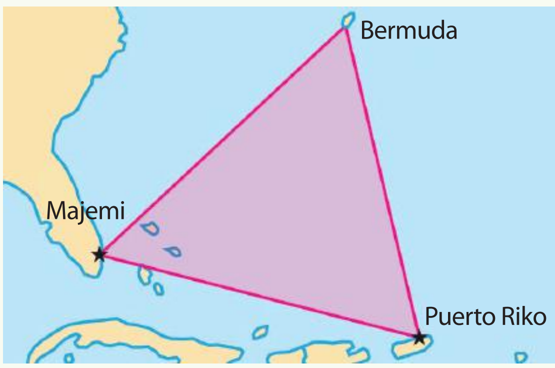


Fig. 5.13

USHTRIME

1 Sa trekëndësha ka në figurën 5.14? Emërtoni të gjithë trekëndëshat.

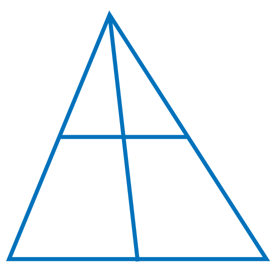


Fig. 5.14

2 Tregoni llojin e trekëndëshit, dy kënde të të cilit janë:
a) nga 45º; b) nga 60º.

3 A ka trekëndësh që të ketë:
a) dy kënde të ngushta? b) dy kënde të drejta? c) dy kënde të gjera?
Argumentoni përgjigjen.

4 Gjeni masën e këndit të tretë të trekëndëshit, kur njihen masat e dy këndeve të tij.
a) 40º dhe 70º; b) 50º dhe 50º; c) 60º dhe 80º .

5 Në trekëndëshin ABC, jepet këndi $m(\measuredangle C) = 90^{\circ}$. Sa mund të jetë masa e këndit $\measuredangle A$?

5.3 Katërkëndëshat. Trapezi. Paralelogrami

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Në një fletë të bardhë, vizatoni një katërkëndësh.
   a) Sa diagonale ka ai?
   b) Matni me këndmatës, masat e këndeve të katërkëndëshit dhe gjeni shumën e tyre. Sa është ajo?
   Nga ndryshon katërkëndëshi që keni vizatuar nga katërkëndëshi që ka vizatuar shoku/shoqja juaj?
   Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

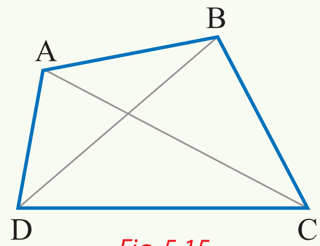


Fig. 5.15

I. Katërkëndëshi

Shumëkëndëshi që ka katër brinjë quhet katërkëndësh.

Në figurën 5.15 është paraqitur katërkëndëshi ABCD.

- Dalloni brinjët, këndet dhe diagonalet e tij.

Mbani mend:

Bashkësia e pikave të rrafshit që ndodhen në katërkëndësh dhe brenda tij, quhet sipërfaqe katërkëndëshe.Shuma e masave të këndeve të katërkëndëshit është 360º .

II. Trapezi

Trapez quhet katërkëndëshi që ka vetëm një çift brinjësh ballë për ballë paralele.

Në figurën 5.16 janë paraqitur tre trapeza, në të cilët [AB]||[CD], kurse [AD] nuk është paralele me [BC].

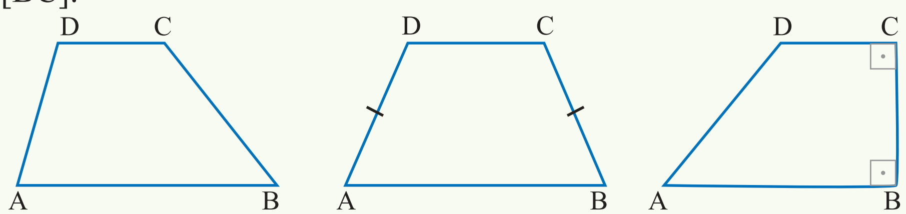


Fig. 5.16

Brinjët paralele quhen baza të trapezit.
Në qoftë se brinjët joparalele të trapezit janë të barabarta, trapezi quhet barakrahës (dybrinjëshëm). Në trapezin barakrahës, këndet e bazës janë kongruente.

III. Paralelogrami

Paralelogram quhet katërkëndëshi që i ka brinjët përballë dy nga dy paralele.
Në figurën 5.17 është paraqitur paralelogrami ABCD, tek i cili [AB]||[DC] dhe [AD]||[BC].

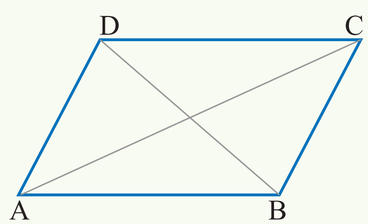


Fig. 5.17

Këndet ∡A dhe ∡C quhen kënde përballë njëri-tjetrit; po kështu këndet ∡D dhe ∡B.
Dy kënde të paralelogramit që i kanë kulmet në të njëjtën brinjë, quhen fqinje. Të tilla janë këndet ∡A me ∡B ; ∡B me ∡C etj.
Veti të paralelogramit:

a. Brinjët përballë janë dy nga dy të barabarta dhe paralele.
b. Këndet përballë janë dy nga dy të barabarta.
c. Dy kënde fqinje e kanë shumën 180º.
d. Diagonalet priten në një pikë, që është mesi i secilës diagonale.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Tri kënde të katërkëndëshit ABCD janë nga 90º. Sa është masa e këndit të katërt?

2. Në rrjetin me katrorë të fletës së fletores, vizatoni një katërkëndësh që:
a) të mos ketë brinjë paralele;
b) të ketë një çift brinjësh paralele;
c) të ketë dy çifte brinjësh paralele, por asnjë kënd të drejtë.

3. Vrojtoni këtë mozaik. Tregoni llojet e shumëkëndëshave që janë përdorur në të. Krijoni vetë një mozaik me katërkëndësha.

USHTRIME

1 Tri kënde të një katërkëndëshi kanë masën 80º, 90º, 100º. Gjeni masën e këndit e katërt.

2 Rrethoni përgjigjen e saktë: Në trapezin që ka një kënd të drejtë, 90º është masa e:
a) njërit kënd; b) dy këndeve; c) tri këndeve; d) katër këndeve.

3 Në trapezin ABCD (AB||DC), gjeni masën e këndit të panjohur x, sipas të dhënave në figurën 5.18.

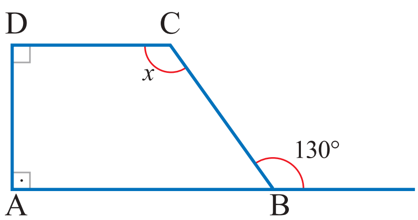


Fig. 5.18

4 Në paralelogramin ABCD (fig. 5.19), jepen brinja AB = 12 cm dhe diagonalet AC = 20 cm; BD = 14 cm. Gjeni perimetrin e trekëndëshit AOB.

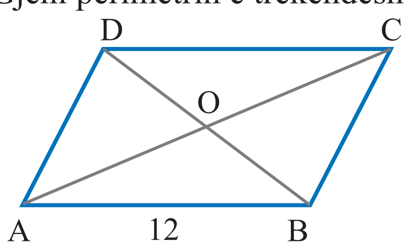


Fig. 5.19

5.4 Drejtkëndëshi. Rombi. Katrori

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Në fletoren me katrore, ndërtoni një çift drejtëzash paralele horizontale. Më pas, ndërtoni një çift tjetër drejtëzash vertikale, që janë pingule me të parat.
   a) A është paralelogram katërkëndëshi i formuar?
   b) Si janë këndet e tij?
   c) Matni me vizore gjatësitë e diagonaleve të tij. Çfarë vini re?

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Drejtkëndëshi

Paralelogrami që ka një kënd të drejtë, quhet drejtkëndësh (fig. 5.20).

Drejtkëndëshi ka të gjitha vetitë e paralelogramit dhe dy veti të veçanta:
a. I ka të katër këndet të drejta.
b. I ka diagonalet të barabarta.

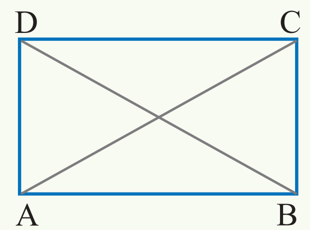


Fig. 5.20

II. Rombi

Paralelogrami që dy brinjët fqinje i ka të barabarta, quhet romb (fig. 5.21).

Rombi i ka të gjitha vetitë e paralelogramit, por ka edhe këto veti të veçanta:
a. I ka të katra brinjët të barabarta.
b. I ka diagonalet normale.
c. I ka diagonalet simetrale të këndeve të tij.

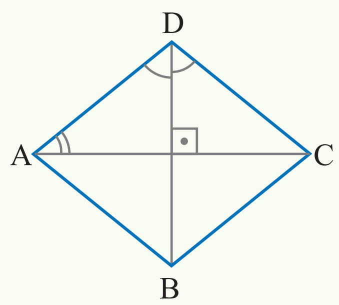


Fig. 5.21

III. Katrori

Rombi që ka një kënd të drejtë, quhet katror (fig. 5.22).

Katrori i ka të gjitha vetitë e rombit, por ka edhe këto veti të veçanta:
a. I ka të katra këndet të drejta.
b. I ka diagonalet të barabarta.
Katrori është drejtkëndëshi me brinjë fqinje të barabarta.
Katrori ka të gjitha vetitë e drejtkëndëshit, por ka edhe këto veti të veçanta:
a. I ka të gjitha brinjët e barabarta.
b. I ka diagonalet normale.
c. I ka diagonalet simetrale të këndeve të tij.

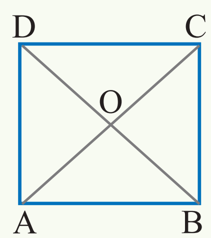


Fig. 5.22

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Duke parë figurën 5.23 plotësoni tabelën.

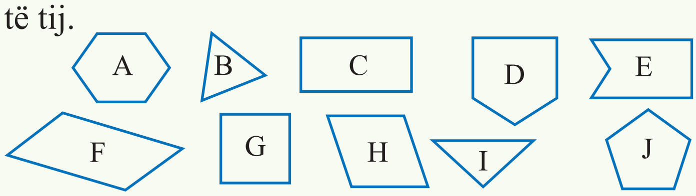


Fig. 5.23

Vetia	Numri i katërkëndëshave që:
Nuk kanë kënd të drejtë.	
Kanë 1 kënd të drejtë.	
Kanë 2 kënde të drejta.	
Kanë 4 kënde të drejta.	

2. Emërtoni secilin nga katërkëndëshat e paraqitur në figurën 5.24.

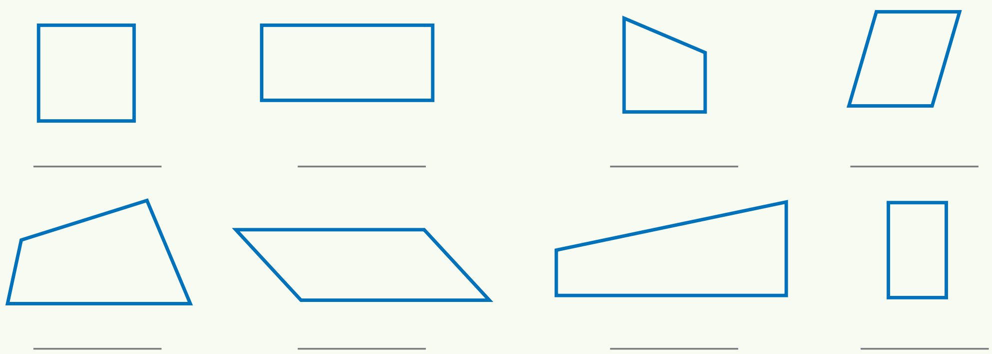


Fig. 5.24

3. Në fletore, vizatoni një katërkëndësh me diagonale normale dhe me dy brinjë fqinje të barabarta, por që të mos jetë as katror, as romb. Ky katërkëndësh quhet deltoid. Tregoni veti të deltoidit.

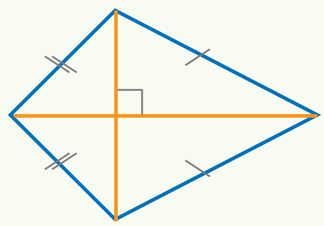
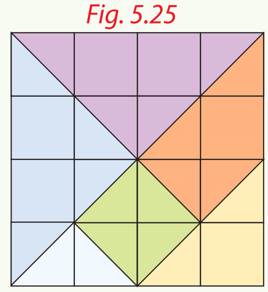


Fig. 5.25

4. Tregoni llojet e shumëkëndëshave që vëreni në këtë mozaik. Me pjesët e tij, krijoni vetë mozaikë të tjerë.



USHTRIME

1 Në një drejtkëndësh, njëra brinjë është 26 cm dhe perimetri 100 cm. Gjeni tri brinjët e tjera të drejtkëndëshit.

2 Brinja e një katrori është sa dyfishi i brinjës së trekëndëshit barabrinjës me perimetër 45 cm. Gjeni perimetrin e katrorit.

3 Njëri nga këndet e rombit është 60º. Gjeni këndet që formojnë diagonalet e rombit me brinjët e tij.

4 Në figurën 5.26 është paraqitur katrori ABCD. Sa shkallë është këndi $\measuredangle AOB$?

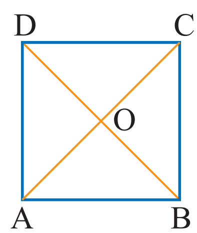


Fig. 5.26

5 Në figurën 5.27 është paraqitur katrori ABCD. Gjeni masat x, y, z të elementeve të panjohura.

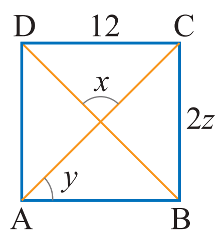


Fig. 5.27

5.5 Rrethi dhe elementet e tij

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Vendosni një pikë A në fletore. Vendosni 5 pika që të kenë largësinë 3 cm nga A. Si mendoni, në çfarë vije ndodhen ato? Bashkojini pikat midis tyre me laps. A mund të gjeni pika të tjera që kanë largësinë 5 cm nga pika A? Sa të tilla? Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Me ndihmën e kompasit, mund të vizatoni një rreth. Pikat e tij kanë largesa të barabarta nga pika ku është vendosur gjilpëra e kompasit.

Mbani mend:

Rrethi është bashkësia e pikave në rrafsh, të baraslarguara nga e njëjta pikë fikse O. Kjo pikë quhet qendër e rrethit. Largesa e çdo pike të rrethit nga qendra quhet rreze e rrethit (fig. 5.28). Çdo rreth e ndan rrafshin në dy pjesë (zona); të brendshmen dhe të jashtmen. Pjesa e brendshme, e kufizuar prej rrethit, duke përfshirë edhe vetë rrethin, quhet sipërfaqe rrethore (qark).

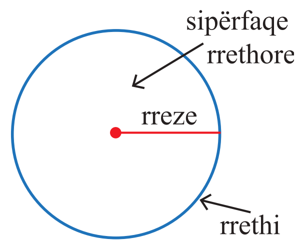


Fig. 5.28

Një pikë çfarëdo e rrafshit, në lidhje me rrethin me qendër O e rreze r, mund të jetë:
a) pikë e brendshme, si pika P (fig. 5.29), për të cilën $OP < r$;
b) pikë në rreth, si pika Q, për të cilën $OQ = r$;
c) pikë e jashtme, si pika R, për të cilën $OR > r$.

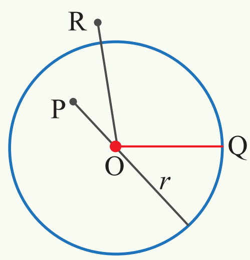


Fig. 5.29

Harku është një pjesë e rrethit, e kufizuar nga dy pika të tij. Harku që kufizohet nga pikat A, B shënohet $\overset{\frown}{AB}$ dhe lexohet “harku AB” (fig. 5.30). Korda (sekantia) është segmenti që bashkon dy pika të rrethit. Çdo kordë e ndan rrethin në dy harqe.

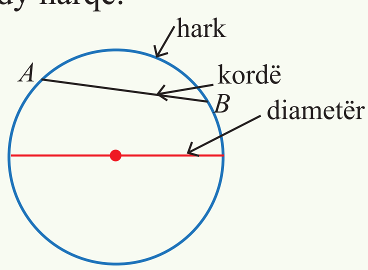


Fig. 5.30

Korda që kalon nga qendra e rrethit quhet diametër.
Gjatësia e diametrit është sa dyfishi i rrezes.

Harqet, në të cilat diametri ndan rrethin, janë të barabarta.

Tangjente e rrethit quhet drejtëza që ka vetëm një pikë të përbashkët me rrethin.

Tangjentja dhe rrezja e rrethit në këtë pikë janë normale (fig. 5.31).

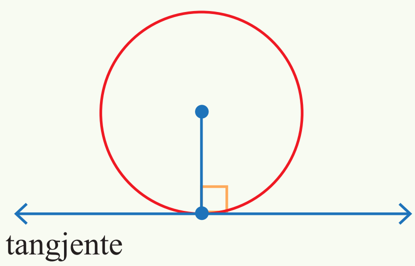


Fig. 5.31

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Sa rrathë janë paraqitur në figurën 5.32? Tregoni qendrat dhe rrezet e tyre. Në secilin rreth, tërhiqni edhe një rreze tjetër dhe një diametër.

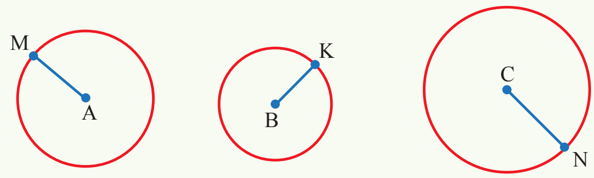


Fig. 5.32

2. Merrni dy pika A, B në fletën e letrës. Vizatoni me anë të kompasit një rreth me qendër në pikën A e që kalon nga pika B. Më pas, një rreth me qendër në pikën B e që kalon nga pika A. Shënoni një pikë që ndodhet në dy rrathët e një pikë që ndodhet brenda tyre.

3. Vizatoni drejtkëndëshin e paraqitur në figurën 5.33. Vizatoni një rreth me qendër O dhe rreze [OA]. Ai do të kalojë edhe nga pikat B, C, D. Shpjegoni përse.

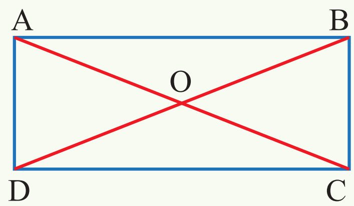


Fig. 5.33

4. Vizatoni në një fletë letre, një rreth me rreze 5 cm. Prisni nga fleta qarkun që kufizohet nga ky rreth. Paloseni qarkun 2 herë, siç tregohet në figurën 5.34 dhe vijat e palosjes shënojini me ngjyrë të kaltër. Çfarë vini re?

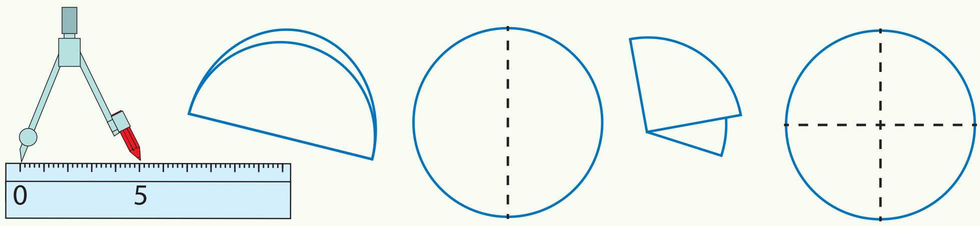


Fig. 5.34

USHTRIME

1 Rrethoni përgjigjen e saktë.
Rrethi është vijë në rrafsh, të gjitha pikat e së cilës kanë largesa të barabarta:
a) nga një drejtëz; b) nga një hark; c) nga një pikë e rrafshit; d) nga një rrafsh.
Korda është një segment që bashkon:
a) dy pika të planit; b) dy pika të qarkut; c) dy pika të rrethit.

2 Në figurën 5.35 tregoni rrezet, kordat, diametrat. Vizatoni një drejtëz tangjente me rrethin.

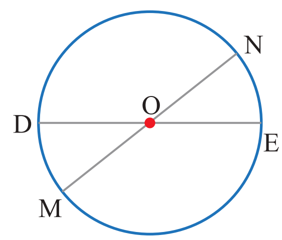


Fig. 5.35

3 A mund të vizatoni në rrethin me qendër O e rreze 5 cm, një kordë me gjatësi:
a) 5 cm? b) 7 cm? c) 10 cm? d) 14 cm?

4 Vizatoni:
a) dy rrathë me rreze 2 cm dhe 3 cm, të cilët nuk kanë asnjë pikë të përbashkët;
b) dy rrathë prerës me rreze 2 cm dhe 3 cm.

5 Shuma e diametrit me rrezen e një rrethi është 18 cm. Sa cm është rrezja e rrethit?

5.6 Ndërtimi i disa shumëkëndëshave me vizore dhe kompas

A Kërkoni dhe zbuloni

Shpjegoni si mund të konstruktohet drejtkëndëshi me ndihmën e vizores dhe të kompasit kur njohim përmasat e tij.

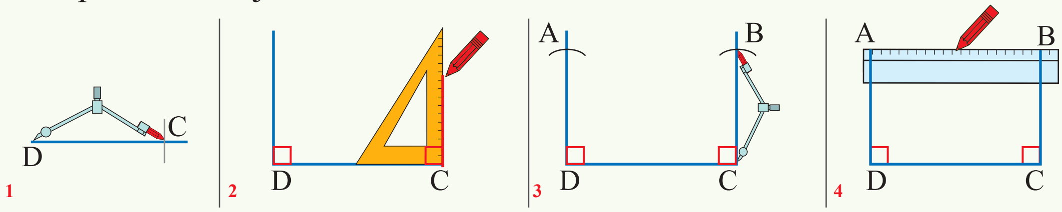


Fig. 5.36

B Vrojtoni dhe mësoni

Punë në grup

Konstruktoni sipas shembullit të mësipërm drejtkëndëshin me përmasa 4 cm dhe 6 cm dhe katrorin me brinjë 4 cm.

Shembulli 1

Konstruktoni rombin me diagonale 8 cm dhe 6 cm.

Zgjidhje

a) Konstruktoni segmentin AC = 8 cm dhe me anë të vizores së shkallëzuar, caktoni mesin e tij O.

b) Me anë të trekëndëshit të vizatimit, konstruktoni një drejtëz normale me drejtëzën (AC) në pikën O.

c) Mbi këtë normale, në anë të ndryshme të O, merrni pikat B dhe D të tilla që OB = OD = 3 cm. Që do të thotë BD = 6cm.

d) Bashkoni B me A dhe C; bashkoni D me pikat A dhe C. Katërkëndëshi ABCD është rombi i kërkuar. Tregoni pse.

Në figurën 5.37 tregohet një mënyrë tjetër e konstruktimit të rombit me ndihmën e çiftit të drejtëzave paralele që kanë të njëjtën largesë.

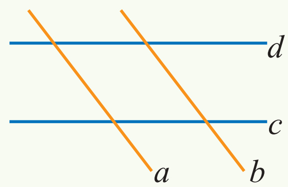


Fig. 5.37

Shembulli 2

Konstruktoni deltoidin me pikëprerje të diagonaleve në pikën O, duke ditur se kjo pikë ndan njërën diagonale në segmentet 5 cm dhe 3 cm, kurse diagonalen tjetër në segmentet 4 cm dhe 4 cm.

Zgjidhje

a) Konstruktoni segmentin [AC] me gjatësi 8 cm dhe gjeni mesin e tij O.
Kemi AO = OB = 4 cm.

b) Me anë të trekëndëshit të vizatimit, konstruktoni normalen me drejtëzën (AC) në pikën O të saj.

c) Në këtë normale, në anë të kundërta të O, merrni pikat B dhe D, të tilla që OB = 5 cm dhe OD = 3 cm.

d) Bashkoni B me A dhe C; bashkoni D me pikat A dhe C. Katërkëndëshi ABCD është deltoidi i kërkuar. Tregoni pse.

III. Për të konstruktuar një trekëndësh barabrinjës ndiqni hapat e mëposhtëm:
a) me anën e kompasit, konstruktoni një rreth;
b) duke mbajtur kompasin të hapur sa rrezja e rrethit, ndani rrethin në 6 pjesë të barabarta;
c) bashkoni tri pika jo të njëpasnjëshme.
Kontrolloni nëse trekëndëshi i ndërtuar, është trekëndësh barabrinjës.

Për të konstruktuar një gjashtëkëndësh të rregullt, veproni si më sipër. Ndani një rreth në 6 pjesë të barabarta. Bashkoni pikat e ndarjes një pas një. Kontrolloni nëse gjashtëkëndëshi i formuar është gjashtëkëndësh i rregullt.

Trekëndëshi barabrinjës me brinjë 4 cm mund të konstruktohet edhe me një mënyrë tjetër.
- Merrni segmentin [AB] me gjatësi 4 cm.
- Me qendër në pikën A, hiqni një hark rrethi me rreze 4 cm.
- Me qendër në pikën B, hiqni një hark rrethi me rreze përsëri 4 cm.
- Le të jetë C pika ku priten këto dy harqe.

Trekëndëshi ABC është trekëndëshi i kërkuar. Tregoni pse.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Konstruktoni katrorin me diagonale 8 cm. Tregoni si do të veproni.
2. Me ndihmën e rrethit, konstruktoni një trekëndësh barabrinjës me brinjë 3 cm.
3. Me ndihmën e rrethit, konstruktoni një gjashtëkëndësh të rregullt me brinjë 4 cm.
4. Në trekëndëshin kënddrejtë ABC, shënoni me M, N dhe O përkatësisht meset e brinjëve [AB], [AC] dhe [BC]. Konstruktoni segmentet [MO] dhe [NO]. Kontrolloni nëse katërkëndëshi AMON është drejtkëndësh.

USHTRIME

1 Plotësoni figurën 5.38, duke konstruktuar një romb brenda drejtkëndëshit.

2 Shpjegoni si mund të plotësohet me tej figura 5.39, për të konstruktuar rombin me anën të trekëndëshit të vizatimit.

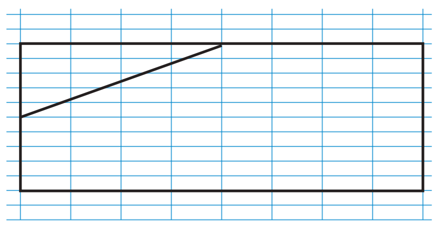


Fig. 5.38

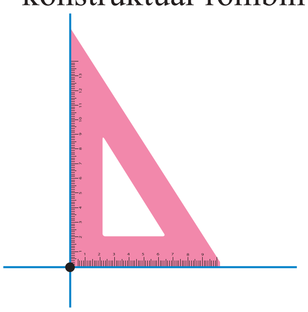


Fig. 5.39

3 Konstruktoni me ndihmën e vizores dhe kompasit, trekëndëshin barabrinjës me brinjë 4 cm. Argumentoni veprimet.

4 Konstruktoni një deltoid me diagonale 6 cm dhe 3 cm.

5 Jepni një përshkrim sa më të shkurtër, por të mjaftueshëm, për të dalluar katërkëndëshin e dhënë në figurën 5.40.

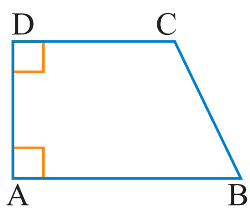
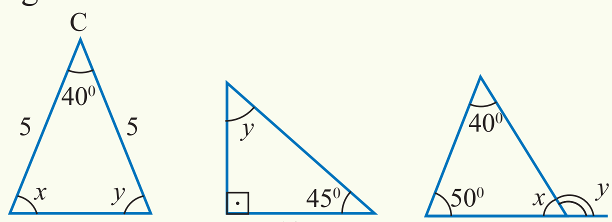
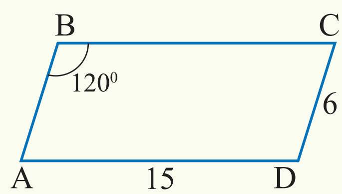
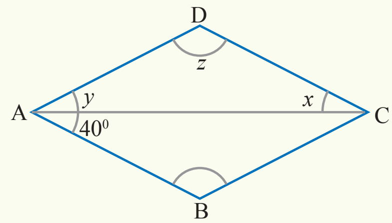
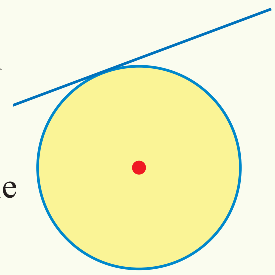


Fig. 5.40

5.7 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Përkufizimi i figurave gjeometrike si shumëkëndësha. Shumëkëndëshi i rregullt:	1. Vizatoni një pesëkëndësh. Emërtoni kulmet. Tregoni brinjët, këndet dhe diagonalet e tij. Bëni matjet e nevojshme për të njehsuar perimetrin e tij.
Trekëndëshi dhe vetitë e tij:	2. Sa është numri më i vogël i brinjëve që mund të ketë një shumëkëndësh? Argumentoni përgjigjen. 3. Vizatoni një trekëndësh. Emërtoni kulmet. Tregoni brinjët dhe këndet e tij.
Klasifikimi i trekëndëshave sipas: a) llojit të këndeve; b) llojit të brinjëve.	4. A mund të ketë trekëndësh: a) me brinjë 3 cm; 4 cm; 8 cm? b) me një kënd të gjerë e një kënd të drejtë?
Shuma e këndeve të trekëndëshit:	5. Gjeni masën e këndeve të trekëndëshit në figurën 5.41.  *Fig. 5.41*
Paralelogrami dhe vetitë e tij:	6. Plotësoni figurën 5.42 për këndet dhe brinjët e paralelogramit.  *Fig. 5.42*
Paralelogrami dhe drejtkëndëshi. Vetitë që i dallojnë drejtkëndëshat në bashkësinë e paralelogrameve:	7. Perimetri i një drejtkëndëshi është 56 cm. Njëra brinjë është sa trefishi i tjetrës. Gjeni përmasat e drejtkëndëshit. 8. Nëse gjysma e diagonales së drejtkëndëshit është 4 cm, sa janë diagonalet e tij?

Paralelogrami dhe rombi. Vetitë e rombit që e dallojnë atë në bashkësinë e paralelogrameve:	9. Gjeni këndet e rombit në figurën 5.43.  *Fig. 5.43*
Drejtkëndëshi dhe katrori. Rombi dhe katrori. Vetitë e katrorit:	10. Sa trekëndësha kënddrejtë barakrahës duhen për të formuar një katror? Tregoni me ndihmën e figurës.
Rrethi dhe elementet e tij: a) qendra; b) rrezja; c) diametri; d) kordë (sekante); e) tangjente.	11. Në figurën 5.44 tregoni elemente të rrethit. Vizatoni rrezen, diametrin, kordën (sekante). Konstruktoni rrezen normale me tangjenten.  *Fig. 5.44*
Konstruktimi i rrethit kur jepet: a) rrezja e tij; b) diametri i tij.	12. Vizatoni një rreth me: a) rreze 2 cm; b) diametër 6 cm. Në secilin prej tyre ndërtoni një tangjente.
Mënyrat e konstruktimit të një trekëndëshi barabrinjës, katrori, drejtkëndëshi, rombi, deltoidit dhe gjashtëkëndëshi të rregullt:	9. Konstruktoni një trekëndësh barabrinjës, katror, drejtkëndësh, romb, deltoid dhe gjashtëkëndësh të rregullt. Tregoni si vepruat.
Zgjidhja e situatave problemore duke përdorur njohuritë për shumëkëndëshat.	10. Tri kënde të një katërkëndëshi janë 80º, 90º, 100º. Gjeni këndin e katërt. 11. Brinja e një katrori është sa trefishi i brinjës së trekëndëshit barabrinjës me perimetër 60 m. Gjeni perimetrin e katrorit. 12. Njëri nga këndet e rombit është 60º. Gjeni këndet që formojnë diagonalet e rombit me brinjët e tij.

5.8 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Rrethoni përgjigjen e saktë:
Në një katërkëndësh, vetëm dy nga brinjët përballë janë paralele. Atëherë ai është:
A) paralelogram; B) drejtkëndësh; C) trapez; D) romb. **(1 pikë)**

2 Rrethoni fjalinë e saktë:
Diagonalet e katërkëndëshit janë të barabarta, kur ai është:
A) trapez; B) paralelogram; C) romb; D) drejtkëndësh. **(1 pikë)**

3 Shkruani një veçori që bën dallimin:
a) mes një katrori dhe një drejtkëndëshi;
b) mes një katrori dhe një rombi;
ç) mes një drejtkëndëshi dhe një paralelogrami;
d) mes një paralelogrami dhe një trapezi. **(4 pikë)**

4 Për secilin trekëndësh të dhënë në figurën 5.45, tregoni llojin e tij. **(3 pikë)**

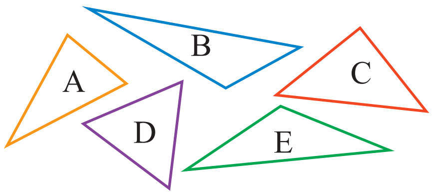


Fig. 5.45

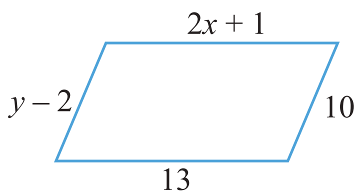


Fig. 5.46

5 Duke ditur që katërkëndëshi i paraqitur në figurën 5.46 është paralelogram, gjeni vlerën e x dhe vlerën e y. **(3 pikë)**

6 Në figurën 5.47 nuk është shënuar qendra e rrethit. Në ç'mënyrë (pa mjete) mund të gjeni një diametër të rrethit? **(3 pikë)**

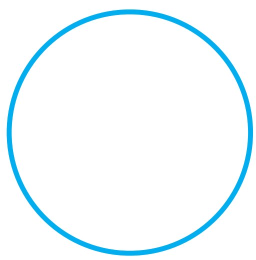


Fig. 5.47

7 A mund të ketë rrethi me rreze 5 cm, kordë me gjatësi: a) 10 cm? b) 15 cm? **(2 pikë)**

8 Gjeni brinjën e rombit, i cili ka perimetër dy herë më të madh se perimetri i drejtkëndëshit me gjatësi 10 cm dhe gjerësi 6 cm. **(2 pikë)**

9 Njëra brinjë e një trekëndëshi barakrahës është 8 cm. Gjeni gjatësitë e të tria brinjëve të trekëndëshit, kur perimetri i tij është: a) 12 cm; b) 20 cm. **(3 pikë)**

10 Konstruktoni gjashtëkëndëshin e rregullt me brinjë 2 cm. **(3 pikë)**

11 Njëri kënd i trekëndëshit e ka masën 80^0. Gjeni masat e dy këndeve të tjera të tij, duke ditur se njëri prej tyre është 3 herë më i madh se tjetri. **(3 pikë)**

6 Numrat dhjetorë

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

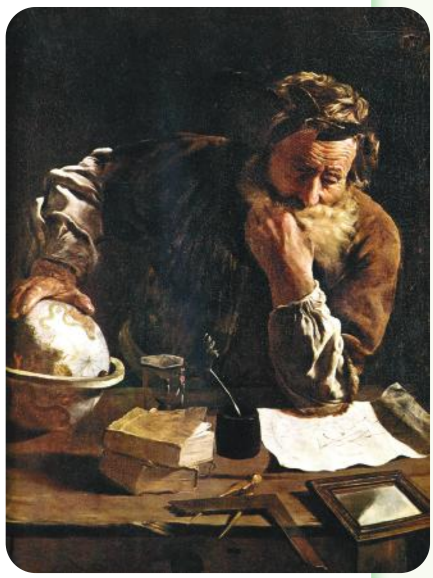
- *përkufizon dhe dallon thyesat dhjetore (me emërues 10, 100,1 000 ...);*
- *shndërron thyesat dhjetore në numra dhjetorë dhe anasjellas;*
- *shkruan, lexon, cakton vendvlerat e shifrave, rrumbullakon dhe krahason numrat dhjetorë;*
- *përdor lehtësime për shumëzim dhe pjesëtim me 10, 100, 1 000 etj.;*
- *zbaton rregullat për kryerjen e veprimeve të mbledhjes, zbritjes, shumëzimit, pjesëtimit të numrave dhjetorë;*
- *kryen veprimet me numra dhjetorë duke përdorur kalkulatorin (makinën llogaritëse);*
- *identifikon numrat dhjetorë të fundmë dhe të pafundmë periodikë;*
- *shndërron numrat dhjetorë dhe thyesorë në përqindje;*
- *llogarit përqindjen e numrave;*
- *përcakton situatat jetësore ku përdoren numrat dhjetorë, numrat thyesorë dhe përqindjet.*

Fjalë kyçe:

thyesa dhjetore, numra dhjetorë të fundëm, periodikë të pafundëm, të përzier, vendvlera, krahasim, rrumbullakim, mbledhje, zbritje, shumëzim, pjesëtim, kalkulator, përqindje.

A E DINI SE...?

Numri *pi* është numri më i studiuar në matematikë dhe ka një pafundësi shifrash dhjetore: 3,14159265358979323...
Besohet se zbulimi i tij daton qysh 2000 vjet p.e.s. Ai është një nga konstantet më të rëndësishme të matematikës, fizikës dhe inxhinierisë. Vlera numerike e π, me saktësi deri në të dhjetat, është 3,1. Arkimedi ishte një nga të parët që iu afrua vlerës së këtij numri, duke dhënë për të vlerën $\frac{22}{7}$. Në vitin 1853, u zbuluan 707 shifra të numrit *pi*. Në vitin 1999, u arrit në 206 158 430 000 shifra.
Nëse do të shkruanim në rresht 200 000 milionë shifrat e *pi*-së, gjatësia e letrës do të mbështillte perimetrin e Tokës.



6.1 Kuptimi i numrit dhjetor

A Kërkoni dhe zbuloni

Jepen thyesat: $\frac{7}{2}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$. A mund të kthehen këto thyesa në thyesa me emërues dhjetëshe të plota? Pse? Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Në kampionatin europian të atletikës, tri atletet që zunë vendet e para në garën e vrapimit 400 m, shënuan këto kohë:

49 sekonda e $\frac{89}{100}$ sek ; 49 sek e $\frac{92}{100}$ sek; 50 sek e $\frac{10}{100}$ sek.

Në tabelën elektronike, ku jepeshin rezultatet, dolën këto shënime:

E para: 49,89 sek; E dyta: 49,92 sek; E treta: 50,10 sek.

Siç shihet, rezultatet u paraqitën me numra me presje. Këta quhen **numra dhjetorë**.

Mbani mend:

Thyesat me emërues 10, 100, 1000 etj., quhen thyesa dhjetore. Çdo thyesë dhjetore mund të shkruhet si numër dhjetor.

Shembull

a) Kemi $\frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{10}$. Kjo thyesë shkruhet $\frac{12}{10} = 1{,}2$ (lexohet "një presje dy").

b) $\frac{247}{100} = 2$ e $\frac{47}{100}$. Kjo thyesë shkruhet $\frac{247}{100} = 2{,}47$ (lexohet "2 presje 47").

c) Numrin $4\frac{21}{1000}$ në fillim e shkruajmë $4\frac{021}{1000}$, në mënyrë që në pjesën thyesore, numëruesi të ketë aq shifra (3) sa zerot e emëruesit dhe pastaj shkruajmë $4\frac{021}{1000} = 4{,}021$.

Për të shkruar një thyesë dhjetore si numër dhjetor (numër me presje), vendosni presjen aty ku numri i shifrave pas saj, të jetë sa numri i zerove në emëruesin e thyesës dhjetore. Në rast se duhet, shtoni zero majtas.

$$\underbrace{\frac{4}{10}}_{\text{1 zero}} = \underbrace{0{,}4}_{\text{1 shifër}} \qquad \underbrace{\frac{325}{100}}_{\text{2 zero}} = \underbrace{3{,}25}_{\text{2 shifra}}$$

Numrat e përzier, pjesa thyesore e të cilëve është thyesë dhjetore, mund t'i ktheni fillimisht në thyesa të parregullta dhjetore.

I. Për të shkruar një numër dhjetor (numër me presje) si thyesë dhjetore, shkruani në numërues të gjitha shifrat që ka numri dhjetor (duke hequr presjen), kurse në emërues vendosni shifrën 1 të ndjekur nga aq zero sa janë shifra pas presjes.

P.sh.: $7{,}6 = \frac{76}{10}$; $2{,}84 = \frac{284}{100}$; $3{,}025 = \frac{3025}{1000}$.

II. Numrat dhjetorë mund të paraqiten në boshtin numerik si thyesat e zakonshme. P.sh. për të paraqitur në boshtin numerik numrin dhjetor 0,4 e paraqesim në fillim si thyesë të zakonshme $0{,}4 = \frac{4}{10}$. Më pas vendosim, duke filluar nga origjina, njëri pas tjetrit, 4 segmente në gjatësi sa $\frac{1}{10}$ e njësisë së gjatësisë.

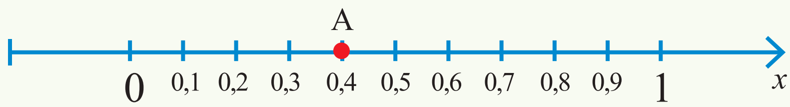


Fig. 6.1

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Shkruani thyesat e mëposhtme në trajtën e numrave dhjetorë dhe lexojini ato.

a) $\frac{37}{10}$; b) $\frac{456}{100}$; c) $\frac{2135}{1000}$.

2. Shkruani numrat e përzier si numra dhjetorë.

a) $2\frac{6}{10}$, b) $3\frac{28}{100}$, c) $4\frac{7}{100}$, d) $3\frac{125}{1000}$, e) $28\frac{34}{1000}$.

3. Shkruani numrat dhjetorë si thyesa dhjetore.

a) 2,6; b) 0,3; c) 3,41; d) 6,012; e) 18,105.

4. Në figurën 6.2, njësia *u* është ndarë në të dhjeta dhe të qindta.

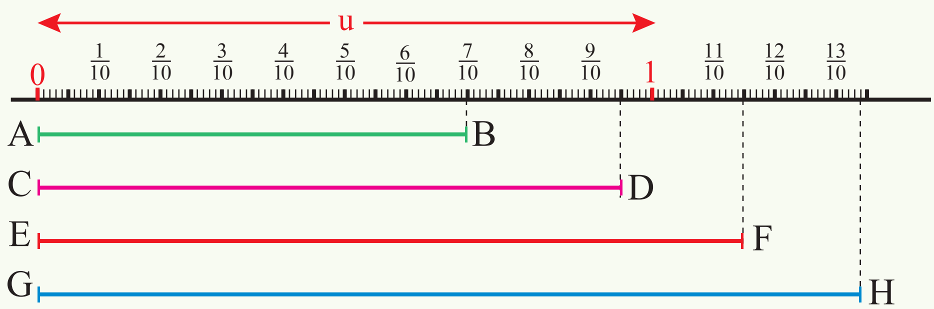


Fig. 6.2

a) Jepni me thyesë dhjetore gjatësitë e segmenteve [AB], [CD], [EF], [GH].

b) Shkruani në tri mënyra, gjatësinë e segmentit [GH].

5. Toka rrotullohet rreth Diellit për 365 ditë e 256 të mijtat e ditës. Shkruajeni këtë numër si numër të përzier dhe si numër dhjetor.

USHTRIME

1 Shkruani si numra dhjetorë:
a) 7 e 8 të dhjeta; b) 5 e 45 të qindta; c) 37 të qindta; d) 25 e 1 të qindta.

2 Shkruani herësit si numra dhjetorë:
a) 182 : 10; b) 5405 : 100 c) 631 : 1000; d) 74 : 1000; e) 849 : 1000.

3 Merrni si njësi gjatësie 10 kuti të fletores dhe paraqitni në boshtin numerik numrat 0,1; 0,5; 1; 2.

4 Gjatë zbrazjes së pishinës, çdo orë nxirren prej saj tri të dhjetat e sasisë fillestare të ujit. Ç'pjesë e ujit mbetet në të pas 3 orësh? Shkruani përgjigjen si numër dhjetor.

6.2 Vendvlerat e shifrave te numri dhjetor

A Kërkoni dhe zbuloni

Në numrin 2675 mund të tregoni vlerat e secilës shifër.
Po në numrin 26,75 a mund të tregoni vlerat e secilës shifër?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Çdo numër dhjetor ka pjesën e plotë dhe pjesën dhjetore. Numri 24,35 mund të shkruhet $24{,}35 = 24 + 0{,}35$.
24 është pjesa e plotë e këtij numri; 0,35 është pjesa dhjetore e tij.
II. Te numri dhjetor 24,35:
2 është shifra e dhjetësheve;
4 është shifra e njësheve;
3 është shifra e të dhjetave;
5 është shifra e të qindtave.
Vrojtoni tabelën për numrin 24,35.

Pjesa e plotë		Pjesa dhjetore	
Dhjetëshe	Njëshe	Të dhjeta $\left(\frac{1}{10}\right)$	Të qindta $\left(\frac{1}{100}\right)$
2	4	3	5

Mund të shkruajmë edhe: $24{,}35 = 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{100}$.

Kujdes!

Në shkrimin e numrit dhjetor, disa zero mund të hiqen, të tjerat jo. Mund të hiqen vetëm zerot në fund të numrit dhjetor.

P.sh.: $5{,}0 = 5 + \frac{0}{10} = 5$.

$4{,}30 = 4 + \frac{3}{10} + \frac{0}{100} = 4 + \frac{3}{10} = 4{,}3$.

Por, 4,03 nuk mund të shkruhet 4,3 (kemi $4{,}03 = 4 + \frac{3}{100}$, kurse $4{,}3 = 4 + \frac{3}{10}$).

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Tregoni pjesën e plotë, e më pas pjesën dhjetore të numrit të mëposhtëm.
a) 34,607; b) 18,25;
c) 203,75; d) 0,82.

2. Te numrat e mëposhtëm, nënvizoni shifrën e të dhjetave dhe rrethoni shifrën e të qindtave.
a) 35,127; b) 8,34;
c) 123,5; d) 0,56.

3. Zbërtheni sipas rendeve:
(p.sh.: $36{,}72 = 3 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{100} = 36 + 0{,}7 + 0{,}02$)

a) 3,2; b) 6,34; c) 12,407.

4. Tregoni cilët numra janë të barabartë midis tyre.
a) 10,0; 10; 010; 0,10; 10,00;
b) 1,0; 0,1; 01; 1; 1,00;
c) 0,10; 1,1; 0,01; 01; 0,1.

5. Mësuesja diktoi numrin “gjashtëdhjetë e katër e pesë të qindta”. Tre nxënës dhanë përgjigje të ndryshme, siç tregohet më poshtë.
Andi: 64,5 Alma: 64,05 Ermira: $64+\frac{5}{100}$
Kush ka gabuar?

6. Në tabelën e mëposhtme jepen të dhënat për masat rekorde të disa frutave.

Lloji i frutës	Masa rekord (kg)
Molla	1,673
Limoni	5,265
Mango	1,940
Pjeshka	0,725
Dredhëza	0,231

Shprehni secilën masë, duke përdorur kg dhe nënfishat dhjetorë të tij ($\frac{1}{10}$ kg, $\frac{1}{100}$ kg, $\frac{1}{1000}$ kg).

USHTRIME

1 A janë të barabarta $\frac{3}{10}$ me $\frac{30}{100}$? Po $\frac{7}{10}$ me $\frac{71}{100}$?

2 Shkruani thyesat dhjetore si numra të përzier.

a) $\frac{17}{10}$; b) $\frac{205}{100}$; c) $\frac{3045}{1000}$.

3 Shkruani si numër dhjetor.

a) $2+\frac{3}{10}$; b) $2+\frac{3}{100}$; c) $2+\frac{5}{10}+\frac{7}{100}$; d) $\frac{3}{10}+\frac{6}{100}$.

4 a) Cila është pjesa e plotë e numrit dhjetor 8,12?

b) Gjeni dy numra të plotë të njëpasnjëshëm midis të cilëve ndodhet 8,12.

5 Shkruani shumën e mëposhtme si numër dhjetor.

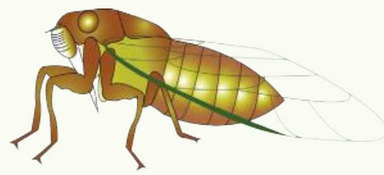
a) $8\cdot 100+1\cdot 10+7\cdot 1+3\cdot 0,1+2\cdot 0,01=$
b) $6\cdot 1000+3\cdot 10+8\cdot 1+3\cdot 0,1+5\cdot 0,001=$

Gjatësia e një merimange është 1,715 cm. Rrumbullakoseni këtë gjatësi në centimetrin dhe në milimetrin më të afërt.

6.3 Krahasimi i numrave dhjetorë

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Gjatësia e një gjinkalle është midis 1 cm dhe 2 cm.
a) Jepni 5 numra që mund të shprehin gjatësinë e një gjinkalle.
b) Radhitni ata nga më i vogli te më i madhi.



B Vrojtoni dhe mësoni

Shembull

Krahasoni numrat dhjetorë 2,34 dhe 2,4.

Zgjidhje

Mënyra I

Krahasoni, duke i shkruar numrat dhjetorë si thyesa dhjetore:

$2{,}34 = \frac{234}{100}$ dhe $2{,}40 = \frac{240}{100}$.

Më e madhe është thyesa që ka numëruesin më të madh: $234 < 240$, prandaj

$\frac{234}{100} < \frac{240}{100}$, d.m.th. $2{,}34 < 2{,}4$.

Mënyra II

Krahasoni shifrat e të njëjtit rend.
Filloni duke krahasuar pjesët e plota. Nëse këto janë të barabarta, vazhdoni derisa të gjeni shifra të ndryshme të të njëjtit rend:
P.sh. për numrat 4,31 dhe 4,37 kemi $4 = 4$ dhe $3 = 3$, por $1 < 7$. Prandaj $4{,}31 < 4{,}37$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vendosni midis numrave shenjën < ose >, që mosbarazimi të jetë i vërtetë.
a) 1,5 ... 1,8; b) 12,43 ... 12,4;
c) 15,23 ... 15,3; d) 85,6 ... 85,06.

2. a) Numrat e mëposhtëm, radhitni nga më i vogli te më i madhi, duke përdorur shenjën <:
10; 9,8; 10,5; 9,2; 10,1; 9.
b) Numrat e mëposhtëm, radhitni nga më i vogli te më i madhi, duke përdorur shenjën >:
47,1; 47,3; 47; 47,15; 47,26.

3. Plotësoni në mënyrë që mosbarazimi të jetë i vërtetë (mund të ketë më tepër se një zgjidhje).
a) $6,\square < 6{,}5$; b) $6{,}3 > 6,\square 5$; c) $45{,}71 < 45,\square 1$.

4. Shkruani një numër dhjetor me 3 shifra që gëzon këto veti:
- Është midis 8,9 dhe 9,1.
- Është më afër 9,1 sesa 8,9.
- Njërën shifër e ka 7.

5. Në lojërat olimpike të Meksikës (1968), fituesi i garës së vrapimit 100 m shënoi kohën 9,95 sek. A do ta bënte këtë distancë në kohë më të shkurtër, po të vraponte me shpejtësi 10 m/s?

6. Në tabelën e mëposhtme jepen përmasat e 3 mikroorganizmave:

Emri i mikroorganizmit	Gjatësia (në mm)
Euglena	0,139
Verticella	0,11
Paramecium	0,125

Shkruani emrat e tyre nga më i shkurtri te më i gjati.

USHTRIME

1 Krahasoni numrat. Argumentoni përgjigjen.
a) 85,09 me 67,99; d) 55,7 me 55,700; b) 0,5 me 0,724; e) 0,908 me 0,918;

2 Krahasoni madhësitë e mëposhtme.
a) 85,34 m dhe 62,4 m; b) 105,43 kg dhe 150, 06 kg; c) 3,5 kg dhe 3,4 m.

3 Në tabelën e mëposhtme, jepen rrezet (në mijë km) e planetëve të sistemit diellor.

Planeti	Toka	Neptuni	Mërkuri	Marsi	Jupiteri	Venusi	Urani	Saturni
Rrezja (në mijë km)	6,378	25,269	2,439	3,397	71,49	6,052	25,559	60,268

Radhitni planetët sipas rendit rritës të rrezeve.

4 Tabela e mëposhtme jep temperaturën e shkrirjes së disa metaleve dhe masën prej 1 cm³ të secilit metal.

Metali	Alumin	Argjend	Bakër	Kallaj	Hekur	Ar
Temperatura e shkrirjes	660,32°C	961,78°C	1085°C	231,93°C	1538°C	1064,18°C
Masa për 1 cm^3	2,7 g	10,5 g	8,920 g	7,29 g	7,86 g	13,3 g

a) Radhitni metalet sipas rendit rritës të temperaturave të shkrirjes.
b) Radhitni metalet sipas rendit zbritës të masave për 1 cm^3.

5 Topat që përdoren në ndeshjet zyrtare të futbollit, duhet të kenë këtë veçori:
- Perimetri i rrethit të madh (c): midis 6,8 dm dhe 7 dm.
- Masa (m): midis 0,41 kg dhe 0,45 kg.
- Shtypja e ajrit (p): midis 0,68 kg/cm^2 dhe 1,1 kg/cm^2.

A janë të rregullt 3 topat e paraqitur në figurën 6.3?

c = 6,82 dm
m = 0,425 kg
p = 0,56 kg/cm^2

c = 6,91 dm
m = 0,448 kg
p = 1,01 kg/cm^2

c = 7,15 dm
m = 0,43 kg
p = 0,6 kg/cm^2

Fig. 6.3

6.4 Mbledhja dhe zbritja e numrave dhjetorë

A Kërkoni dhe zbuloni

Gjatë shëtitjes me biçikletë, Era bëri $5\frac{3}{10}$ km, pushoi 10 minuta, dhe më pas përshkoi $4\frac{5}{10}$ km. Sa km bëri Era?
Si do të veproni për të zgjidhur problemin? Po nëse të dhënat e mësipërme do t'i kthenit në numra dhjetorë, a do ta kishit më të lehtë? Bashkëbisedoni dhe argumentoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Për të mbledhur a zbritur dy numra dhjetorë, mund të veprohet në dy mënyra.

Mënyra I
Shkruani numrat dhjetorë si numra të përzier dhe më pas mblidhni ose zbritni ato.

Shembulli 1

Gjeni shumën 3,7 + 2,65.

Zgjidhje
Shkruani $3{,}7 + 2{,}65 = 3\frac{70}{100} + 2\frac{65}{100} = 5 + \left(\frac{70}{100} + \frac{65}{100}\right) = 5\frac{135}{100} = 6\frac{35}{100} = 6{,}35.$

Mënyra II
Në fillim, barazoni numrin e shifrave pas presjes dhjetore (duke shtuar zero djathtas, nëse është e nevojshme). Pastaj, mblidhni ose zbritni numrat dhjetorë në shtyllë.

Shembulli 2

Për të gjetur shumën 3,7 + 2,65 shkruani:

$$\begin{array}{r} 3{,}70 \\ +\,2{,}65 \\ \hline 6{,}35 \end{array}$$

Për të gjetur ndryshimin 3,7 – 2,65 shkruani:

$$\begin{array}{r} 3{,}70 \\ -\,2{,}65 \\ \hline 1{,}05 \end{array}$$

Mbani mend:

Për të mbledhur (zbritur) dy numra dhjetorë, mjafton që ata të shkruhen nën njëri-tjetrin, në mënyrë që presja të shkruhet nën presje dhe shifra e çdo rendi të jetë nën shifrën e rendit përkatës. Më pas, ata mund të mblidhen (zbriten) si numrat natyrorë, pa marrë parasysh presjet.
Te numri i gjetur, shenja e presjes, vendoset nën shenjat e presjeve të dy numrave që mblidhen (zbriten).

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kryeni mbledhjet në shtyllë:

a) $\begin{array}{r} 13,56 \\ +15,34 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 2,56 \\ +8,9 \\ \hline \end{array}$

2. Gjeni ndryshimet:

a) 136,52 – 24,41;   b) 56 – 18,25.

3. Tre nxënës kryejnë zbritjen 985 – 7,4. Vetëm njëri prej tyre ka vepruar mirë. Gjeni cili është ai dhe shpjegoni ç'gabime kanë bërë dy të tjerët.

I pari	I dyti	I treti
$\begin{array}{r} 985 \\ -\ 7,4 \\ \hline 91,1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 985,0 \\ -7,4 \\ \hline 977,6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 985 \\ -7,40 \\ \hline 2,45 \end{array}$

4. Në garën e kërcimit trehapësh, një atlet, në hapin e parë u hodh 4,4 m, në hapin e dytë 4,2 m dhe në të tretin 4,1 m. Sa m është kërcimi i tij?

5. Në 100 g bukë të zakonshme ka 3,5 g fibra, kurse në 100 g bukë integrale ka 8,8 g fibra. Një nxënës hëngri në një ditë, 100 g bukë të zakonshme dhe 100 g bukë integrale. Sa gramë fibra mori ai?

USHTRIME

1 Gjeni shumat:

a) 37,5 + 7,5;   b) 13,6 + 5,04;
c) 123,34 + 215,34;   d) 100,514 + 20,147.

2 Gjeni ndryshimet:

a) 37,5 – 7,5;   b) 149,8 – 71,2;
c) 21,84 – 15,3;   d) 48,56 – 34,28.

3 Nga një parcelë u mblodhën 95,37 tonë grurë, kurse nga një parcelë tjetër u mblodhën 16,8 tonë më shumë. Sa tonë grurë u mblodhën nga të dyja parcelat?

4 Gjeni perimetrin e trekëndëshit ABC, nëse AB = 2,8 cm, [BC] është 0,8 cm më e madhe se [AB] dhe 1,1 cm më e vogël se [AC].

5 Një çiklist përshkoi 13,8 km dhe vërejti se kishte përshkuar 4,7 km më pak se një çiklist tjetër. Sa km ka përshkuar çiklisti i dytë?

6 Një nxënës kreu mbledhjen dhe shkroi rezultatin, duke harruar presjen dhjetore. Korrigjoni gabimin e tij.

a) 84,365 + 4,731 = 89096;
b) 3,1297 + 0,0854 = 32151.

7 Gruaja më e gjatë që ka jetuar ishte 2,483 m e gjatë, kurse më e shkurtra ishte 0,61 m. Sa ka qenë ndryshimi i gjatësive të tyre?

6.5 Rrumbullakimi i numrave dhjetorë

A Kërkoni dhe zbuloni

A është e nevojshme të jemi kaq të saktë si në situatat e mëposhtme?
a) Syprina e një dhome është 21,213 m^2.
b) Shtatlartësia e Arbenit është 145,4 cm.
c) Rruga shtëpi-shkollë është 354,7 m.
Çfarë do të ishte më e përshtatshme të thuhej në këto raste? Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shpesh, gjatë përdorimit të numrave dhjetorë në problemat praktike, ata i rrumbullakojmë, d.m.th. i zëvendësojmë me numra dhjetorë me më pak shifra pas presjes dhjetore. Rregullat e rrumbullakimit janë si ato të numrave të plotë.

Shembull

Rrumbullakoni numrin 3,827.

Zgjidhje

a) Rrumbullakimi në pjesën e plotë më të afërt: 3,827 ≈ 4.
b) Rrumbullakimi në të dhjetat më të afërta: 3,827 ≈ 3,8.
c) Rrumbullakimi në të qindtat më të afërta: 3,827 ≈ 3,83.

Mbani mend:

Këto janë hapat që duhen ndjekur për të rrumbullakuar numrat dhjetorë:
1. Në fillim, hiqen të gjitha shifrat e rendeve që janë pas rendit deri tek i cili po rrumbullakojmë.
2. Në qoftë se pjesa që hiqet fillon me shifër më të vogël se 5, numri i mbetur jep rrumbullakimin e duhur.
3. Në qoftë se pjesa që hiqet fillon me shifër më të madhe ose të barabartë me 5, shifra e fundit e pjesës që mbetet duhet rritur për 1.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Cili nga rrumbullakimet është kryer saktë?
a) 5,63 ≈ 5,6 apo 5,63 ≈ 5,7
b) 0,714 ≈ 0,71 apo 0,714 ≈ 0,72
c) 20,816 ≈ 20,81 apo 20,816 ≈ 20,82?

2. Rrumbullakoni në pjesën e plotë më të afërt:
a) 14,69 ≈ ...; b) 2,78 ≈ ...; c) 145,34 ≈ ...; d) 0,735 ≈ ... .

3. Rrumbullakoni në të dhjetën më të afërt:
a) 4,71; b) 25,85; c) 137,34; d) 0,86.

4. Rrumbullakoni në të qindtën më të afërt.
a) 1,432; b) 0,651;
c) 24,345; d) 1000,426.

5. Rrumbullakoni numrin 25,748:
a) në pjesën e plotë më të afërt;
b) në të dhjetën më të afërt;
c) në të qindtën më të afërt.

6. Tavolina për të luajtur pingpong, ka formën e drejtkëndëshit me përmasa 2,74 m dhe 1,53 m. Gjeni sipërfaqen e saj, duke e rrumbullakuar rezultatin deri në pjesën e plotë.

USHTRIME

1 Lexoni mosbarazimin e dyfishtë dhe tregoni me cilin nga numrat e skajeve është më afër numri i mesit.
a) $6 < 6{,}3 < 7$; b) $14{,}3 < 14{,}37 < 14{,}4$.

2 Rrumbullakoni në pjesën e plotë më të afërt.
a) $5{,}689 \approx$ ...; b) $4{,}85 \approx$ ...; c) $0{,}26 \approx$ ...; d) $9{,}58 \approx$ ...;

3 Rrumbullakoni në të dhjetën më të afërt:
a) $12{,}589 \approx$ ...; b) $54{,}05 \approx$ ...; c) $2{,}56 \approx$ ...; d) $0{,}05 \approx$ ....

4 Rrumbullakoni në të qindtën më të afërt:
a) $58{,}689 \approx$ ...; b) $401{,}954 \approx$ ...; c) $12{,}5781 \approx$ ...; d) $4{,}2345 \approx$ ....

5 Rrumbullakoni numrin 15,836.
a) në pjesën e plotë më të afërt;
b) në të dhjetën më të afërt;
c) në të qindtën më të afërt.

6 Rrumbullakoni në të dhjetën më të afërt:
a) shumën e ndryshimit të numrave 5,69 dhe 2,08 me numrin 6,95;
b) ndryshimin e shumës së numrave 3,08 dhe 9,6 me numrin 1,06.

7 Pikave A, B në boshtin numerik u përgjigjen numrat 17,3 dhe 21,7. Gjeni pjesën e plotë të largesës midis tyre.

8 Shiritin me gjatësi 2,5 m e ndanë në 8 pjesë të barabarta. Gjeni gjatësinë e çdo pjese, duke e rrumbullakuar rezultatin deri në të qindtat.

9 Gjarpri më i gjatë në kopshtin zoologjik është një piton 6,248 m, kurse më i shkurtri është një gjarpër me gjatësi 0,108 m. Gjeni ndryshimin e gjatësive dhe rrumbullakojeni në të dhjetën më të afërt.

6.6 Shumëzimi i numrit dhjetor

A Kërkoni dhe zbuloni

Një parcelë ka formë katrori me brinjë $20\frac{18}{100}$ m. Gjeni sa m tel duhen për të rrethuar këtë parcelë.
Po nëse ktheni gjatësinë e brinjës në numër dhjetor, si do ta gjenit sa m tel duhen?

B Vrojtoni dhe mësoni

Parcela e mësipërme e ka perimetrin:
$20{,}18 + 20{,}18 + 20{,}18 + 20{,}18 = 4 \cdot 20{,}18 = 80{,}72$ m.
Kjo shumë quhet prodhim i numrit dhjetor 20,18 me numrin natyror 4 dhe e shënojmë $20{,}18 \cdot 4$.
Vëmë re se vlerën 80,72 të prodhimit $20{,}18 \cdot 4$ mund ta marrim kështu:

- shumëzojmë 20,18 me 4, pa marrë parasysh presjen;
- pastaj, te prodhimi i marrë (8072) ndajmë me presje dy shifrat e fundit djathtas, për të marrë 80,72.

Mbani mend:

Për të shumëzuar një numër dhjetor me një numër natyror, mjafton që:
1. të shumëzohet numri dhjetor me numrin natyror, pa marrë parasysh presjen;
2. prodhimi i gjetur, të ndahet me presje dhjetore aq shifra nga e djathta, sa shifra ka pas presjes numri dhjetor fillestar.

Mbani mend:

Për të shumëzuar dy numra dhjetorë, mjafton që:
1. të kryhet shumëzimi pa marrë parasysh presjet;
2. të ndahen me presje aq shifra nga e djathta sa janë pas presjeve në të dy faktorët së bashku;
3. nëse në prodhim ka më pak shifra sesa duhet të ndani pas presjes, atëherë shtoni përpara prodhimit një ose disa zero.

Shembuj

a) $0{,}351 \cdot 0{,}04$; b) $18{,}5 \cdot 0{,}6$.

Zgjidhje

$$\begin{array}{r} 0{,}351 \\ \cdot \quad 0{,}04 \\ \hline 0{,}01204 \end{array} \quad (3+2) \qquad \begin{array}{r} 18{,}5 \\ \cdot \quad 0{,}6 \\ \hline 11{,}10 \end{array} \quad (1+1)$$

Punë në grup

Gjeni, sipas rregullës së mësipërme, prodhimet
$6{,}375 \cdot 10$; $0{,}23 \cdot 10$; $6{,}375 \cdot 100$; $0{,}23 \cdot 100$. Çfarë vini re?

Mbani mend:

Për të shumëzuar numrin dhjetor me 10, 100, 1000 etj., zhvendosni te ky numër presjen dhjetore aq shifra djathtas sa zero ka në shumëzues, pas shifrës një.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni prodhimet:
a) $2,81 \cdot 5$; b) $2,71 \cdot 10$;
c) $2,71 \cdot 100$; d) $3,05 \cdot 1000$.

2. Kryeni shumëzimet:
a) $2,35 \cdot 0,6$; b) $12,35 \cdot 7,8$; c) $1,35 \cdot 0,04$.

3. Dihet që $52 \cdot 47 = 2444$. Duke përdorur këtë rezultat gjeni prodhimin:
a) $5,2 \cdot 4,7$; b) $0,52 \cdot 4,7$;
c) $52 \cdot 4,7$; d) $0,52 \cdot 0,47$.

4. Gjeni vlerën e shprehjes:
a) $(1,34 + 0,9) \cdot 5,4$;
b) $(8,4 + 1,92) \cdot (1,7 – 1,5)$.

5. Kur uji bie nga tavani i një shpelle, ai lë minerale në tavanin e saj. Me kalimin e kohës, këto minerale formojnë një kolonë shkëmbore, që varet nga tavani e që quhet stalaktit. Disa stalaktite zgjaten deri 0,212 mm në vit. Sa do të zgjaten ato për një shekull?

USHTRIME

1 Kryeni shumëzimet:
a) $9,4 \cdot 6$; b) $2,74 \cdot 1,3$;
c) $0,03 \cdot 25$; d) $10,35 \cdot 0,52$.

2 Masa e një elektromotori është 57,85 kg. Gjeni masën e 8 elektromotorëve të tillë.

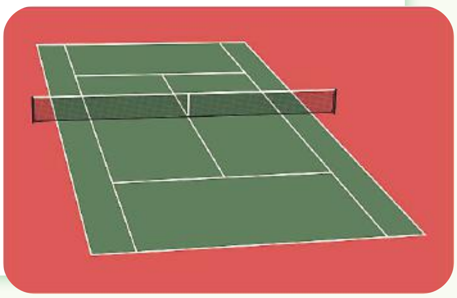
3 Kryeni shumëzimin.
a) $5,47 \cdot 10$; b) $0,18 \cdot 10$; c) $2,9 \cdot 10$;
d) $5,347 \cdot 100$; e) $21,65 \cdot 100$; f) $0,007 \cdot 100$;
g) $42,37 \cdot 1000$; h) $7,8 \cdot 1000$; i) $0,008 \cdot 1000$.

4 Makina udhëtoi 3 orë, me shpejtësi 62,5 km/orë dhe 5 orë me shpejtësi 52,7 km/orë. Sa rrugë bëri ajo?

5 Cila dhomë ka syprinën më të madhe: ajo me përmasa 5,1 m dhe 3,4 m apo ajo me përmasa 4,8 m dhe 3,7 m?

6 Për të montuar një makineri të vjetër duhen 1,4 orë, kurse për montimin e një makinerie të re duhen 0,6 orë më pak. Sa kohë nevojitet për të montuar 3 makineri të vjetra dhe 5 makineri të reja?

7 Gjerësia e një fushe tenisi për ndeshjet individuale është 23,77 m. Për ndeshjet dyshe, shtohen dy korridore anësore me gjerësi 137 cm secili. Sa është gjerësia e fushës së tenisit për ndeshjet dyshe?



6.7 Pjesëtimi i numrit dhjetor me numër natyror

A Kërkoni dhe zbuloni

Një shirit me gjatësi 16,5 m u nda në 5 pjesë të barabarta. Gjeni gjatësinë e çdo pjese. Argumentoni përgjigjen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Ka shumë raste në praktikë kur na duhet të pjesëtojmë një numër dhjetor me një numër natyror.
Problema e mësipërme mund të zgjidhet në dy mënyra:

Mënyra I
Gjatësia e shiritit shprehet në dm. Kemi 16,5 m = 165 dm.
Pjesëtoni 165 me 5 dhe gjeni 33 dm.
Pra, gjatësia e çdo pjese duhet të jetë 33 dm, d.m.th. $3\frac{3}{10}$ m = 3,3 m.
Kështu, herësi i pjesëtimit të 16,5 me 5 doli 3,3.

Mënyra II
Herësi i pjesëtimit të 16,5 me 5 mund të gjendet më thjesht kështu:
pjesëtohet 165 me 5 (duke hequr presjen) dhe pastaj, te herësi 33, vihet presja, duke marrë 3,3.

Mbani mend:

Për të pjesëtuar një numër dhjetor me një numër natyror, veprohet si më poshtë:
1. pjesëtohet numri dhjetor me këtë numrin natyror, pa marrë parasysh presjen dhjetore;
2. te herësi vendoset presja, atëherë kur mbaron pjesëtimi i pjesës së plotë;
3. në qoftë se pjesa e plotë është më e vogël se pjesëtuesi, atëherë herësi ka 0 si pjesë të plotë.

Shembull

$$\begin{array}{l} 16{,}5 : 5 = 3{,}3 \\ \underline{-15} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3{,}36 : 8 = 0{,}42 \\ \underline{-32} \\ 16 \\ \underline{-16} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 7{,}0 : 14 = 0{,}5 \\ \underline{-0} \\ 70 \\ -\underline{70} \\ 0 \end{array}$$

Punë në grup
Gjeni herësin e 74,2 me 10, 100, 1000.
Merrni një numër tjetër dhjetor.
Bëni pjesëtimin e tij me 10, 100, 1000.

Mbani mend:

Për të pjesëtuar një numër dhjetor me 10, 100, 1000 etj. zhvendosni tek ai presjen dhjetore me aq shifra majtas, sa zerot pas njëshit te pjesëtuesi.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kryeni pjesëtimet:
a) 6,72 : 6; b) 4,2 : 3;
c) 10,35 : 5; d) 34,4 : 8.

2. Pjesëtoni numrin 324,7 me 10, me 100, me 1000.

3. Gjeni x në qoftë se $4 \cdot x = 8{,}48$;

4. Një nxënës pjesëtoi 1,374 me 4 dhe gjeti 3,435.
a) Pa e kryer pjesëtimin, a mund të tregoni që nxënësi ka gabuar?
b) Ç'gabim mendoni që ka bërë nxënësi?

5. Beni bëri me biçikletë 2,25 km për 5 minuta, kurse Tani bëri 2,76 km për 8 minuta. Cili është më i shpejtë?

6. Një pirg prej 10 000 fletësh letre është 89 cm i trashë. Sa mm është trashësia e 1 fije letre?

USHTRIME

1 Kryeni pjesëtimet:
a) 20,7 : 9; b) 1 : 40; c) 243,2 : 8; d) 93,15 : 23; e) 0,644 : 92.

2 Pjesëtoni numrin 35,61 me 10, me 100, me 1000.

3 Paraqitni si numër dhjetor numrin:
a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{8}$; c) $\frac{7}{4}$; d) $5\frac{1}{2}$.

4 Në traget janë ngarkuar 3 traktorë, me masë 1,2 tonë secili dhe 7 makina. Masa e gjithë makinave është 2 tonë më shumë se masa e traktorëve. Sa është masa e një makine?

5 Brinjët e një drejtkëndëshi janë 12 cm dhe 6,6 cm.
Një drejtkëndësh i dytë e ka syprinën 11 herë më të vogël se i pari dhe gjatësinë 8 cm. Gjeni gjerësinë e tij.

6 Turisti duhej të përshkonte për dy ditë 25,2 km. Ditën e parë, ai përshkoi $\frac{1}{3}$ e rrugës. Sa km i mbetën për ditën e dytë?

6.8 Pjesëtimi i numrave dhjetorë

A Kërkoni dhe zbuloni

Bëni pjesëtimin e numrit dhjetor 12,6 me numrin natyror 45. Më pas, përdorni rezultatin e arritur për të gjetur herësin e pjesëtimit të 12,6 me 4,5.
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Pjesëtimi i dy numrave dhjetorë mund të kthehet lehtësisht në pjesëtim numri dhjetor me numër natyror.
Herësi nuk ndryshon nëse të pjesëtueshmin dhe pjesëtuesin i shumëzojmë njëkohësisht me 10 ose 100 ose 1000 etj.
Për të gjetur herësin e pjesëtimit të 12,6 me 4,5 shumëzohet i pjesëtueshmi dhe pjesëtuesi me 10, d.m.th. zhvendoset me një shifër djathtas, presja dhjetore, te secili prej tyre (në mënyrë që pjesëtuesi të kthehet në numër natyror).

Punë në grup

Si do të vepronit për të pjesëtuar 0,126 me 0,45?
Po 0,126 me 0,045?
Kryeni pjesëtimet.

Mbani mend:

Për të pjesëtuar një numër dhjetor me një numër dhjetor mjafton që:
1. tek i pjesëtueshmi dhe te pjesëtuesi të zhvendoset presja dhjetore djathtas, me aq shifra sa ka pas presjes dhjetore te pjesëtuesi;
2. pastaj të kryhet pjesëtimi me numrin natyror që merret.

Shembulli 1

Pjesëtoni 4,5 me 0,125.

Zgjidhje

Zhvendoset presja dhjetore me 3 shifra djathtas tek i pjesëtueshmi dhe te pjesëtuesi.
Për ta pasur më të lehtë, fillimisht e shkruajmë të pjesëtueshmin 4,5 në trajtën 4,500.
Kemi 4,500 : 0,125 = 4500 : 125 = 36.

Shembulli 2

Pjesëtoni 0,42 me 0,2.

Zgjidhje

Shumëzojmë të pjesëtueshmin dhe pjesëtuesin me 10. Zhvendoset presja dhjetore me 1 shifër djathtas tek i pjesëtueshmi dhe te pjesëtuesi.
Kemi 0,42 : 0,2 = 4,2 : 2 = 2,1

Shembulli 3

Pjesëtoni 45 me 0,15.

Zgjidhje

Çdo numër i plotë shkruhet si numër dhjetor, duke vendosur pas presjes dhjetore zero. Kështu, numri 45 shkruhet 45,0. Zhvendoset presja dhjetore me 2 shifra djathtas tek i pjesëtueshmi dhe te pjesëtuesi,

Kemi 45 : 0,15 = 45,00 : 0,15 = 4500 : 15 = 300

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kryeni pjesëtimet:
a) 30,2 : 0,4; b) 3,5 : 0,07;
c) 26 : 0,013; d) 12,096 : 2,24.

2. Kryeni pjesëtimin dhe bëni provën me shumëzim:
a) 7,56 : 0,6; b) 0,468 : 0,09; c) 6,944 : 3,2.

3. Kryeni pjesëtimet:
a) 60 : 0,4; b) 35 : 0,07;
c) 143 : 0,013; d) 12 : 2,4.

4. Një nxënës përshkoi 7,2 km për 2,4 orë. Sa km do të përshkojë ai për 1,6 orë, me të njëjtën shpejtësi?

USHTRIME

1 Gjeni herësin dhe bëni provën me shumëzim:
a) 0,8 : 0,5;
b) 3,51 : 2,7;
c) 14,335 : 0,61.

2 Hapi i njeriut është 0,8 m. Sa hapa duhet të bëjë ai për të përshkuar 100 m?

3 Gjeni masën e 1 cm^3 akulli, nëse masa e 3,5 cm^3 akull është 3,08 g.

4 Një litar ndahet në dy pjesë. Gjatësia e njërës pjesë është 3,25 m, kurse gjatësia e pjesës tjetër është 1,3 herë më e vogël. Sa është gjatësia e litarit?

5 Një rruzull alumini, me vëllim 50 cm^3, e ka masën 135 g. Sa është masa e një rruzulli çeliku, me të njëjtin vëllim, nëse masa e 1 cm^3 alumin është 5,2 g më e vogël se masa e 1 cm^3 çelik?

6 Gjeni vlerën e shprehjes:
a) (130,2 – 30,8) : 2,8 – 21,84 =
b) 8,16 : (1,32 + 3,42) – 0,345 =
c) 3,712 : (7 – 3,8) + 1,3 · (2,74 + 0,66) =

7 Largësia Tiranë – Prizren është 182 km. Një autobus ecën me shpejtësi 76 km/orë. Për sa kohë e përshkon këtë largësi autobusi?

6.9 Kthimi i thyesës së zakonshme në thyesë dhjetore. Përdorimi i kalkulatorit (makinës llogaritëse)

A Kërkoni dhe zbuloni

Ktheni në thyesë dhjetore e pastaj në numër dhjetor, numrat thyesorë:
$\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{5}{40}$; $\frac{7}{50}$; $\frac{1}{125}$.
A mund të ktheni në thyesë dhjetore thyesën $\frac{1}{3}$? Po thyesën $\frac{2}{7}$?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Disa thyesa mund të kthehen në thyesa dhjetore, duke përdorur vetinë themelore të thyesave. P.sh.: $\frac{7}{4}=\frac{7\cdot 25}{4\cdot 25}=\frac{175}{100}=1{,}75$; $\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{4}{10}=0{,}4$; $\frac{3}{125}=\frac{24}{1000}=0{,}024$.

II. Ka edhe thyesa që nuk mund të kthehen në thyesa dhjetore.

Të tilla janë p.sh.: $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{2}{9}$ etj.

Mbani mend:

Mund të kthehen në thyesa dhjetore vetëm ato thyesa të zakonshme, emëruesi i të cilave zbërthehet si prodhim faktorësh të thjeshtë që janë vetëm 2 ose 5.
Kur thyesa e zakonshme kthehet në thyesë dhjetore, për ta kthyer në numër dhjetor, mjafton të pjesëtojmë numëruesin me emëruesin.

Shembulli 1

Thyesa $\frac{6}{5}$ është herësi i pjesëtimit të 6 me 5 (të 6,0 me 5). Pra, $\frac{6}{5}=6:5=1{,}2$

III. Ka raste kur herësi i pjesëtimit të një numri *a* me një numër *b* nuk është numër dhjetor i fundmë (pjesëtimi nuk përfundon kurrë).

Shembull 2

Thyesa $\frac{14}{6}$ nuk kthehet në thyesë dhjetore (pra, as në numër dhjetor të fundmë), sepse $6 = 2\cdot 3$. Në fakt, $14{,}00 : 6 = 2{,}333333....$ Vini re që pjesëtimi nuk përfundon kurrë. Te herësi, pas presjes dhjetore përsëritet pafundësisht shifra 3. Thyesa $\frac{14}{6}$ jep një numër dhjetor të pafundmë periodik me periodë 3; $\frac{14}{6}=2{,}333\ldots$

IV. Herësi i pjesëtimit të dy numrave natyrorë mund të gjendet me anë të kalkulatorit (makinës llogaritëse). Thyesa $\frac{48}{7}$ nuk jep numër dhjetor të fundmë, as periodik. Duke bërë me kalkulator pjesëtimin e 48 me 7 (48 : 7), vihet re që në ekran del numri 6,857142857. Ky nuk është herës i saktë, por një vlerë e përafërt për thyesën $\frac{48}{7}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Rrethoni thyesat që mund të kthehen në thyesa dhjetore:

$\frac{3}{5}$; $\frac{9}{2}$; $\frac{11}{4}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{40}$; $\frac{3}{50}$; $\frac{5}{12}$.

2. Ktheni në numra dhjetorë thyesat, duke pjesëtuar numëruesin me emëruesin:

a) $\frac{16}{5}$; b) $\frac{13}{8}$; c) $\frac{21}{20}$; d) $\frac{49}{40}$; e) $\frac{5}{12}$.

3. Kryeni pjesëtimet me kalkulator:

a) 16 : 5; b) 71 : 4; c) 11 : 8; d) 35 : 16.

4. Syprina e një pulle poste është 280 mm^2. Sa cm^2 është kjo syprinë?

5. Një i rritur mund të bëjë në ditë 13 000 hapa nga 70 cm. Ç'distancë në km përshkon ai?

USHTRIME

1 Duke përdorur vetinë themelore të thyesave, ktheni në thyesa dhjetore e pastaj në numra dhjetorë thyesat:

a) $\frac{21}{2}$; b) $\frac{3}{16}$; c) $\frac{5}{8}$; d) $\frac{26}{125}$; e) $\frac{7}{20}$.

2 Kryeni pjesëtimet me kalkulator:
a) 31 : 4; b) 35 : 8; c) 76 : 5; d) 100 : 16; e) 121 : 32.

3 Duke përdorur kalkulatorin, rrumbullakoni vlerën e thyesës $\frac{37}{13}$ në:
a) të dhjetat më të afërta; b) të qindtat më të afërta; c) të mijtat më të afërta.

4 Duke përdorur kalkulator, rrumbullakoni vlerat e thyesave në të qindtat më të afërta:

a) $\frac{21}{6}$; b) $\frac{39}{7}$; c) $\frac{90}{17}$; d) $\frac{300}{137}$.

5 Tomi vizatoi me dorë të lirë planin e një kopshti në formë drejtkëndëshi, duke treguar me thyesa përmasat e tij (fig. 6.4). Shprehni perimetrin e këtij kopshti në trajtën e numrit dhjetor.

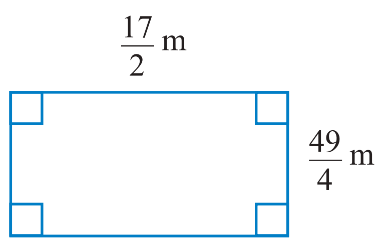


Fig. 6.4

6.10 Shprehje numerike me numra dhjetorë. Përdorimi i kalkulatorit (makinës llogaritëse)

A Kërkoni dhe zbuloni

Punë në grup

Gjeni vlerën e shprehjeve:
a) 36 : 5 + 12 · 3,4 – 5,64;
b) 0,12 : 3 + (0,49 : 7 + 3 · 0,6) · (0,08 + 2,5 – 0,58).
Diskutoni cila është radha e kryerjes së veprimeve në një shprehje me numra dhjetorë.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Radha e veprimeve

Nga pyetjet e mësipërme vihet re se në shprehjet që përmbajnë numra dhjetorë, radha e veprimeve është e njëjtë si në shprehjet me numra natyrorë.
Kështu, për të gjetur vlerën e shprehjes së parë, zbatohet radha e kryerjes së veprimeve si më poshtë:

36 : 5 + 12 · 3,4 – 5,64 = – kryhet pjesëtimi dhe shumëzimi
= 7,2 + 40,8 – 5,64 = – kryhet mbledhja dhe zbritja, sipas radhës
= 48 – 5,64 = 42,36

Komentoni radhën e veprimeve që ndiqet për shprehjen e dytë:
0,12 : 3 + (0,49 : 7 + 3 · 0,6) · (0,08 + 2,5 – 0,58) =
= 0,12 : 3 + (0,07 + 1,8) · (2,58 – 0,58) =
= 0,12 : 3 + 1,87 · 2 =
= 0,04 + 3,74 = 3,78

II. Përdorimi i kalkulatorit

Me anë të kalkulatorit mund të kryeni edhe pjesëtimin e numrave dhjetorë.
Kini parasysh se tasti (•) përfaqëson presjen dhjetore, kurse tasti (÷) përfaqëson pjesëtimin.

Shembull

Për të gjetur vlerën e herësit 24,84 : 4 duhet të shtypen në kalkulator, njëra pas tjetrës, sipas radhës, tastet që shënojnë shifrat e numrit dhe shenjat e veprimeve përkatëse dhe në fund të shtypet tasti (=). Në ekran shfaqet rezultati.
Kështu, shtypim 2 4 • 8 4 ÷ 4 =, siç ilustrohet në figurën 6.5. Do të gjejmë 6,21.

Në rast se gjatë përdorimit të kalkulatorit, vini re që keni gabuar diku, shtypni tastin (AC) dhe filloni çdo gjë nga e para.

Fig. 6.5

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni, pa makinë llogaritëse, vlerën e shprehjes:
a) $4 \cdot 1{,}63 + 7{,}81 - 0{,}79$;
b) $3 \cdot 1{,}8 + 5 \cdot 1{,}4 - 2 \cdot 1{,}3$.

2. Gjeni vlerën e shprehjes:
a) $3 \cdot 8 - (1{,}4 - 0{,}6) \cdot (2 - 1{,}3)$;
b) $7{,}81 + 3 \cdot (1{,}14 - 0{,}96) + 3{,}9 : 3$.

3. Njehsoni me ndihmën e makinës llogaritëse:
a) $6{,}36 \cdot 25$; b) $2{,}06 \cdot 3{,}05$; c) $14{,}74 : 30$; d) $38{,}52 : 1{,}2$.

4. Shpejtësia e zërit në ajër është 0,33 km/s. Sa larg jush lëshohet rrufeja, nëse e dëgjoni bubullimën 5,5 sekonda pas vetëtimës?

USHTRIME

1 Kryeni shumëzimet:
a) $7{,}8 \cdot 2{,}9$; b) $4{,}4 \cdot 2{,}2$;
c) $0{,}4 \cdot 3{,}8$; d) $0{,}8 \cdot 7{,}5$.

2 Dihet që $52 \cdot 47 = 2444$. Duke përdorur këtë rezultat, gjeni prodhimin:
a) $5{,}2 \cdot 4{,}7$; b) $0{,}52 \cdot 4{,}7$;
c) $52 \cdot 4{,}7$; d) $0{,}52 \cdot 0{,}47$.

3 Kryeni shumëzimet:
a) $6{,}36 \cdot 25$; b) $2{,}06 \cdot 3{,}05$;
c) $10{,}3 \cdot 1{,}01$; d) $2{,}35 \cdot 0{,}14$.

4 Kryeni shumëzimet:
a) $0{,}082 \cdot 0{,}5$; b) $0{,}21 \cdot 0{,}084$;
c) $0{,}065 \cdot 0{,}34$; d) $103{,}15 \cdot 0{,}001$.

5 Njehsoni me mënyrën më të përshtatshme:
a) $1{,}5 \cdot 2{,}2 \cdot 2$; b) $6{,}54 \cdot 0{,}25 \cdot 4$;
c) $2{,}5 \cdot 0{,}061 \cdot 4$; d) $13{,}7 \cdot 0{,}2 \cdot 5$.

6 Gjeni vlerën e shprehjes:
a) $(1{,}34 + 0{,}9) \cdot 5{,}4$;
b) $40 \cdot (7{,}85 - 3{,}9)$;
c) $(8{,}4 + 1{,}92) \cdot (1{,}7 - 1{,}5)$;
d) $14{,}28 : 7 + 12{,}54 : 6$.

7 Cila dhomë ka syprinën më të madhe: ajo me përmasa 4,5 m dhe 3,5 m apo ajo me përmasa 4,3 m dhe 3,8 m?

6.11 Kuptimi i përqindjes

A Kërkoni dhe zbuloni

Në figurën 6.6 paraqiten tre rrathë. Rrethi i parë është ngjyrosur 25%.
a) Ngjyrosni 50% të rrethit të dytë.
b) Ngjyrosni 75% të rrethit të tretë.
Argumentoni veprimet.

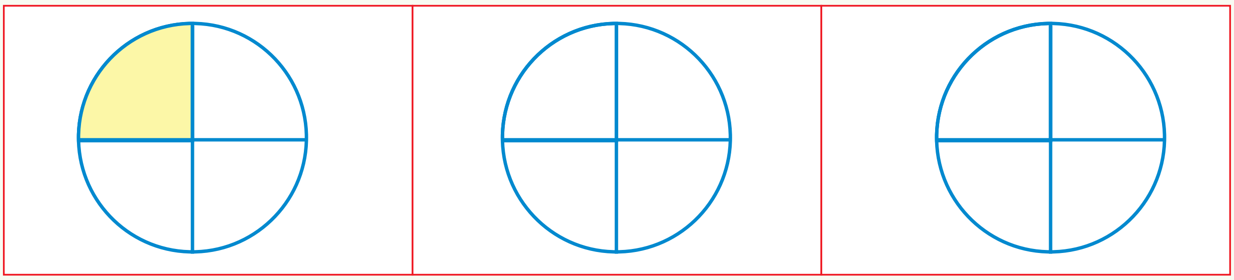


Fig. 6.6

B Vrojtoni dhe mësoni

Mund t'ju ketë rastisur të dëgjoni fjali si këto më poshtë.
"Në zgjedhje morën pjesë 60 për qind e votuesve".
"Azoti përbën 75,5 për qind të masës së ajrit".
"Lagështia e ajrit është 70 për qind".
"Kalueshmëria në lëndën e matematikës është 90 për qind".

Mbani mend:

Për të shënuar një të qindtën e një sasie, përdoret fjala "për qind". Thyesa $\frac{1}{100}$ shënohet "1%" dhe lexohet "një për qind". Të gjitha thyesat me emërues 100 mund të lexohen si përqindje.

Shembulli 1

$\frac{12}{100}$ shënohet 12% dhe lexohet "12 për qind".

$\frac{3}{100}$ shënohet 3% dhe lexohet "3 për qind".

Çdo përqindje mund të shkruhet si thyesë dhe si numër dhjetor.

Shembulli 2

$213\% = \frac{213}{100} = 2{,}13;\ \ 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$

Çdo numër dhjetor mund të shkruhet si përqindje.

Shembulli 3

1,73 = 173%; 0,9 = 0,90 = 90%

Për të gjetur 15% të 200 faqeve të librit, veprohet njësoj si për të gjetur pjesën e një numri, duke e shkruar përqindjen si thyesë (ose si numër dhjetor).

Shembulli 4

15% e 200 = $\frac{15}{100} \cdot 200 = \frac{15 \cdot 200}{100}$ = 30 faqe, ose 15% e 200 = 0,15 · 200 = 30 faqe.

C Ushtrohuni duke zbatuar

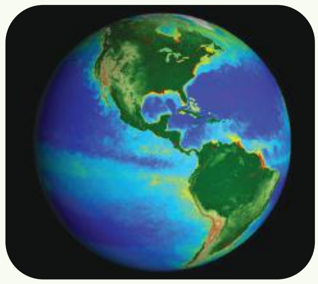
1. Shkruani si thyesa dhe si numra dhjetorë përqindjet:
a) 17%; b) 40%; c) 125%.

2. Shkruani si përqindje numrat dhjetorë:
a) 0,37; b) 0,8; c) 2,59.

3. Ktheni thyesat e zakonshme në thyesa dhjetore dhe pastaj në përqindje:
a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$.

4. Gjeni:
a) 25% e numrit 16; b) 20% e numrit 48.

5. Sipërfaqja e planetit tonë është 510 milionë km^2. Detet dhe oqeanet mbulojnë rreth 70% të kësaj sipërfaqeje. Ç'sipërfaqe (në km^2) mbulojnë ata?



USHTRIME

1 Shkruani si thyesë dhe si numër dhjetor përqindjet:
13%; 61%; 2%; 140%; 250%.

2 Shkruani si përqindje numrat dhjetorë:
0,07; 0,3; 0,55; 1,34; 2,05.

3 Shkruani si përqindje thyesat:
$\frac{2}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{10}$.

4 Plotësoni tabelën.

Thyesë	Numër dhjetor	Përqindje
$\frac{9}{100}$		
	0,4	
		65%

5 Gjeni:
a) 15% të 20 nxënësve;
b) 28% të 1500 banorëve.

6 Shkolla ka 400 nxënës, nga të cilët 6% frekuentojnë rrethin e shahut. Sa nxënës frekuentojnë rrethin e shahut?

6.12 Zbatime të përqindjes

A Kërkoni dhe zbuloni

Një sallë shfaqjesh ka 1200 vende. Në koncertin e radhës u shitën 70% e biletave. Sa para u grumbulluan nga shfaqja, duke ditur se një biletë kushton 12 euro?
Si fillim, duhet të gjeni sa bileta u shitën; si mund ta bëni këtë? Bashkëbisedoni me shokun/shoqen tuaj.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shembulli 1

Rezervuari i një makine është i mbushur 30% me naftë. Duke shtuar në të edhe 35 litra, ai mbushet në 80% të kapacitetit. Sa është kapaciteti i rezervuarit?

Zgjidhje

Gjeni fillimisht me sa për qind u shtua nafta: 80% – 30% = 50%.
Pra, 35 litra naftë përbëjnë 50% të kapacitetit të rezervuarit.
Nëse rezervuari nxë x litra, kemi $50\% \cdot x = 35$.

Del $x = 35 : 50\% = 35 : \frac{50}{100} = 35 \cdot \frac{100}{50} =$
$= 35 \cdot 2 = 70$ litra.

Shembulli 2

Arbeni bleu një lojë elektronike 140 euro. Shitësi i tha që kishte bërë një ulje prej 30% nga çmimi fillestar. Sa ishte çmimi fillestar i lojës elektronike?

Zgjidhje

Të bësh ulje të çmimit me 30%, do të thotë ta shesësh atë me 70% të çmimit fillestar (100% – 30% = 70%). Pra, 70% e çmimit fillestar (x) është 140 euro.
Kështu, $70\% \cdot x = 140$
D.m.th. $x = 140 : 70\% = 140 : \frac{70}{100} = 140 \cdot \frac{100}{70} = 2 \cdot 100 = 200$ euro.

Shembulli 3

Në grupin e matematikës bëjnë pjesë 7 nxënës, që përbëjnë 20% të nxënësve të klasës. Sa nxënës ka klasa?

Zgjidhje

Meqenëse 7 nxënës përbëjnë 20% të numrit x të nxënësve të klasës, kemi që 20% e x është 7.
Pra, $20\% \cdot x = 7$.
D.m.th. $x = 7 : 20\% = 7 : \frac{20}{100} = 7 \cdot \frac{100}{20} = \frac{700}{20} = 35$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Mira ka disa kopsa dhe 20% të tyre janë blu. Ajo i numëron kopsat blu dhe gjen numrin 30. Sa kopsa ka gjithsej Mira?
2. Babai bleu një frigorifer. Ai pagoi në fillim 12% të çmimit dhe më pas pjesën që mbetej, që ishte 350 euro. Sa euro kushtoi frigoriferi?
3. Para dy vjetësh, fqinji im peshonte 89 kg. Me dietë dhe ushtrime fizike, tani ai ka arritur peshën 75,6 kg. Me sa për qind është zvogëluar pesha e tij?
4. Nga 30 orë javore që zhvillohen në shkollë, 4 orë janë matematikë. Sa për qind të orëve javore përbëjnë orët e lëndëve të tjera?

USHTRIME

1 40% e banorëve të një qyteti janë burra, 40% janë gra dhe pjesa tjetër janë fëmijë. Sa për qind e banorëve janë fëmijë?

2 Vizatoni një segment me gjatësi 8 cm. Gjeni pastaj një segment që të jetë sa 75% e tij.

3 Gjeni:
a) numrin e figurave të librit të matematikës, nëse 40% e tyre janë 26;
b) numrin e votuesve në një qendër votimi nëse 75% e tyre janë 300.

4 Në një arkë janë 200 fruta. 30% e frutave janë mollë, kurse sasia e dardhave është sa 50% e sasisë së mollëve. Sa kokrra dardha janë në arkë?

5 Një filatelist (koleksionist pullash) ka 180 pulla shqiptare, që përbëjnë 30% të koleksionit të tij. Sa pulla ka ai në koleksion?

6 Në park ka 150 drurë, nga të cilët 8% janë pisha. Sa drurë pishe ka në park?

7 Skiatorët përshkuan për tri ditë 87 km. Ditën e parë ata përshkuan 35% të rrugës, kurse ditën e dytë 38% të rrugës. Sa km përshkuan ata ditën e tretë?

8 Gjatë zierjes, mishi humbet 35% të masës së vet. Sa mish i freskët duhet për të marrë 1 kg mish të zier? Sa kg mish i zier merren nga 2 kg mish i freskët?

6.13 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Kuptimi i thyesave dhjetore:	1. Shkruani pesë thyesa dhjetore.
Kthimi i një thyese dhjetore në numër dhjetor dhe anasjellas:	2. Ktheni në thyesë dhjetore dhe shkruani pastaj si numër dhjetor: a) $\frac{7}{2}$; b) $\frac{3}{20}$; c) $\frac{5}{40}$. 3. Shkruani si thyesë të zakonshme: 0,9; 0,123; 0,03; 0,007.
Vendvlera e secilës shifër në numrin dhjetor:	4. Lexoni numrat dhjetorë. Tregoni vlerën e secilës shifër. a) 2,03 b) 13,004
Rregulla e rrumbullakimit të numrave dhjetorë, të njëjtë me rrumbullakimin i numrave natyrorë:	5. Cili nga përafrimet është kryer saktë? Argumentoni. a) $0,36 \approx 0,4$ apo $0,36 \approx 0,3$. b) $1,654 \approx 1,6$ apo $1,654 \approx 1,7$. c) $3,834 \approx 3,83$ apo $3,834 \approx 3,84$?
Krahasimi i dy numra dhjetorë:	6. Krahasoni: a) 6,47 dhe 6,45; b) 5,8 dhe 5,76; c) 31,72 dhe 31,65; d) 9,135 dhe 9,21.
Kryerja e shumëzimit dhe pjesëtimit të një numri natyror me 10, 100, 1000 etj;	7. Kryeni shumëzimet dhe pjesëtimet: a) $5,47 \cdot 10$; $0,18 : 10$; b) $5,347 \cdot 100$; $21,65 : 100$; c) $42,37 \cdot 1000$; $7,8 : 1000$.
Gjetja e shumës dhe ndryshimit të dy ose më shumë numra dhjetorë:	8. Gjeni shumën dhe ndryshimin: a) $0,769 + 42,38$; b) $8,9 – 0,68$; c) $13,75 + 8,2$; d) $3 – 0,23$.
Shumëzimi dhe pjesëtimi i: a) një numri dhjetor me një numër natyror; b) dy numrave dhjetorë.	9. Kryeni veprimet: a) $6,36 \cdot 25$; 2.44 : 4; b) $0,35 \cdot 1,5$; $1,05 : 0,25$. 10. Një shirit me gjatësi 16,5 m u nda në 5 pjesë të barabarta. Gjeni gjatësinë e 12 pjesëve të tilla.

Rastet e kthimit një thyese të dhënë: a) në numër dhjetor të fundmë; b) në numër dhjetor të pafundmë periodik.	11. Shkruani pesë thyesa që kthehen në numra dhjetor të fundmë. 12. Shkruani pesë thyesa që kthehen në numër dhjetor të pafundmë periodik.
Radha e kryerjes së veprimeve në shprehje me numra dhjetorë, pa kllapa dhe me kllapa:	13. Gjeni vlerën e shprehjes. a) $2 \cdot 3{,}15 + 5{,}6 - 0{,}15 =$ b) $2 \cdot 6 + (1{,}2 - 2 \cdot 0{,}6) \cdot 10 - (3 + 0{,}2 + 0{,}6) =$ c) $[5 \cdot (2 \cdot 3{,}4 - 1{,}8) + 4 \cdot (6{,}7 - 2 \cdot 2{,}9)] \cdot 3 =$
Kthimi i një thyese dhjetore në përqindje dhe anasjellas:	14. Ktheni thyesat në thyesa dhjetore e më pas në përqindje: $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{10}$. 15. Shkruani si thyesa dhjetore e më pas si përqindje: 0,23; 0,02; 1,2; 0,035.
Llogaritja e përqindjes së një numri dhe gjetja e numrit, kur njihet përqindja:	16. Gjeni sa janë 25% të 24 km rrugë. 17. Gjeni numrin e nxënësve të shkollës nëse 11% e tyre janë 77 nxënës të klasës së gjashtë.
Zgjidhja e situatave problemore duke argumentuar veprimet:	18. Në dyqan ndodhen 20 paketa me arra dhe 15 paketa me bajame me nga 0,7 kg në secilën paketë. Sa kg arra e bajame ndodhen në dyqan? 19. Një bidon ka 4,5 litra qumësht. Sa shishe, me vëllim 0,5 litra, duhen për të nxënë gjithë qumështin e bidonit? 20. Era ka lexuar 110 faqe të një libri. Sa % të librit ka lexuar Era, nëse dihet që ajo duhet të lexojë edhe 50 faqe për t'u bërë gjysma e librit.

6.14 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Shkruani me shifra numrat dhjetorë të mëposhtëm:
a) pesëdhjetë e shtatë e tre të dhjetat;
b) shtatëdhjetë e katër të qindtat.

(2 pikë)

2 Plotësoni tabelën:

Numri dhjetor	Thyesa	Zbërthimi sipas rendeve
12,35		
	$\frac{4356}{1000}$	
		$8+\frac{5}{10}+\frac{3}{100}$
	$\frac{21}{100}$	

(4 pikë)

3 Vendosni shenjën e duhur (>; < ose =):
a) 32,74 ··· 32,85; b) 1,27 ··· 1,2; c) 2,04 ··· 2,05; d) 0,99 ··· 1.

(2 pikë)

4 Kryeni veprimet:
a) 34,5 + 1,62; b) 35,21 – 20,4; c) 3,59 + 3,5; d) 4 – 3,13.

(4 pikë)

5 Kryeni veprimet:
a) 65,34 · 2; b) 5,25 · 0,4; c) 5,34 · 0,1; d) 1,2 · 100.

(2 pikë)

6 Kryeni veprimet:
a) 91,2 : 3; b) 87,2 : 8; c) 1,2 : 4; d) 6,02 : 0.8.

(2 pikë)

7 Shprehni:
a) 123 cm në m; b) 285 kg në kv. **(2 pikë)**

8 Shkruani si përqindje numrat:
$\frac{1}{4}$; 0,715; $\frac{2}{5}$. **(3 pikë)**

9 Gjeni:
a) 32% të numrit 20;
b) numrin, 24% e të cilit është 12. **(3 pikë)**

10 Genci bleu një televizor që kushtonte 450 euro. Ai pagoi në dorë 70% të urove. Sa euro i mbetën pa paguar?

(3 pikë)

11 Një punëtor bën në ditë 35% të punës, kurse një tjetër bën në ditë 15% të punës. Për sa ditë e mbarojnë ata punën, në qoftë se punojnë së bashku? **(3 pikë)**

7 MATJE TË MADHËSIVE GJEOMETRIKE

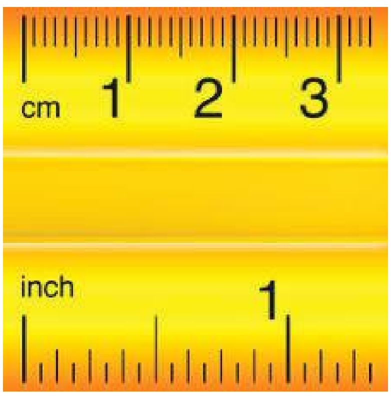
Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *përcakton njësitë matëse të gjatësisë, syprinës dhe vëllimit;*
- *përdor njësitë dhe mjetin e përshtatshëm për të kryer një matje në një rast konkret;*
- *shndërron njësitë matëse nga njëra njësi në njësinë tjetër;*
- *këmben njësitë e matjes (km, m, cm, mm) me numra dhjetorë deri në dy shifra pas presjes;*
- *kryen matje të gjatësisë në situata problemore;*
- *njehson perimetrin dhe syprinën e katrorit;*
- *njehson perimetrin dhe syprinën e drejtkëndëshit;*
- *vlerëson me anë të katrorëve syprinën e një figure jo të rregullt;*
- *këmben njësitë matëse të vëllimit (litri, decilitri, etj);*
- *përdor matjet dhe përvetëson formulat për caktimin e perimetrit, syprinës së sipërfaqes së figurave dhe vëllimin e trupave, si dhe zgjidh probleme nga situata reale.*

Fjalë kyçe:

matje, njësitë e matjes së gjatësisë, syprinës dhe vëllimit, instrument matës, sistemi metrik, vëllim, litër, kthimi nga njësia më e madhe në njësinë më të vogël dhe anasjelltas.

A E DINI SE...?



Metri përkufizohet si gjatësi e rrugës që përshkon rrezja e dritës brenda (1/299 792 458) sekondave në boshllëk. Termi “metër” hyri në përdorim për herë të parë në vitin 1675.

Në vitin 1959, **inçi** u përcaktua dhe pranua ndërkombëtarisht si ekuivalenti i 25,4 mm (milimetra). Inçi është përdorur si njësi matëse në Mbretërinë e Bashkuar qysh prej të paktën shekullit të shtatë, dhe në vitin 1066 u përkufizua si të ishte i barabartë me gjatësinë e tri kokrrave të thara elbi, të vendosura skaj më skaj (ky përkufizim mbijetoi për disa shekuj). Në shekullin e 12-të, inçi skocez u përkufizua si të ishte i njëvlershëm me gjerësinë e gishtit të madh të dorës, në bazën e thoit, të një njeriu të zakonshëm. **Këmba** (ang. *foot*) është njësi matëse me vlerë sa rreth 1/3 e metrit. Një këmbë ka dymbëdhjetë inç dhe një jard ka tri këmbë.

7.1 Kuptimi për matjen. Matja e gjatësive

A Kërkoni dhe zbuloni

Matni, duke përdorur pjesë të trupit tuaj, gjatësinë e librit, të karriges, të tabelës, të fletores, të stilolapsit.
Krahasoni matjet tuaja me matjet e kryera nga shoku/shoqja.
Çfarë vini re? Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Çdo ditë, njeriut i duhet të masë diçka: gjatësi, masë, kohë, temperaturë, shpejtësi etj.
Matjet kryhen me anë të instrumenteve matëse, që ndryshojnë nga njëri-tjetri në varësi të asaj që duam të masim.
Në figurën 7.1 tregohen disa mjete matëse, që përdoren në jetën e përditshme.

Fig.7.1

Ç'do të thotë të bëjmë matje?
Në figurën 7.2, tregohet si e mat një nxënës gjatësinë e segmentit AB, me anë të vizores së ndarë në centimetra.

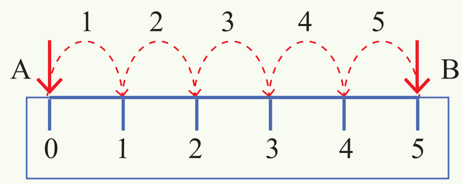


Fig. 7.2

Nxënësi ka zgjedhur centimetrin si njësi matjeje. Ai ka vënë re që segmenti me gjatësi 1 cm përmbahet 5 herë në segmentin [AB]. Prandaj, ai thotë që gjatësia e segmentit [AB], matur me njësinë e zgjedhur (1 cm), është numri 5. Shkurt, thuhet që gjatësia e segmentit [AB] është 5 cm.
Kur themi që masa në shkallë e një këndi është 20°, kuptojmë që njësia për matjen e këndeve (këndi 1°) përmbahet 20 herë në këndin e matur.

Mbani mend:

Për të matur një madhësi, e krahasojmë atë me një madhësi të të njëjtit lloj, të zgjedhur si njësi. Nëse njësia përmbahet x herë në madhësinë tonë, atëherë themi që masa e madhësisë sonë është numri x.

Mund të matim gjatësinë e sendeve të ndryshme duke përdorur pjesë të trupit. Gishti ynë tregues është afërsisht 1 cm i gjerë (fig. 7.3). Pëllëmba e dorës tonë është afërsisht 13 cm.

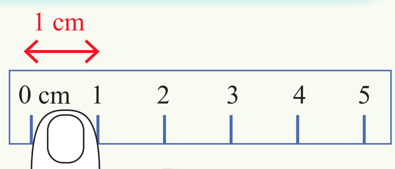


Fig. 7.3

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Matni gjatësinë në cm të objekteve të dhëna në figurën 7.4.

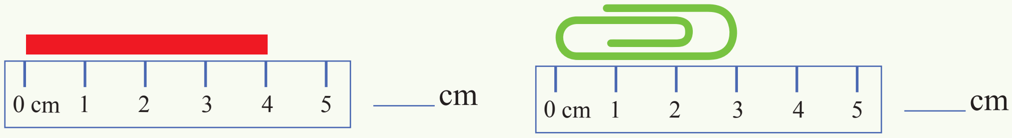


Fig. 7.4

2. Matni me vizore gjatësinë në cm të secilit prej segmenteve të dhëna në figurën 7.5.

3. Matni në cm gjatësinë e secilës brinjë në shumëkëndëshat e paraqitur në figurën 7.6.

Fig. 7.5

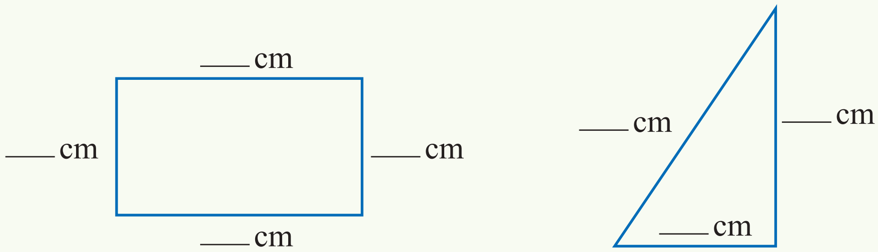


Fig. 7.6

4. Matni me anë të gishtit tuaj tregues objektet e paraqitura në figurën 7.7.

Fig. 7.7

5. Matni me pëllëmbë gjatësinë dhe gjerësinë e çantës suaj.

6. a) Matni gjatësinë e një kutie shkrepëseje. A është ajo afërsisht 5 cm?
b) Me anë të kutisë së shkrepëses, matni gjatësinë dhe gjerësinë e fletores suaj.

USHTRIME

1 Cila prej njësive të matjes së gjatësisë është më e përshtatshme për të matur:
a) trashësinë e një fijeje shkrepëse; b) gjatësinë e një lapsi; c) gjatësinë e korridorit të shkollës.

2 Cilat njësi duhet të zgjidhni për të matur gjatësinë e një milingone? Të një fletoreje? Të një lumi?

3 Plotësoni me njësinë që duhet:
a) gjatësia e një gome është 2 ...; b) gjatësia e një korridori është 20 ...;
c) lartësia e një ndërtese është 15 ...; d) gjatësia e një vizoreje është 5 ...;
e) largesa Gjilan-Ferizaj është 35 ....

4 Tregoni objekte që e kanë gjatësinë afërsisht: a) 1 m; b) 1 km; c) 1 dm; d) 1 cm.

5 Nga dy stacione të linjës urbane, që janë larg 1 km, u nisën njëkohësisht drejt njëri-tjetrit dy autobusë. Njëri nga ata përshkoi 140 m, kurse tjetri 160 m. Sa u bë largësia midis tyre?

7.2 Njësi të gjatësisë. Sistemi metrik

A Kërkoni dhe zbuloni

Gjatësia e garës së maratonës është 42 195 m.
Si mund të tregoni sa km e m është kjo garë?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Për matjen e gjatësive mund të përdorim njësi të ndryshme.
Njësia bazë e matjes së gjatësisë është metri.
Shumëfishi i metrit është kilometri: 1 km = 1000 m.
Në tabelën e mëposhtme jepen disa nënfisha të metrit.

Metri	Decimetri	Centimetri	Milimetri
m	dm	cm	mm
1 m	$\frac{1}{10}$ e m	$\frac{1}{100}$ e m	$\frac{1}{1000}$ e m

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm

II. Një gjatësi mund të shkruhet në disa mënyra.
P.sh.: 3 564 mm = 3000 mm + 500 mm + 60 mm + 4 mm =
= 3 m + 5 dm + 6 cm + 4 mm = 3 m 5 dm 6 cm 4 mm.

III. Gjatë veprimeve me masat e gjatësive, shpesh është e dobishme të kthehen njësitë e përbëra në njësinë më të vogël.
P.sh.: 3 m 4 dm = 30 dm + 4 dm = 34 dm.

IV. Numrat dhjetorë janë praktikë për të shprehur gjatësitë.

Shembull 1

Rekordi botëror i kërcimit së larti është 2,45 m. Këtë numër dhjetor mund ta paraqesim kështu:

Pjesa e plotë		Pjesa dhjetore	
m		dm	cm
2		4	5

$$\begin{array}{ccc} 2, & 4 & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{m} & \text{dm} & \text{cm} \end{array}$$

Ose kështu:
2,45 m = 2 m 4 dm 5 cm, ose 2,45 = 2 m 45 cm.

Shembull 2

$600 \text{ m} = 600 \frac{1}{1000} \text{ km} = \frac{600}{1000} \text{ km} = 0{,}6 \text{ km}.$

8,27 m = 827 cm = 8 m 27 cm.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Plotësoni:
   a) 100 mm = ... cm; b) 6932 m = ... km ... m; c) 23 cm = ... mm; d) 23 dm = ... m ... dm;

2. Ktheni në njësinë më të vogël:
   a) 3 km 67 m = ... m + 67 m = ... m; b) 84 cm 6 mm = ... mm + 6 mm = ... mm;

3. Matni secilin nga segmentet në figurën 7.8. Shprehni gjatësinë në fillim në mm, pastaj në cm (siç është bërë për [AB]).

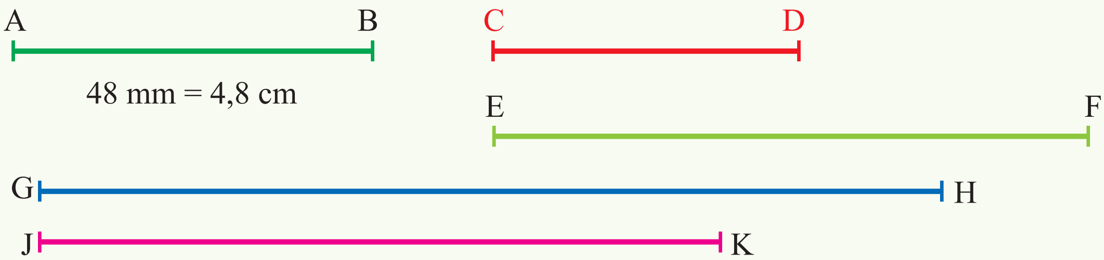


Fig. 7.8

4. Shkruani si numër dhjetor:
   a) 3 m 47 cm; b) 6 m 15 cm; c) 4 km 350 m.

5. Plotësoni me njësinë e përshtatshme:
   a) Lartësia e një mali matet me ....
   b) Gjatësia e lapsit matet me ....
   c) Gjatësia e një milingone matet me ....
   d) Largesa Prizren-Prishtinë matet me ....
   e) Gjatësia e klasës matet me ....
   f) Gjerësia e një lumi matet me....

USHTRIME

1 Ktheni në m:
a) 1,75 km; 2,6 km; 0,736 km;
b) 135 cm; 15 cm; 2300 mm.

2 a) Plotësoni vargun derisa të arrini 10 m:
8,60 m; 8,80 m; ...; ....
b) Plotësoni vargun derisa të arrini te 1,5 m:
2,30 m; 2,20 m; ...; ....; .....

3 a) Plotësoni kutitë: 5 m = $\square$ dm = $\square$ cm.
b) Shprehni në cm: 9 m; 70 dm; 300 mm; 2 km.

4 Krahasoni:
a) 3 m 7 cm me 6 dm 8 cm; b) 5 dm 30 mm me 53 cm.

5 Renditni gjatësitë e mëposhtme nga më e vogla te më e madhja.
a) 205 m; 2 km; 1 km 100 m;
b) 2 dm; 35 cm; 1 m; 300 mm.

6 Shprehni këto gjatësi në m:
a) 7 km; b) 7 km 50 m; c) 15 000 cm; d) 2100 dm.

7 Një bretkosë ka bërë 5 kërcime të njëjta, në mbarim të të cilave ka përshkuar distancën 4 m. Sa është gjatësia e një kërcimi?

7.3 Veprime me njësitë e gjatësisë

A Kërkoni dhe zbuloni

Në figurën 7.9 është dhënë trekëndëshi ABC.

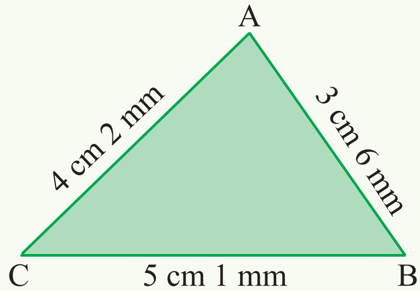


Fig. 7.9

Njehsoni perimetrin e tij. Në sa mënyra mund t'i kryeni veprimet për ta gjetur atë? Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shembull 1

Dimë se perimetri i trekëndëshit gjendet duke mbledhur gjatësitë e brinjëve:
4 cm 2 mm + 3 cm 6 mm + 5 cm 1 mm.

a) Gjejmë perimetrin duke i mbajtur njësitë siç janë.
   4 cm 2 mm + 3 cm 6 mm + 5 cm 1 mm = 12 cm 9 mm

b) I kthejmë njësitë në njësinë më të vogël (mm).
   4 cm 2 mm = 42 mm; 3 cm 6 mm = 36 mm; 5 cm 1 mm = 51 mm.

Gjejmë shumën: 42 mm + 36 mm + 51 mm = 129 mm.

c) I kthejmë njësitë në njësinë më të madhe.

4 cm 2 mm = 4,2 cm
3 cm 6 mm = 3,6 cm
5 cm 1 mm = 5,1 cm

Bëjmë mbledhjen: 4,2 cm + 3,6 cm + 5,1 cm = 12,9 cm.

Ose në shtyllë:

$$\begin{array}{r} 4{,}2 \\ +\,3{,}6 \\ +\,5{,}1 \\ \hline 12{,}9\,cm \end{array}$$

Kështu, perimetri është 129 mm = 12 cm 9 mm = 12,9 cm

Shembull 2

Për të gjetur perimetrin e një katrori me brinjë 7 cm 3 mm, duhet shumëzuar gjatësia e brinjës me 4.

Kthejmë 7 cm 3 mm në njësinë më të vogël (mm).

7 cm 3 mm = 73 mm

4 · 73 mm = 292 mm = 29 cm 2 mm = 29,2 cm.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Plotësoni barazimet:
a) 3 cm 7 mm = ... mm;
b) 3 m 70 cm = ... cm;
c) 4 dm 6 cm = ... cm;
d) 280 cm = ... m ... cm.

2. Kryeni mbledhjet e mëposhtme në 3 mënyra:
a) 3 m 7 dm + 5 m 6 dm;
b) 10 m 17 cm + 5 m 32 cm.

3. Kryeni veprimet:
a) (3 cm 8 mm) · 6;
b) (8 cm 4 mm) : 3.

4. Kryeni zbritjet në tri mënyra:
a) 7 cm 4 mm – 3 cm 6 mm;
b) 6 dm 1cm – 3 dm 5 cm.

5. Rrethoja e një lulishteje është 12,75 m. Një pjesë e saj prej 3 m është dëmtuar. Ç'pjesë e rrethojës nuk është dëmtuar?

USHTRIME

1 Tregoni vlerën e secilës shifër në shënimin:
a) 3,75 m; b) 2,37 dm; c) 8,57 km.

2 Vendosni në vend të pikave shenjat <, > ose =:
a) 1000 m … 1 km; b) 1000 mm … 9 dm; c) 1000 cm … 1 km.

3 Kur një nxënës i klasës së pestë hap krahët, largesa midis duarve të tij është 130 cm.
a) Ç'largesë do të arrihej nëse 26 nxënës të një klase do të vendoseshin në varg njëri pas tjetrit me krahë të hapura? Jepni përgjigjen në m dhe cm.
b) Duke ditur që rruga nga shtëpia juaj në shkollë është afërsisht 0,52 km, sa nxënës me krahë të hapura do të duhej të vendoseshin njëri pas tjetrit, për ta përshkuar atë?

4 Vlerësoni me sy gjatësinë dhe gjerësinë (në cm) të secilit nga drejtkëndëshat e paraqitur në figurën 7.10. Më pas, matni saktë ato (në mm) me vizore.

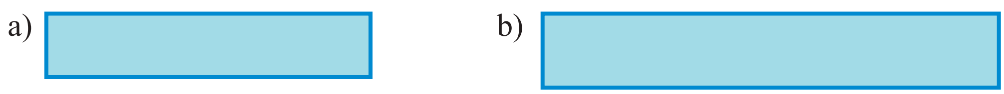


Fig. 7.10

5 Agimi eci me biçikletë 5 km 150 m dhe pastaj bëri më këmbë edhe një rrugë prej 1 km 900 m. Sa rrugë bëri gjithsej ai?

6 Me një hap të zakonshëm mund të përshkoni 1 km për 15 minuta. Sa larg mund të shkoni për 1 orë?

7 Kulla Eifel në Paris është 324 000 mm e lartë. Ndërtesa Empajër Steit Billding (*Empire State Building*) në Nju-Jork e ka lartësinë 4430 dm. Cila është më e lartë?

7.4 Perimetrat e shumëkëndëshave

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Në figurën 7.11 është dhënë një vijë e thyer. Si mund ta gjeni gjatësinë e saj?

Fig. 7.11

2. Një blegtor do të rrethojë kullotën në formë drejtkëndëshi, të paraqitur në figurën 7.12, me një gardh.
   a) Sa duhet të jetë gjatësia e gardhit? Gjejeni atë në dy mënyra.
   b) Me një gardh me të njëjtën gjatësi u rrethua një kullotë tjetër në formë katrori. A mund të gjeni sa është brinja e këtij katrori? Argumentoni veprimet.

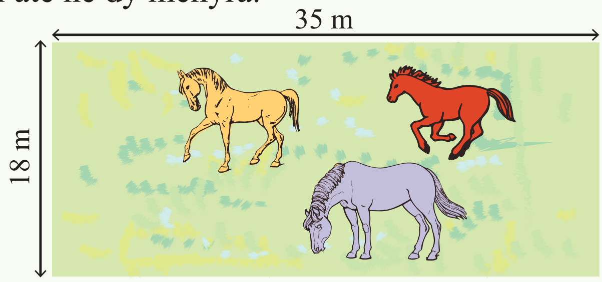


Fig. 7.12

B Kujtoni dhe mësoni

Mbani mend:

Perimetri i një shumëkëndëshi është sa shuma e gjatësive të brinjëve të tij.

Perimetri i shumëkëndëshit në figurën 7.13 gjendet duke mbledhur gjatësitë e brinjëve të tij. Pra:
$3\,\text{cm} + 4\,\text{cm} + 3\,\text{cm} + 4\,\text{cm} + 2\,\text{cm} + 2\,\text{cm} = 2 \cdot 3\,\text{cm} + 2 \cdot 2\,\text{cm} + 2 \cdot 4\,\text{cm} = 18\,\text{cm}$

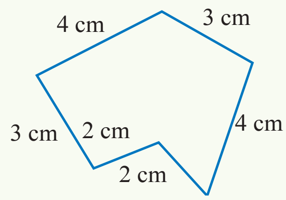


Fig. 7.13

Punë në grup

Duke u bazuar te figura 7.14, përftoni formulat e njehsimit të perimetrit të katrorit dhe drejtkëndëshit.

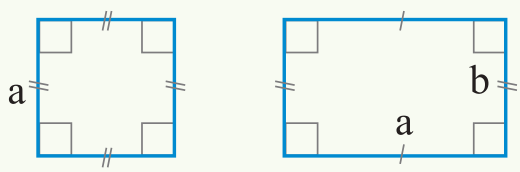


Fig. 7.14

Nëse shumëkëndëshi është i rregullt si në figurën 7.15, perimetri i tij gjendet duke shumëzuar numrin e brinjëve me gjatësinë e brinjës. Pra:
$P = n \cdot a$, ku n është numri i brinjëve të shumëkëndëshit të rregullt.

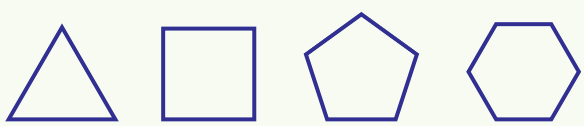


Fig. 7.15

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Njehsoni perimetrin e shumëkëndëshave në figurën 7.16.

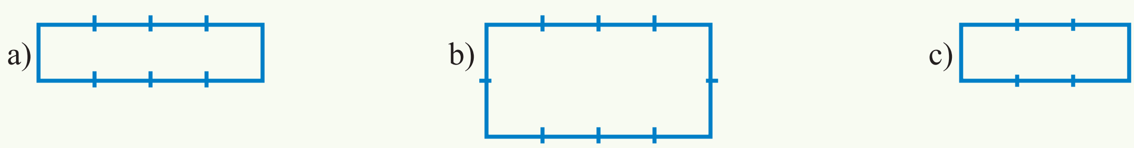


Fig.7.16

2. Vizatoni një drejtkëndësh dhe një katror, që kanë secili perimetër 24 cm. Krahasoni punën tuaj me atë të shokut të bankës.

3. Gjeni perimetrin e trekëndëshit barabrinjës që e ka brinjën 4 cm 3 mm.

4. Në figurën 7.17 është paraqitur pesëkëndëshi ABCDE, në të cilin janë hequr dy segmente [AC] dhe [AD].
Sa matje duhet të bëni për të gjetur perimetrin e tij?
A gjendet ky perimetër si shumë e AB + BC + CD + DE + EA apo si shumë e
(AB + BC + CD + DE + EA) + AD + AC)?
Argumentoni përgjigjen.

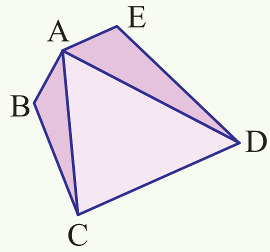


Fig. 7.17

5. Duke parë fushën e futbollit të paraqitur në figurën 7.18, një nxënës i thotë shokut të tij:
– Unë vrapova dje tri herë rreth fushës dhe bëra më shumë se 1 km.
– Kurse unë mendoj se ti po gabon, pasi nuk ke bërë më shumë se 1 km, – u përgjigj shoku.
Kush ka të drejtë? Argumentoni përgjigjen.

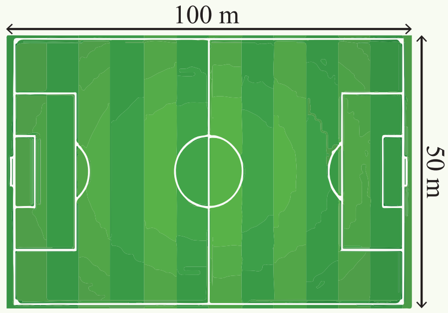


Fig. 7.18

USHTRIME

1 A është e mundur që telin e përthyer në formë drejtkëndëshi, me brinjë 7 cm dhe 5 cm, ta përthyejmë në trajtë katrori me brinjë 6 cm?

2 Gjeni brinjën e trekëndëshit barabrinjës që ka të njëjtin perimetër me drejtkëndëshin me brinjë 10 cm dhe 8 cm.

3 Në figurën 7.19 është paraqitur rruga që bëjnë nxënësit gjatë një krosi. A është kjo rrugë më e gjatë se 2 km?

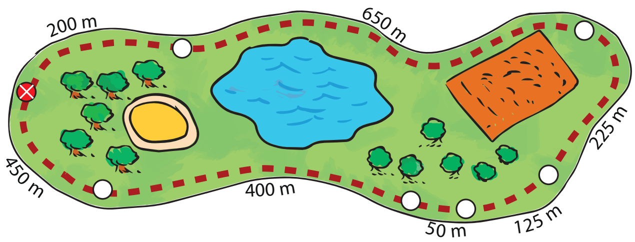


Fig. 7.19

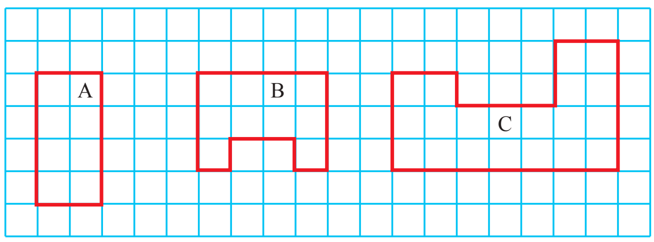


Fig. 7.20

4 Gjeni perimetrin e secilit prej shumëkëndëshave të paraqitur në figurën 7.20, duke përdorur si njësi matjeje brinjën e katrorit të vogël të rrjetës.

5 Një vijë e thyer ka 3 brinjë dhe gjatësi 20 cm. Dy nga brinjët i kanë gjatësitë 8 cm dhe 7 cm. Sa është gjatësia e brinjës së tretë?

6 Drita mendoi se duke ndërtuar pas segmentit AB = 4 cm, një segment BC = 5 cm ajo do të merrte një segment [AC] me gjatësi 4 cm + 5 cm, = 9 cm. A ka të drejtë ajo?

7.5 Syprinat e figurave

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Në figurën 7.21, janë paraqitur perimoret e dy fermerëve.

a) A kanë ato të njëjtën syprinë?

b) Fermerët duan t'i rrethojnë perimoret me gardhe. Cila perimore do të ketë gardhin më të gjatë? Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

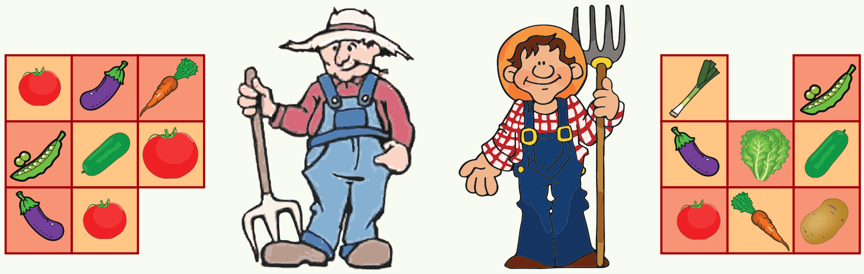


Fig. 7.21

Punë në grup

a) Vizatoni në fletoren me katrore një katror me brinjë 1 dm (10 cm). Syprina e këtij katrori është një decimetër katror (1 dm^2).

b) Ndajeni atë në katrorë me brinjë 1 cm (me syprinë 1 cm^2).

c) Sa katrorë me syprinë 1 cm^2 vendosen në katrorin e madh?

d) Plotësoni barazimin: 1 dm^2 = ... cm^2.

B Vrojtoni dhe mësoni

Mbani mend:

Syprina e figurës është numër që na tregon se ç'pjesë të rrafshit mbulon figura.

Për të matur syprinën e figurave, duhet të zgjedhim së pari njësinë e matjes. Zakonisht, si e tillë merret syprina e një katrori. Më pas, përcaktojmë sa herë përmbahet ky katror te figura në fjalë.

Numri që gjejmë është syprina e figurës, e matur me njësinë që zgjodhëm.

Shpesh, si njësi matjeje merret syprina e katrorit me brinjë 1 cm. Kjo quhet **centimetër katror** dhe shënohet 1 cm^2.

Përveç centimetrit katror, përdoren edhe njësi të tjera për matjen e syprinës.

Syprina e katrorit me brinjë 1 mm quhet **milimetër katror** dhe shënohet 1 mm^2.

Syprina e katrorit me brinjë 1 m quhet **metër katror** dhe shënohet 1 m^2.

Syprina e katrorit me brinjë 1 km quhet **kilometër katror** dhe shënohet 1 km^2.

Kanë vend këto barazime:

1 cm^2 = 100 mm^2; 1 dm^2 = 100 cm^2; 1 m^2 = 100 dm^2; 1 km^2 = 1 000 000 m^2.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni syprinat e figurave të dhëna në figurën 7.22, të shprehura me njësi katrore.

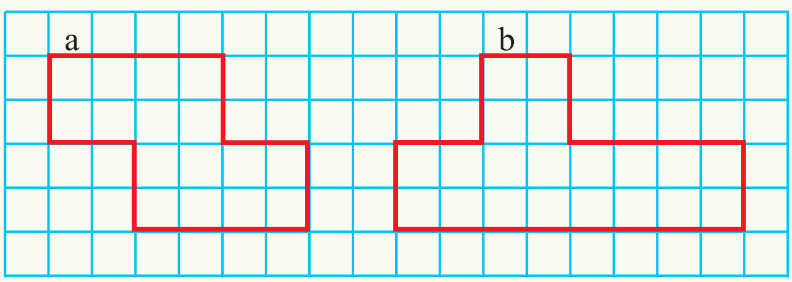


Fig. 7.22

3. Matni syprinat e figurave në figurën 7.23, duke përdorur njësitë e treguara, *v* dhe *u*.
4. Krahasoni syprinat e figurave 1 dhe 2, në figurën 7.24.

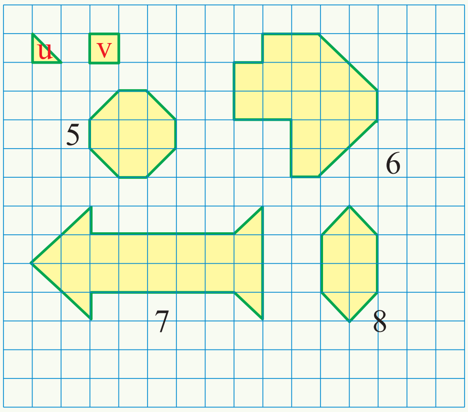


Fig. 7.23

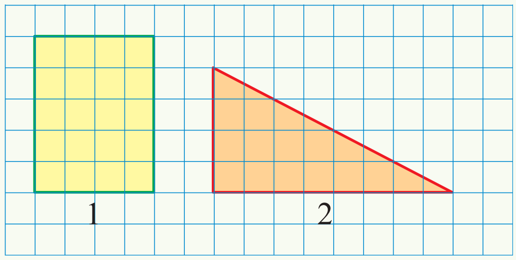


Fig. 7.24

5. Vrojtoni figurën 7.25. Gjeni sa për qind e sipërfaqes me kuti është ngjyrosur.

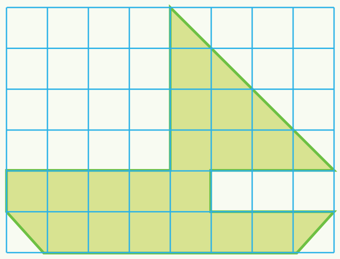


Fig. 7.25

USHTRIME

1 Si mund të gjeni syprinën e secilës prej figurave A, B, C, të paraqitura në figurën 7.26, në cm²?

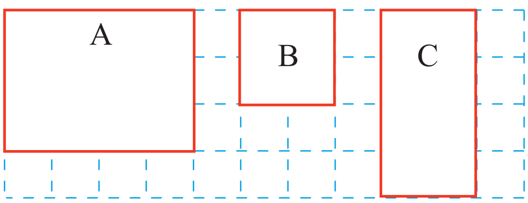


Fig. 7.26

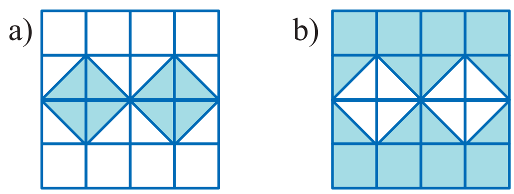


Fig. 7.27

2 Brinja e katrorit të rrjetës mendohet 1 cm. Gjeni syprinat e figurave të ngjyrosura në figurën 7.27. Sa për qind e sipërfaqes është ngjyrosur?

3 Në figurën 7.28, gjeni syprinën e secilës figurë duke përdorur njësinë e treguar me ngjyrë të kuqe.

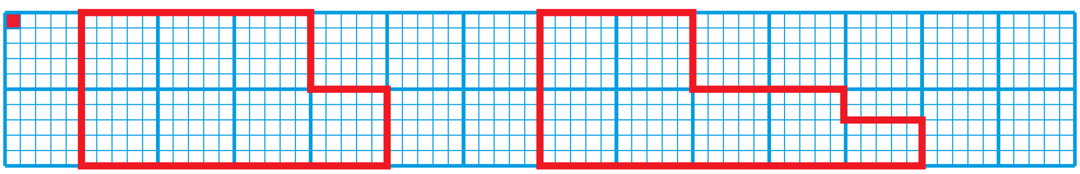


Fig. 7.28

4 Gjeni syprinat e përafërta të figurave të paraqitura në fig. 7.29.

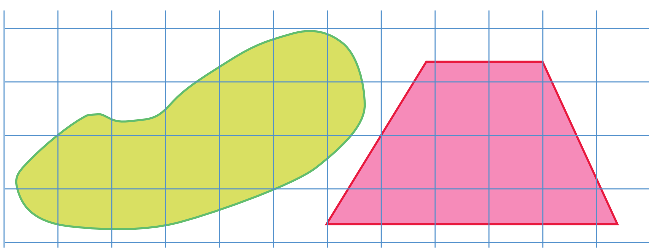


Fig. 7.29

7.6 Syprina e drejtkëndëshit. Syprina e katrorit

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Duke përdorur një vizore, ndani secilin prej drejtkëndëshave të paraqitur në figurën 7.30 në katrorë me brinjë 1 cm dhe gjeni syprinën e tij. A mund ta gjeni më shpejt (pa numërim) numrin e katrorëve?

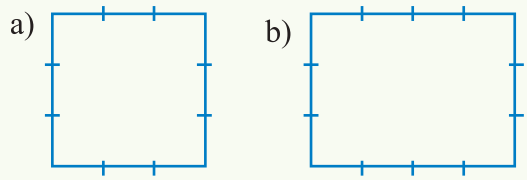


Fig. 7.30

2. Mendoni një drejtkëndësh me gjatësi 6 cm dhe gjerësi 5 cm të ndarë në katrorë me brinjë 1 cm.
   - Në sa shirita horizontal është ndarë?
   - Sa katrorë ka në secilin shirit?
   - Sa është numri i përgjithshëm i katrorëve?
   - A është syprina $6 \cdot 5 = 30$ cm^2.

B Vrojtoni dhe mësoni

Në figurën 7.31 është paraqitur një drejtkëndësh. Gjatësia e tij është 4 cm dhe gjerësia 3 cm. Drejtkëndëshi është ndarë në katrorë me brinjë 1 cm.
Drejtëzat horizontale e ndajnë atë në 3 shirita (gjerësia 3 cm).
Drejtëzat vertikale, secilin shirit e ndajnë në 4 kolona (gjatësia 4 cm).
Gjithsej numri i katrorëve është $3 \cdot 4 = 12$. Syprina është 12 cm^2.

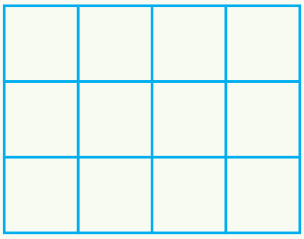


Fig. 7.31

Mbani mend:

Syprina e drejtkëndëshit gjendet duke shumëzuar gjatësinë me gjerësinë e tij:
$S = a \cdot b$, ku a dhe b janë përmasat e drejtkëndëshit.

Katrori është drejtkëndëshi që i ka brinjët të barabarta (gjatësi = gjerësi).
Kështu që, syprina e katrorit gjendet duke shumëzuar brinjën me veten e saj.

Mbani mend:

Syprina e katrorit, $S = a \cdot a$, ku a është brinja e katrorit.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni syprinën e drejtkëndëshit me gjatësi 4 mm e gjerësi 3 mm. Shpreheni në cm^2.

2. Nëse brinja e një katrori është 5 cm, sa do të jetë syprina e tij? Shpreheni në mm^2.

3. Plotësoni tabelën për drejtkëndëshat.

Gjatësia	7 cm	5 m	6 mm	10 dm
Gjerësia	4 cm	8 m	3 mm	2 dm
Syprina	... cm^2	... m^2	... mm^2	... dm^2
Perimetri	... cm	... m	... mm	... dm

4. Syprina e një drejtkëndëshi është 63 m^2, kurse gjatësia e tij është 9 m. Gjeni gjerësinë e tij.

5. Perimetri i një katrori është 36 cm. Sa është syprina e tij?

6. Tregoni dy mënyra për të gjetur syprinën e pjesës së mbjellë në serrë, të paraqitur në figurën 7.32. Gjeni syprinën e mbjellë me secilën nga prodhimet bujqësore. Sa për qind është syprina e mbjellë me grurë? Po me domate?

Fig. 7.32

USHTRIME

1 Në figurën 7.33, gjeni syprinën e drejtkëndëshit (në cm^2) dhe më pas syprinën e secilit nga trekëndëshat kënddrejtë në të cilët është ndarë.

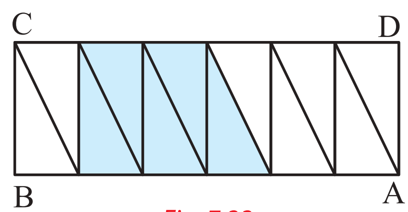


Fig. 7.33

2 Gjeni syprinën e pjesës së ngjyrosur (Fig. 7.34), me mënyra të ndryshme.

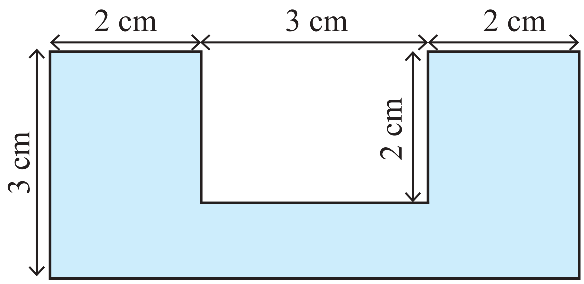


Fig. 7.34

3 Bëni matjet dhe gjeni (në mm^2) syprinën e secilës prej tri pjesëve në të cilat është ndarë drejtkëndëshi i paraqitur në figurën 7.35.

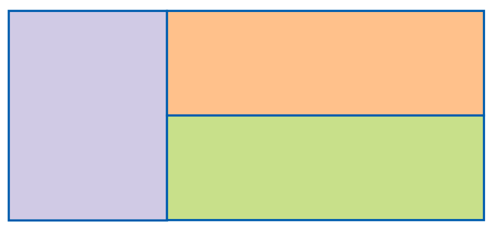


Fig. 7.35

4 Gjeni syprinën e dhomës së ndenjjes me përmasat e dhëna në figurën 7.36.

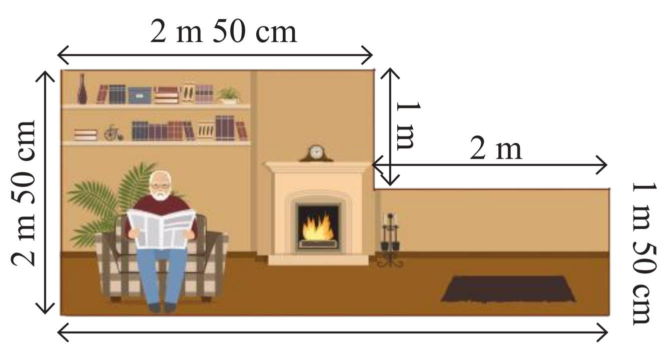


Fig. 7.36

5 Një qendër sportive ka dy fusha futbolli. Njëra është 115 m e gjatë dhe 60 m e gjerë, kurse tjetra është 105 m e gjatë dhe 85 m e gjerë.
Cila fushë futbolli ka syprinë më të madhe dhe sa më të madhe?

7.7 Veprime me njësitë e matjes së syprinës

A Kërkoni dhe zbuloni

Piramida e faraonit Xhoser ka bazë drejtkëndëshe me gjatësi 100 m dhe syprinë 12 500 m^2. Një turist ecën përqark saj me shpejtësi prej 30 m në minutë. A mund të tregoni për sa minuta e mbaron ai xhiron e tij?
Bashkëbisedoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Njësia matëse bazë e sipërfaqes është metri katror. Shënohet 1 m^2. Metri katror është syprina e një katrori me brinjë 1 m.
Për të matur syprina figurash të ndryshme, përdorim njësi më të vogla se metri katror, si p.sh. decimetri katror, centimetri katror, milimetri katror. Për njehsimin e sipërfaqeve të mëdha përdoret një shumëfish i metrit katror: kilometri katror (km^2). 1 km^2 është syprina e një katrori me brinjë 1 km.
1 km^2 = 1 000 000 m^2 (një milion m^2).
Syprina e sipërfaqes së Republikës së Kosovës është 10 908 km^2.
Në bujqësi, për matjen e tokave përdoren dy njësi të tjera: dynymi dhe hektari (ha).
1 dynym = 1 000 m^2.
1 hektar = 10 000 m^2.
Ne mund të shkruajmë:

$$1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2 = 0{,}01\ m^2;\ 1\ cm^2 = \frac{1}{100}\ dm^2 = 0{,}01\ dm^2\ ;\ 1\ mm^2 = \frac{1}{100}\ cm^2 = 0{,}01\ cm^2$$

Kështu, p.sh.: 25 cm^2 = 0,25 dm^2.

Shembull

Në figurën 7.37, është paraqitur një figurë e përbërë prej dy pjesësh, A, B, që kanë përkatësisht syprina 25,75 cm^2 dhe 16,4 cm^2. Sa është syprina e gjithë figurës?

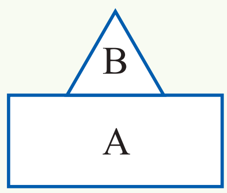


Fig. 7.37

Zgjidhje

Për të dhënë përgjigjen, mund të veprojmë në tri mënyra:
1. Mbledhim numrat dhjetorë në shtyllë:

$$\begin{array}{r} 25{,}75 \\ +16{,}40 \\ \hline 42{,}15 \end{array}$$

Syprina është 42,15 cm^2.
2. Kthejmë në njësinë më të vogël (mm^2).
25,75 cm^2 = 25 cm^2 +0,75 cm^2 = 25 cm^2 + 75 mm^2 = 2500 mm^2 + 75 mm^2 = 2575 mm^2.
16,4 cm^2 = 16 cm^2 + 0,4 cm^2 = 1600 mm^2 + 40 mm^2 = 1640 mm^2.
Mbledhim 2575 + 1640 = 4215 mm^2 (mbledhjen mund ta bëjmë edhe në shtyllë).
Syprina është 4215 mm^2 = 42,15 cm^2.

3. Syprinat e dhëna i shkruajmë si shuma me cm^2 dhe mm^2 dhe pastaj i mbledhim.
$25{,}75\ cm^2 = 25\ cm^2 + 75\ mm^2 = 25\ cm^2\ 75\ mm^2$
$16{,}4\ cm^2 = 16\ cm^2 + 40\ mm^2 = 16\ cm^2\ 40\ mm^2$
Mbledhim në shtyllë

$$\begin{array}{r} 25\,cm^2\ \ 75\,mm^2 \\ +16\,cm^2\ \ 40\,mm^2 \\ \hline 41\,cm^2\ 115\,mm^2 \end{array}$$

Por $115\ mm^2 = (100 + 15)\ mm^2 = 1\ cm^2 + 15\ mm^2$. Shuma del $42\ cm^2\ 15\ mm^2$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. A janë të vërteta barazimet?
a) 7 m = 700 cm; b) $7\ m^2 = 700\ cm^2$;
c) $7\ m^2 = 700\ dm^2$; d) $7\ m^2 = 70000\ cm^2$

2. Plotësoni.
a) $6{,}51\ m^2 = ...dm^2$; b) $15{,}1\ dm^2 = ...cm^2$; c) $150\ dm^2 = ...m^2$; d) $6{,}7\ cm^2 = ...mm^2$.

3. Një fletë letre A_4 ka formë drejtkëndëshi me përmasa 29,7 cm me 21 cm.
a) Njehsoni syprinën e saj në mm^2.
b) Sa është syprina në cm^2?

4. Vlerësoni syprinën e liqenit të paraqitur në figurën 7.38 në km^2.

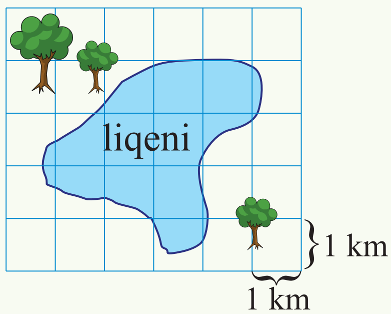


Fig. 7.38

USHTRIME

1 Syprina e një tavoline është $4800\ cm^2$. Sa m^2 është syprina e tryezës formuar nga 6 tavolina të tilla?

2 Brinja e një katrori është 5,6 m. Sa është syprina e tij:
a) në dm^2; b) në m^2?

3 Vendosni në vend të pikave numrin e duhur, që të merret barazimi i vërtetë.
a) $2\ dm^2 = ...\ cm^2$; b) $5000\ cm^2 = ...\ dm^2$;
c) $15\,000\ cm^2 = ...\ m^2\ ...\ cm^2$; d) $4\ dm^2\ 27\ cm^2 = ...\ cm^2$.

4 Kryeni veprimet. Shprehni, nëse është e mundur, madhësitë në njësi më të përshtatshme.
a) $6\ m^2\ 85\ dm^2 + 13\ m^2\ 15\ dm^2$; c) $18\ m^2 – 2\ m^2\ 34\ dm^2$;
b) $18\ m^2 : 5$; d) $28\ cm^2 \cdot 75$.

5 Kryeni veprimet.
a) $3\ m^2\ 51\ dm^2 – 2\ m^2\ 75\ dm^2$; c) $4\ m^2\ 150\ cm^2 + 5\ m^2\ 300\ cm^2$;
b) $(4\ m^2\ 8\ dm^2) : 2$; d) $(5\ cm^2\ 70\ mm^2) \cdot 4$.

7.8 Vëllimet e trupave. Njësitë e vëllimit

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Në figurën 7.39 jepet një kuboid. A mund të gjeni sa kube përmban ky kuboid? Po për të plotësuar kuboidin e dhënë në figurën 7.40/a, sa kube duhen?

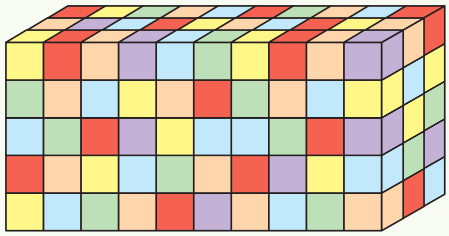


Fig. 7.39

a) b)

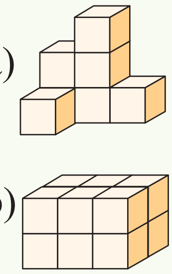


Fig. 7.40

2. Një kuboid ka të njëjtën bazë me kuboidin që është paraqitur në figurën 7.40/b. Ai ka disa shtresa të tilla dhe përbëhet gjithsej nga 156 kube të vegjël. A mund të gjeni sa do jetë numri i shtresave të këtij kuboidi?
   Bashkëbisedoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Çdo trup zë një pjesë të caktuar të hapësirës.

Mbani mend:

Masa e pjesës së hapësirës që zë një trup quhet **vëllim** i atij trupi.

Për të matur vëllimin e një trupi, duhet të zgjedhim njësinë e vëllimit dhe të gjejmë sa herë përmbahet ajo te trupi në fjalë. Numri (i këtyre herëve) quhet masë e vëllimit ose shkurt vëllim.

II. Njësia bazë për matjen e vëllimit është metri kub (shënohet m^3).
1 m^3 është vëllimi i një kubi me brinjë 1 m. Në praktikë, përdoren edhe nënfisha të metrit kub. Në tabelën e mëposhtme jepen lidhjet midis këtyre njësive.

Metri kub	Decimetri kub	Centimetri kub	Milimetri kub
1 m^3	1 dm^3	1 cm^3	1 mm^3

$1\ m^3 = 1000\ dm^3$; $1\ dm^3 = \frac{1}{1000}\ m^3$; $1\ dm^3 = 1000\ cm^3$;

$1\ cm^3 = \frac{1}{1000}\ dm^3$; $1\ cm^3 = 1000\ mm^3$; $1\ mm^3 = \frac{1}{1000}\ cm^3$.

Për matjen e vëllimeve të pjesëve të mëdha hapësinore përdoret kilometri kub (km^3).
1 km^3 është vëllimi i një kubi me brinjë 1 km.
1 km^3 = 1000 000 000 m^3 (një miliard metra kub).

Mbani mend:

Ena nxë 1 litër, kur ajo e ka vëllimin 1 dm^3.
1 *l* = 1 dm^3
1 m*l* = 1 cm^3

Punë në grup

Vrojtoni figurën 7.41 me gjatësi të brinjëve $a = 4$ cm, $b = 3$ cm, $c = 5$ cm.
a) Sa kube me brinjë 1 cm ka në shtresën e poshtme?
b) Sa shtresa të tilla ka kuboidi?
c) Sa kube me brinjë 1 cm përmban kuboidi?
d) A mund të themi që vëllimi i kuboidit me përmasa *a, b, c* është $V = a \cdot b \cdot c$?

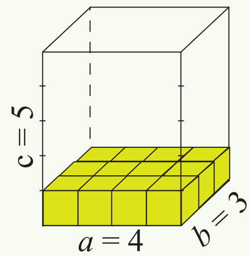


Fig. 7.41

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Duke përdorur si njësi vëllimin e një kubi të vogël, gjeni vëllimin e trupave të paraqitur në figurën 7.42.

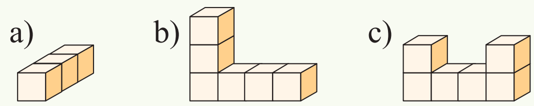


Fig. 7.42

2. Në figurën 7.43 është paraqitur një kub me gjatësi të brinjës $a = 5$ cm.
a) A mund të shihet ai si kuboid me tri brinjë të barabarta?
b) Sa është vëllimi i tij?
c) A mund të themi që vëllimi i kubit me brinjë a është $V = a \cdot a \cdot a$?

3. Një depozitë uji në formë kuboidi ka këto përmasa 120 cm, 80 cm dhe 100 cm.
a) Sa litra ujë nxë depozita?
b) Për sa minuta mbushet depozita, nëse një pompë hedh në të 24*l* ujë në minutë?
c) Sa për qind e depozitës është mbushur pas 20 minutash?

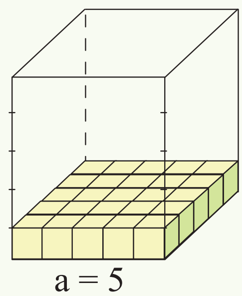


Fig. 7.43

USHTRIME

1 Ç'njësi vëllimi do të zgjidhnit për të matur vëllimin:
a) e një pirgu me rërë?
c) të një pishine?
b) të një kutie shkrepëseje?
d) të një saksie lulesh?

2 Plotësoni:
a) $3560\ dm^3 = ...\ m^3 + ...\ dm^3 = ...\ m^3$;
b) $250\ cm^3 = ...\ mm^3 = ...\ dm^3$.

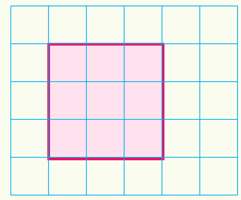
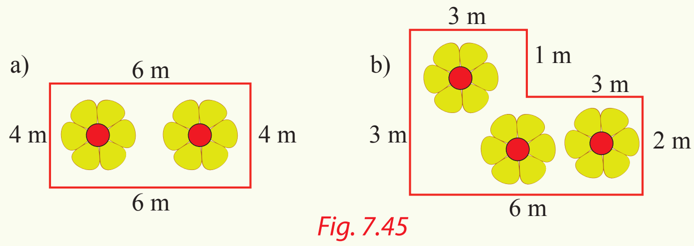
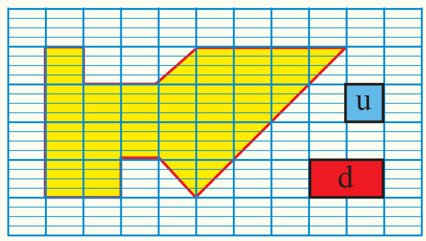
3 Cilat mund të jenë përmasat (gjatësi, gjerësi, lartësi) të një kuboidi me vëllim 24 cm^3? Gjeni disa përgjigje të mundshme.

4 Një rezervuar përbëhet nga dy pjesë që kanë vëllime 150,25 dm^3 dhe 230,5 dm^3. Gjeni, me mënyra të ndryshme, sa është vëllimi i rezervuarit.

5 Një akuarium me përmasa 70 cm · 25 cm · 50 cm është mbushur me ujë deri në lartësinë 35 cm. Sa është vëllimi i pjesës bosh të akuariumit?

7.9 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Kuptimi i matjes. Njësitë themelore të matjes së gjatësisë, syprinës dhe vëllimit:	1. Tregoni objekte: a) me gjatësi afërsisht 1 cm, 2 dm, 2 km. b) me syprinë afërsisht 2 dm^2 ; 4 m^2; 5 km^2. c) me vëllim afërsisht 1 dm^3; 10 m^3; 1 litër; 5 m*l*.
Përzgjedhja e njësive dhe e mjetit të përshtatshëm për kryerjen e një matjeje konkrete:	2. Me çfarë mjeti mund të matni dhe me cilën njësi mund të shprehni: a) përmasat e klasës? b) syprina e faqeve anësore të klasës? c) vëllimi i klasës?
Shndërrimi i njësive matëse: a) nga njësia më e madhe te më e vogla; b) nga njësia më e vogël te më e madhja.	3. Plotësoni barazimet: 45 m = ... cm = …mm 35 dm = ... cm ... mm 48 mm = ... cm = ... dm 6870 cm^2 = ... dm^2 = ... mm^2 80 000 cm^2 = ... m^2 360 dm^3 = ... cm^3 ... m^3 = ... *l* 20 litra = … ml = … cm^3= … dm^3
Përdorimi i numrave dhjetorë gjatë kalimit nga njësia më e vogël te më e madhe:	4. Plotësoni: a) 35m = ... km b) 234 cm^2 = ... m^2 c) 2 314 mm^3 = ... cm^3 d) 35 m*l* = ... *l*
Gjetja e gjatësisë së një vije:	5. Vizatoni një vijë të thyer. Kërkoni shokut të gjejë gjatësinë e saj. 6. Vizatoni një shumëkëndësh çfarëdo. Kërkoni shokut të gjejë perimetrin e tij.
Kryerja e veprimeve aritmetike me njësitë e matjes: mbledhja, zbritja, shumëzimi dhe pjesëtimi:	7. Kryeni veprimet me njërën nga mënyrat që mendoni se mund t'i kryeni më lehtë: a) 2 km 600 m + 5 km 450 m b) 7 km 150 m – 3 km 800 m c) 7 cm^2 50 mm^2 : 2 d) 23cm^3 345mm^3 · 3

Njehsimi i perimetrit dhe i syprinës së katrorit me anë të formulave:	8. Njehsoni perimetrin dhe syprinën e katrorit duke marrë si njësi matëse përmasat e katrorit të vogël.  *Fig. 7.44*
Njehsimi i perimetrit dhe i syprinës së drejtkëndëshit me anë të formulave:	9. Njehsoni perimetrin dhe syprinën e figurave.  *Fig. 7.45*
Vlerësimi i syprinave të figurave jo të rregullta:	10. Njehsoni syprinën e figurës së ngjyrosur duke marrë si njësi: a) katrorin *u;* b) drejtkëndëshin *d.*  *Fig. 7.46*
Zgjidhja e situatave problemore duke përdorur matjet dhe formulat për caktimin e perimetrit, syprinës së sipërfaqes së figurave dhe vëllimin e trupave.	11. Në oborrin e shtëpisë, është ndërtuar një lulishte, me syprinë 60,75 m^2, dhe një perimore, me syprinë 105,75 m^2. Sa është syprina e oborrit? 12. Në mikroskopin që zmadhon 360 herë, trashësia e një fije floku duket si 30 mm. Sa është trashësia e vërtetë e një fije floku? 13. Dhoma e Gentit ka formën e një drejtkëndëshi me perimetër 16 m dhe gjatësi 4,5 m. a) Sa m është gjerësia e dhomës? b) Gjeni syprinën e dhomës në dm^2, pastaj në m^2. 14. Një enë në formë kuboidi, me bazë drejtkëndëshin me bazë 3 dm dhe 2,5 dm është mbushur me ujë deri në lartësinë 1,5 dm. Në të u hodh një sferë dhe për këtë arsye niveli i ujit arriti në 1,6 dm. Sa është vëllimi i sferës?

7.10 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Shprehni:
a) 3 cm 7 mm në mm; në cm. b) 4 m^2 15 dm^2 në dm^2; në m^2. **(2 pikë)**

2 Plotësoni:
a) 34,7 m^2 = ... dm^2 = ... cm^2; b) 353 dm^2 = ... m^2; c) 3700 m = ... km. **(3 pikë)**

3 Kryeni veprimet me dy mënyra:
a) 27 dm 5 cm – 13 dm 8 cm; b) 5 m^2 35 dm^2 + 12 m^2 94 dm^2. **(4 pikë)**

4 Duke marrë syprinën e një kutie si njësi syprine, njehsoni syprinat e shumëkëndëshave të dhënë në figurën 7.47. **(3 pikë)**

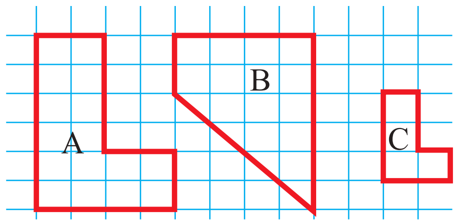


Fig. 7.47

5 a) Perimetri i trekëndëshit dybrinjënjëshëm është 24 cm. Njëra brinjë është 10 cm. Gjeni gjatësitë e brinjëve të tjera të tij.
b) Perimetri i një drejtkëndëshi është 36 cm. Gjatësia e tij është 10 cm. Gjeni syprinën e drejtkëndëshit. **(4 pikë)**

6 Gjeni vëllimin e kuboidit që ka përmasa 10 cm, 10 cm, 7 cm:
a) në cm^3; b) në dm^3. **(2 pikë)**

7 Në një enë të madhe u zbrazën 2 shishe. Njëra përmbante 0,75 *cl* ujë, kurse tjetra 450 m*l* ujë. Sa *l* ujë ka në enë? **(2 pikë)**

8 Gjeni syprinën e figurës 7.48. **(3 pikë)**

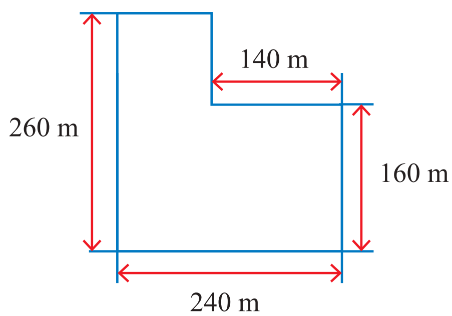


Fig. 7.48

9 Një tel me gjatësi 2 m është përthyer si në figurë 7.49. Gjeni gjatësinë e segmentit [CD]. **(3 pikë)**

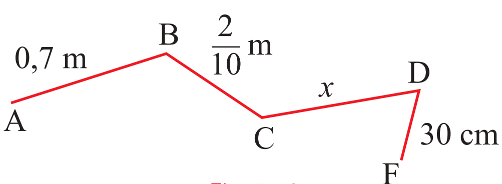


Fig. 7.49

8 Numrat e plotë

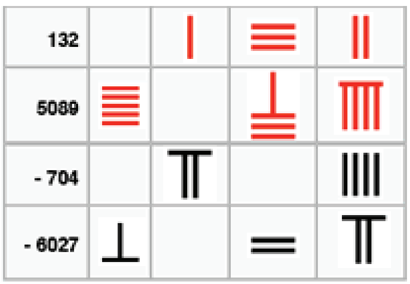
Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *identifikon numrat e kundërt të numrave natyrorë në drejtëzën numerike;*
- *përkufizon bashkësinë e numrave të plotë si bashkim (union) i bashkësisë së numrave natyrorë, numrave të kundërt të numrave natyrorë dhe numrit zero;*
- *rendit elementet e bashkësisë së numrave të plotë;*
- *identifikon largesën e numrave të kundërt nga origjina (zeroja) në drejtëzën numerike;*
- *krahason numrat e plotë në boshtin numerik;*
- *kryen veprimin e mbledhjes dhe zbritjes, duke shfrytëzuar boshtin numerik;*
- *zgjidh problema nga jeta e përditshme, duke shfrytëzuar numrat e plotë.*

Fjalë kyçe:

numrat e plotë, pozitivë, negativë, zero, numra të kundërt, bosht numerik, largesë e numrit në bosht, mbledhje, zbritje të numrave të plotë, krahasim, shprehje numerike.

A E DINI SE...?



Shenjat plus dhe minus (+ dhe –) janë simbole matematikore të përdorura për të paraqitur kuptimet pozitive dhe negative, si dhe veprimet e mbledhjes dhe të zbritjes. Përdorimi i tyre është shtrirë edhe në shumë kuptime të tjera të ngjashme. Plus dhe minus janë terma latinë, që do të thonë përkatësisht "më shumë" dhe "më pak".

Numrat negativë u shfaqën për herë të parë në histori, në librin "Nëntë kapitujt e Artit Matematik", që daton në shekullin e tretë, në periudhën 202–220, në Kinë. Matematikani Liu Hui krijoi rregulla për mbledhjen dhe zbritjen e numrave negativë. Kinezët ishin në gjendje të zgjidhnin ekuacione, që përfshinin numra negativë. Në këtë periudhë, gjatë numërimit, u përdorën shufra të kuqe për të treguar numrat pozitivë dhe shufra të zeza për ata negativë. Gjatë shekullit VII, numrat negativë u përdorën në Indi për të përfaqësuar borxhet. Kështu, u krijua një sistem numërimi me zeron, si dhe me shenja të posaçme për vlerat negative (borxhet) dhe për vlerat pozitive (pasurinë e grumbulluar). Matematikani indian i asaj kohe, Brahmagupta, përcaktoi rregullat për kryerjen e veprimeve me numrat e plotë, të cilat zbatohen edhe sot.

8.1 Kuptimi i numrit të plotë

A Kërkoni dhe zbuloni

Në tabelë jepen disa temperatura, në një ditë dimri, në disa nga qytetet e Kosovës.

Ferizaj	Gjakovë	Gjilan	Mitrovicë	Pejë	Prishtinë	Prizren
–4°C	+3°C	–3°C	–2°C	+1°C	–3°C	+2°C

Cilat qytete kanë temperaturë nën 0 gradë?
Cili qytet ka temperaturën më të ulët? Po më të lartën?
Me çfarë numri tregohen temperaturat nën 0 gradë? Po mbi 0 gradë?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Mbani mend:

Numrat natyrorë 1, 2, 3, 4 quhen ndryshe numra të plotë pozitivë dhe shënohen ndryshe +1, +2, +3, +4, ... Duke vendosur para çdo numri pozitiv shenjën (–) (minus) marrim numrat: –1, –2, –3, –4,..., të cilët quhen numra të plotë negativë.

Numri –1 quhet i kundërti i numrit 1; numri –2 quhet i kundërti i numrit 2, e kështu me radhë. Kështu, në qoftë se *n* është numër natyror, atëherë numrat *n* dhe –*n* janë të kundërt të njëri-tjetrit. Shënohen me shenjën (–) thellësitë nën nivelin e detit dhe me shenjën (+) lartësitë mbi nivelin e detit. Themi p.sh. që zhytësi është në nivelin –30 m, kurse maja e Gjeravicës është në nivelin +2656 m.
Numri 0 nuk është as numër pozitiv, as numër negativ. Ai ndan numrat pozitivë nga numrat negativë.
Numrat natyrorë, numrat e plotë negativë dhe numri zero, quhen numra të plotë. Bashkësia e numrave të plotë shënohet me shkronjën $\mathbb{Z}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Plotësoni:
Nëse jemi në thellësinë 10 metra nën nivelin e detit, themi që jemi në nivelin "... m". Kur jemi në sipërfaqen e detit jemi në nivelin "..." , kurse kur jemi në majë të një shkëmbi, në lartësinë 15 m mbi det, themi që jemi në nivelin "... m".

2. Shënoni me numra temperaturat:
a) pesë gradë nën zero; b) shtatë gradë mbi zero.

3. Shënoni me numra lartësitë:
a) njëqind metra mbi nivelin e detit;
b) në nivelin e detit;
c) njëzet metra nën nivelin e detit.

4. Agimi hapi një numër llogarie bankare, duke depozituar në të 500 euro. Më pas, ai bëri depozitim dhe tërheqje sipas tabelës.

Muaji	I	II	III	IV
Veprimi	Tërheqje 600 euro	Depozitë 1000 euro	Tërheqje 1200 euro	Depozitë 1500 euro

Duke përdorur numrat e plotë, tregoni se sa euro ka në fakt Agimi në fund të çdo muaji.

5. Vrojtoni figurën 9.1. Sa është temperatura në secilin rast?

6. Në figurën 9.2 është paraqitur tabela e butonave të ashensorit në një supermarket. Cilin

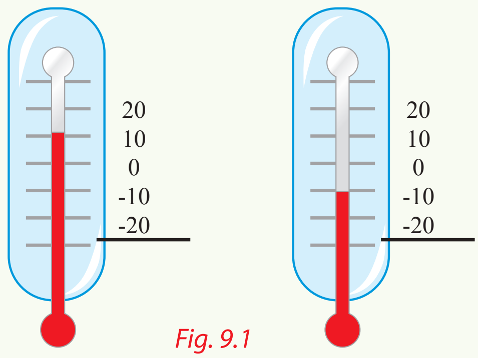


Fig. 9.1

Fig. 9.2

buton duhet të shtypim nëse duam të shkojmë në repartin “Veshje për burra”? Po nëse duam të shkojmë në “Vendparkim”?

USHTRIME

1 Shkruani numrat e kundërt të:
(–3); 0; +4; (–20); 12.

2 Rrethoni përgjigjen e duhur:
- Miniera ka thellësi: A. 200 m; B. –200 m.
- Alpinisti është në nivelin: A. –1500 m; B. 1500 m.
- Temperatura maksimale në korrik ishte: A. 41º; B. –10º.
- Nëndetësja ishte në nivelin: A. –25 m; B. 50 m.

3 Paraqitni me numra të plotë të dhënat:
a) Lartësia e majës së Gjeravicës është 2656 m, kurse e majës së Lubotenit është 2498 m mbi nivelin e detit.
b) Thellësia e detit Adriatik është 1800 m, kurse e detit Jon është 4000 m.

4 Nëndetësja ndodhej në thellësinë 400 m. Ajo u zhyt 200 m më thellë, dhe pastaj u ngjit me 300 m. Në cilën thellësi (nga niveli i detit) ndodhet nëndetësja?

5 Koleksionisti bleu 5 piktura dhe pas një viti i shiti ato. Plotësoni tabelën me “fitimin ose humbjen” nga shitja e secilës pikturë, duke përdorur kuptimin e numrit të plotë.

Piktura	Çmimi i blerjes	Çmimi i shitjes	Fitimi/humbja
I	300 euro	350 euro	
II	200 euro	180 euro	
III	150 euro	180 euro	
IV	280 euro	200 euro	
V	150 euro	180 euro	

8.2 Paraqitja e numrave të plotë në boshtin numerik

A Kërkoni dhe zbuloni

Vizatoni një bosht numerik, ku keni përzgjedhur dhe njësinë *u* të ndarjes së boshtit. Gjeni në bosht vendndodhjen e pikës dy njësi larg nga pika O. Sa pika të tilla do të gjesh?
Kërkojini shokut të gjejë në boshtin numerik pikën që ndodhet pesë njësi larg nga pika O. Sa pika të tilla do të gjejë shoku juaj?
Si do t'i dalloni pikat që ndodhen në anë të kundërt të pikës O?

B Vrojtoni dhe mësoni

Në drejtëzën *d*, në të cilën është zgjedhur një pikë O si origjinë dhe njësia *u* për matjen e gjatësisë, ne kemi parë që çdo numri natyror i përgjigjet një pikë (fig. 9.3).

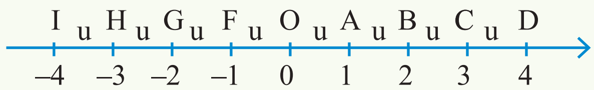


Fig. 9.3

Numrit zero i përgjigjet pika O.
Duke e vendosur njësinë *u* disa herë rresht, njëra pas tjetrës, në të majtë të pikës O, ne marrim pikat F, G, H, I.
Themi që pika F i përgjigjet numrit (–1); pika G i përgjigjet numrit (–2) e kështu me radhë.

Mbani mend:

Dy numra të plotë, të kundërt paraqiten në boshtin numerik me dy pika që kanë të njëjtën largesë nga origjina, por ndodhen në anët e kundërta të saj.

Dimë se, ndër dy numra natyrorë, atij që është më i vogël i përgjigjet pika që ndodhet majtas tjetrës.
Këtë rregull do ta mbajmë edhe për të krahasuar numrat e plotë të çfarëdoshëm.
Prandaj mund të shkruajmë: ... $-4 < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < 4 <$ ...

Mbani mend:

I. Çdo numër i plotë negativ është më i vogël se zero.
II. Çdo numër i plotë pozitiv është më i madh se zero.
III. Çdo numër i plotë negativ është më i vogël se çdo numër i plotë pozitiv.
IV. Ndër dy numra negativë, më i vogël është ai që ka pikën përgjegjëse më larg origjinës.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Paraqitni në boshtin numerik numrat e plotë:
+4; –3; +1; –5; 0; +3.

2. Krahasoni numrat: (–5) dhe (–6); (–12) dhe (–1); (+3) dhe (–3).

3. a) Radhitni në rritje numrat e plotë: 4; –2; –5; 0; 1.
b) Radhitni në zbritje numrat e plotë: –2; 5; –6; 4; 0.

4. Tregoni nëse është e vërtetë fjalia:
a) Zero është numër i plotë.
b) Numri –3 është më i vogël se numri zero.
c) Numri –7 është më i madh se numri –5.
d) Numri +7 është më i madh se numri –8.

5. Krahasoni dy numrat e plotë me shenjën e duhur (<, >, =).
a) –3 ... 3; b) 2 ... –5; c) –3 ... 4; d) 0 ... –5.

6. Shkruani gjithë numrat e plotë:
a) pozitivë, por më të vegjël se 4; b) negativë, por më të mëdhenj se –8.

7. Gjatë një dite dimri, Era mati temperaturën disa herë gjatë ditës dhe shënoi vlerat –4°; –2°; 2°; 5°; 6°; 1°; 0 °; –5°. Vendosini këto temperatura në boshtin numerik. Tregoni temperaturën më të ulët dhe më të lartë që ka regjistruar Era.

USHTRIME

1 Paraqitni në tabelë, duke përdorur numrat e plotë, temperaturat:
a) 7 gradë nën zero; b) 5 gradë mbi zero; c) 12 gradë nën zero.

2 Tregoni numrin e kundërt të numrit:
5; 6; 0; –2; –10.

3 Vendosni secilin nga numrat e dhënë midis dy numrave të plotë më të afërt, duke përdorur shenjën e mosbarazimit të dyfishtë.
a) 5; b) 6; c) 0; d) –2; e) –7.

4 Vendosni në rendin rritës numrat:
–5; 0; –3; +5; –4.

5 Shkruani të gjithë numrat e plotë që ndodhen ndërmjet:
a) –6 dhe 3; b) –4 dhe 5.

6 Cilët numra të plotë i kanë pikat përgjegjëse në boshtin numerik:
a) 4 njësi larg numrit –1;
b) 3 njësi larg numrit –2;
c) 2 njësi larg numrit 0.

7 Krahasoni numrat $(-a)$ dhe $(-b)$ duke ditur që:
a) a, b janë numra të plotë pozitivë dhe $a < b$.
b) a, b janë numra të plotë negativë dhe $a < b$.
c) a, b janë numra të plotë me shenja të ndryshme dhe $a < b$.

8 Ç'numra të plotë mund të vëmë në vend të shkronjës x, që të marrim mosbarazim të vërtetë:
a) $-2 < x < 2$; b) $-4 < x < 0$; c) $-1 < x < 5$; d) $-7 < x < 0$.

8.3 Mbledhja e dy numrave të plotë

A Kërkoni dhe zbuloni

Një zhytës ndodhet 4 m nën nivelin e detit. Ai zhytet edhe 5 m të tjera.
Në çfarë thellësie nga niveli i detit ndodhet zhytësi?
Pas disa minutash ai ngjitet 7 m.
Diskutoni me shokun/shoqen: sa larg nga niveli i detit ndodhet zhytësi?

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Mbledhja e dy numrave të plotë me të njëjtën shenjë

Dimë të mbledhim dy numra të plotë pozitivë: (+3) + (+2) = 3 + 2 = 5

Në figurën 9.4 është paraqitur gjetja e shumës së numrit 3 me numrin 2, që bëhet duke u zhvendosur dy njësi djathtas.

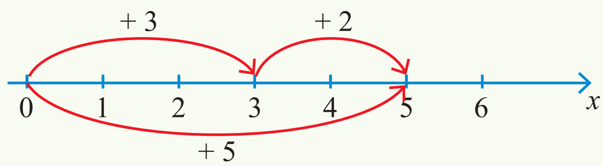


Fig. 9.4

Si gjendet shuma e dy numrave të plotë negativë?

Vumë re se zhytësi, në fillim, është –4 m nga niveli i detit. U zhyt dhe –5 m më tej. Kështu ai ndodhet në thellësinë: (–4) + (–5) = (–9) m nga niveli i detit.

Në figurën 9.5 është paraqitur gjetja e shumës së numrit (–4) me numrin (–5), që bëhet duke u zhvendosur me 5 njësi majtas.

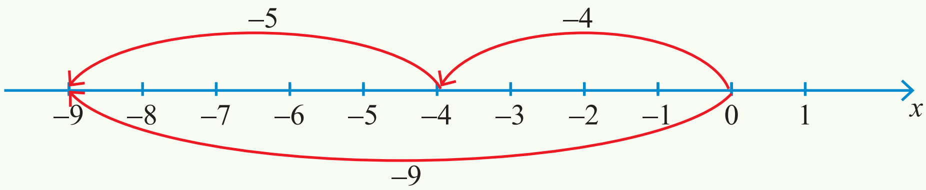


Fig. 9.5

Mbani mend:

Për të gjetur shumën e dy numrave të plotë negativë, mblidhen të kundërtit e tyre dhe para shumës së gjetur vendoset shenja (–) (minus).

P.sh. si mund të gjejmë (–10) + (–25) = ?
Kemi 10 + 25 = 35. Prandaj (–10) + (–25)= –35.

II. Mbledhja e dy numrave të plotë me shenja të ndryshme

Një milingonë ndodhet në degët e një peme, 5 m mbi sipërfaqen e tokës. Pasi zbret 3 m, ajo ndodhet (+5) + (–3) = +2 m mbi sipërfaqen e tokës.

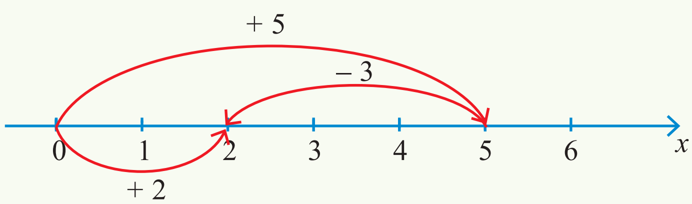


Fig. 9.6

Mbani mend:

Për të gjetur shumën e dy numrave të plotë me shenja të ndryshme (shumën e numrit natyror n me numrin e plotë negativ $–m$), veprojmë kështu:
1. gjejmë numrin natyror, që është i kundërti i numrit negativ (m).

2. gjejmë ndryshimin midis numrave natyrorë n, m (nga më i madhi heqim më të voglin, $(n - m)$).
3. Rezultatit të gjetur i vëmë shenjën (+), kur $n > m$ dhe i vëmë shenjën (–), kur $n < m$.

Punë në grup:

Një tregtar fiton në një muaj 2000 euro nga shitja e disa artikujve dhe humbet 700 euro nga shitja e disa artikujve të tjerë.
Në muajin e dytë, fiton 1500 euro dhe humb 2000 euro. Në cilin muaj ka dalë me fitim tregtari dhe në cilin me humbje? Po nëse fiton 1200 euro dhe njëkohësisht humb 1200, si del tregtari?

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Zhvendosuni nga zero 6 njësi majtas dhe pastaj 4 njësi djathtas. Me sa njësi majtas nga zero jeni zhvendosur? Plotësoni (–6) + (+4) = ...

2. Gjeni shumat:
a) (–40) + (+55); b) (+60) + (–17); c) (–33) + (+33); d) (–60) + 0.

3. Gjeni mbledhorin që mungon.
a) 8 + ... = 5; b) (–4) + ... = 6; c) 0 + ... = –8; d) (–2) + ... = –10.

4. Paraqitni si numra me shenjë të dhënat e kësaj probleme dhe gjeni rezultatin.
"Në autobus kishte 21 udhëtarë. Në stacionin e parë, hipën 5 udhëtarë dhe zbritën 4. Në stacionin e dytë hipën 6 udhëtarë dhe zbritën 10. Sa udhëtarë arritën në stacionin e tretë?

USHTRIME

1 Gjeni shumat pa ndihmën e boshtit numerik.
a) 10 + (–3); b) (–8) + 4; c) (–5) + (–7); d) (–100) + (+100).

2 Shkruani numrin (–13) si shumë dy numrash të plotë:
a) me të njëjtën shenjë; b) me shenja të ndryshme.

3 Shënoni krahas fjalisë së mëposhtme shkronjën V, kur ajo është e vërtetë, dhe shkronjën G, kur ajo është e gabuar.
a) Ekzistojnë dy numra të plotë negativë, që e kanë shumën –7.
b) Ekzistojnë vetëm dy numra të plotë negativë, që e kanë shumën –7.
c) Ekzistojnë dy numra natyrorë që e kanë shumën –7.
d) Ekzistojnë dy numra të plotë, me shenja të ndryshme, që e kanë shumën –7.

4 Krahasoni shumat, duke vënë ndërmjet tyre shenjën < ose > ose =.
a) (–7) + (–3) ... (–4) + (–6);
b) (–7) + (+3) ...(+6) + (–4);
c) (–10) + (+3) ... (+11) + (–5).

5 Gjeni fitimin apo humbjen përfundimtare dhe shkruajeni atë me anë të numrave të plotë.
a) Fitoj 100 euro dhe humbas 80 euro.
b) Humbas 12 euro dhe fitoj 3 euro.

8.4 Zbritja e numrave të plotë

A Kërkoni dhe zbuloni

a) Ç'kemi quajtur ndryshim të numrit natyror a me numrin natyror b?
b) A është gjithmonë e mundur të gjendet ky ndryshim në bashkësinë e numrave natyrorë? Po në bashkësinë e numrave të plotë?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Le të kemi dy numra të plotë çfarëdo a, b.

Mbani mend:

Ndryshim të numrit a me numrin b quajmë numrin e plotë, që po të mblidhet me numrin b, jep numrin a. Ky ndryshim shënohet $a - b$.

P.sh.: $2 - 6 = -4$, sepse $(-4) + 6 = 2$.
Prandaj, ndryshimi i numrit 2 me numrin 6 është numri -4.
Vini re: edhe shuma $2 + (-6)$ është -4. Kemi pra $2 - 6 = 2 + (-6)$.
Po kështu vëmë re që:
$6 - (-3) = 6 + (+3)$;
$(-10) - (+5) = (-10) + (-5)$;
$0 - (-8) = 0 + (+8)$.

Mbani mend:

Për të zbritur nga një numër i plotë një tjetër, mjafton që të zbritshmit t'i shtojmë të kundërtin e zbritësit.
Me anë të shkronjave, ky rregull shkruhet kështu:

$$a - b = a + (-b).$$

P. sh.: $(-12) - 20 = (-12) + (-20) = -32$;
$15 - (-20) = 15 + (+20) = 35$.

Mbani mend:

Në bashkësinë e numrave të plotë, veprimi i zbritjes mund të kryhet gjithmonë.

Shembull

Të zgjidhet ekuacioni $(-12) + x = -3$.

Zgjidhje
Sipas kuptimit të zbritjes, mbledhori i panjohur x është ndryshimi i shumës (-3) me mbledhorin tjetër (-12).
Pra, $x = (-3) - (-12) = (-3) + (+12)$
$x = 9$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Kryeni veprimin e zbritjes:

a)10 – 14; b) 2 – (–7);

c) (– 20) – 4; d) (–12) – (–3).

2. Zgjidhni ekuacionet:

a) x – (–10) = – 3; b) (–4) – x = –15;

c) x + (–24) = –4; d) x + 35 = –44.

3. Sa ndryshon temperatura kur ulet:

a) nga 5ºC në –2ºC?

b) nga 0ºC në –3ºC?

c) nga –2ºC në –6ºC?

USHTRIME

1 Shkruani ndryshimet si shuma dhe gjeni rezultatin:

a) 7 – 9; b) (–10) – 6;

c) (–12) – 8; d) (–9) – (–4).

2 Kryeni veprimet:

a) 10 + (–12); b) (–15) – (–4);

c) 6 + (–13); d) 9 – 12.

3 Zgjidhni ekuacionet:

a) x – 7 = – 3; b) 10 – x = –4;

c) (–5) – x = 0; d) (–3) – x = 17.

4 Zbuloni rregullën e formimit të vargut të mëposhtëm dhe vazhdojeni, duke shkruar kufizën e katërt dhe të pestë.

a) 8; 5; 2; ···;

b) –7; –5; –3 ···;

c) –2; –12; –22 ··· .

5 Gjeni ndryshimin:

a) 7 – 7; b) 3 – 5; c) 0 – 11; d) 1 – 10.

6 Plotësoni tabelën:

a	12	7	0	–4	–10	–8	0
b	20	15	3	2	14	–4	–6
$a - b$							

7 Formoni nga numrat –12, –20, 4 të gjitha shumat (ndryshimet) e mundshme që kanë dy mbledhorë. Gjeni vlerat e tyre.

7 Vlera e cilës nga shprehjet e mëposhtme është e kundërt me vlerën e shprehjes 380 – 470? (Mund të ketë më shumë se një përgjigje të saktë.)

a) 470 + 380; b) –470 – 380;

c) 470 – 380; d) –470 + 380?

8.5 Shprehje numerike me mbledhje e zbritje të numrave të plotë

A Kërkoni dhe zbuloni

Agimi ka të depozituara në bankë 5500 euro. Në muajin e parë, tërheq 1200 euro dhe depoziton 500 euro. Në muajin e dytë, tërheq 1100 euro dhe depoziton 800 euro.
Sa euro ka Agimi në bankë, pas muajit të dytë?
Shkruani një shprehje numerike për të zgjidhur problemën, duke përdorur numrat me shenjë.

B Vrojtoni dhe mësoni

Për të kryer veprimet në shprehjet numerike me mbledhje e zbritje të numrave të plotë, zbatojmë po ato rregulla që kemi parë për shprehje të tilla me numra natyrorë, duke e shkruar veprimin e zbritjes si mbledhje me të kundërtin.

Shembull 1

Gjeni vlerën e shprehjes $28 - 37 - 13 + 26$.

Zgjidhje

E paraqesim shprehjen e dhënë në trajtë shume: $28 + (-37) + (-13) + 26$.
Këtë shumë mund ta gjejmë duke mbledhur në fillim dy mbledhorët e parë, pastaj shumën e gjetur me mbledhorin e tretë etj.

$\overbrace{28+(-37)}+(-13)+26 = \overbrace{-9+(-13)}+26 = -22 + 26 = 4.$

Mund të përdorim edhe një mënyrë tjetër.
Mbledhim midis tyre mbledhorët pozitivë; mbledhim midis tyre mbledhorët negativë dhe pastaj gjejmë shumën e dy numrave të gjetur.

$28 + (-37) + (-13) + 26 = \overbrace{28+26}+\overbrace{(-37)+(-13)} = 54 + (-50) = 4.$

Sipas mënyrës së dytë, veprojmë kur bëjmë bilancin e veprimeve financiare: mbledhim veç fitimet dhe veç shpenzimet; pastaj gjejmë rezultatin përfundimtar.

Shembull 2

Gjeni vlerën e shprehjes $(-15) + (-13 - 14) - [15 - (-12)] + 25$.

Zgjidhje

Kryejmë në fillim veprimet brenda kllapave, duke e kthyer veprimin e zbritjes, në mbledhje me të kundërtin.
Pra: $-13 - 14 = (-13) + (-14) = -27$
dhe $15 - (-12) = 15 + 12 = 27$.
Atëherë marrim:
$(-15) + (-27) - 27 + 25 =$
$= (-15) + (-27) + (-27) + 25 =$
$= (-42) + (-27) + 25 = (-69) + 25 = -44.$

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Gjeni me dy mënyra vlerën e shprehjes (–30) + 45 – 24 + 100 – 120.

2. Njehsoni vlerën e shprehjeve:
a) 14 – 23 – 37 + 23 + 56 – 13;
b) –51 – 18 – 29 + 11 + 51 + 29 – 14.

3. Gjeni vlerën e shprehjes 15 – [4 – (– 12)] + (– 4 – 8) – 23.

4. Një nëndetëse ndodhet në thellësinë 400 m. Ajo zhytet 200 m më thellë, ngjitet 250 m dhe zhytet përsëri me 120 m. Në cilën thellësi nga niveli i detit ndodhet nëndetësja?

USHTRIME

1 Gjeni vlerën e shprehjeve:
a) (– 6) – 5 + 6 – 9 – 3;
b) (– 4) + 4 – 8 – (– 7);
c) 29 – 13 + 16 – 21 + 12;
d) (– 7) – 10 + 3 – (– 8) + 6.

2 Gjeni vlerën e shprehjeve:
a) 18 – 12 – 26;
b) 30 – 35 + 6;
c) 15 – 25 + 20;
d) –7 – (– 7) + (– 29).

3 Gjeni vlerën e shprehjeve:
a) [8 – 4 + (– 4)] + 12 – 7;
b) (– 5) + 7 + [11 – 8 + 3 – (– 7)];
c) 15 – (– 3) + [9 + (– 2) – (– 8)];
d) (– 13) + [(– 6) + (– 7) – (– 9)].

4 Tabela tregon gjendjen e llogarisë bankare të Bardhit sa herë ai ka bërë depozitim (+) ose tërheqje (–) në llogarinë e tij gjatë një muaji.

Data e veprimeve	1	3	10	20	25	30
Depozitim/tërheqje (euro)		+50	–100	+250	+300	–70
Gjendja e llogarisë (euro)	–100					

Gjeni ndryshimin e gjendjes së llogarisë nga data 1 deri në datën 30 të muajit.

5 Duke e parë shprehjen 10 – 15 + 20 si shumë, ndërroni vendet e mbledhorëve në të gjitha mënyrat e mundshme.

6 Dihet që $a = -100$, $b = 180$, $c = -125$. Gjeni:
a) $a - b + c$; b) $a - b - c$;
c) $a + b + c$; d) $-a - b + c$.

7 Shkruani tri kufizat paraardhëse dhe tri kufizat pasardhëse të vargut:
a) …; …; …; –10; –7; –4; …; …; …;
b) …; …; …; –13; –10; –7; …; …; …;

8.6 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Vendosja e numrave të plotë në boshtin numerik; cilët numra vendosen në të majtë të origjinës së boshtit, pikës O, dhe cilët në të djathtë të saj:	1. Shkruani me numra të plotë: a) katër gradë nën zero; b) dhjetë gradë mbi zero; c) pesë metra mbi nivelin e detit; d) pesëmbëdhjetë metra nën nivelin e detit; e) depozitoi në bankë 500 euro; f) tërhoqi nga banka 1200 euro.
Bashkësia e numrave të plotë, si shënohet ajo dhe numrat që bëjnë pjesë në të:	2. Tregoni elemente të bashkësisë së numrave të plotë. 3. A mund të tregoni: a) numrin më të vogël të plotë? b) numrin më të madh të plotë? c) numrin e plotë më të madh negativ? d) numrin e plotë më të vogël pozitiv? e) numrin pa shenjë?
Renditja e numrave të plotë nga më i madhi te më i vogli dhe anasjellas, duke u orientuar në boshtin numerik:	4. Radhitni nga më i vogli te më i madhi numrat e plotë 5; –5; –1; –4; –9; 0; 2; –6. 5. Vendosni në radhitjen zbritëse numrat me shenjë, duke u orientuar nga boshti numerik. 8; –4; –7; –5; 0; –5; +7; –3. 6. Zbuloni mënyrën e ndërtimit të vargut dhe plotësoni kufizën e katërt dhe të pestë. a) –15; –10; –5; ...; ....; b) 2; 0; –2; ...; ... .
Pikat që kanë të njëjtën largesë nga origjina e boshtit, pika O:	7. Tregoni në drejtëzën numerike pikën që ndodhet gjashtë njësi larg nga origjina e drejtëzës. Sa të tilla do të gjeni? Sa është largesa ndërmjet dy pikave?
Cili numër është më i madh kur krahasojmë: a) dy numra me shenjë të kundërt; b) dy numra me të njëjtën shenjë; c) numrin zero me një numër pozitiv, negativ:	8. Shkruani të gjithë numrat e plotë që ndodhen ndërmjet: a) –3 dhe 3; b) –2 dhe 5. 9. Vendosni shenjën e duhur >, <, = midis dy numrave të mëposhtëm: a) +5 ... – 3; b) –5 ... – 8; c) +2 ... – 1; d) –12 ... – 16.

<table>
<tr>
<td>Mbledhja e dy numrave:
a) me të njëjtën shenjë;
b) me shenjë të kundërt.</td>
<td>10. Gjeni shumat me ndihmën e boshtit numerik.
a) 10 + (–3); b) (–8) + 4; c) (–5) + (–7).

11. Njehsoni:
a) (+33) + (–33); b) (–200) + (–199).

12. Plotësoni tabelën në mënyrë të tillë që ndryshimi i numrit të parë me numrin e dytë të jetë sa numri përkatës në tabelë.

Numri i dytë
Numri i parë
<table>
<tr><td>–</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>–1</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>–3</td><td>0</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Zbritja e dy numrave:
a) me të njëjtën shenjë;
b) me shenjë të kundërt.</td>
<td>13. Gjeni ndryshimet me ndihmën e boshtit numerik.
a) 10 – (–3); b) (–3) – 4; c) (–5) – (–2).

14. Vini në shprehjen $a + b - c$ numrat e treguar dhe kryeni njehsimet.
a) $a = -3$, $b = -15$, $c = 27$;
b) $a = -34$, $b = -24$, $c = -56$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Gjetja e vlerës së një shprehjeje numerike me numra të plotë, që përmban veprimin e mbledhjes dhe të zbritjes:</td>
<td>15. Gjeni vlerën e shprehjes:
a) 5 – (–8) + [2 – (–2) + (–8)];
b) (–3) + [(–16) – (–17) + (–19)].</td>
</tr>
<tr>
<td>Zgjidhja e situatave problemore me numra të plotë:</td>
<td>16. Në orën 22:00, temperatura ishte – 2ºC. Pas 2 orësh, u ul me 3ºC. Sa është temperatura në orën 24:00?

17. Gjatë orës së parë të udhëtimit, një alpinist u ngjit 230 m. Pasi rrëshqiti 21 m për pesë minuta në fillim të orës së dytë, ai vazhdoi të ngjitej nga pika e rënies edhe 88 m. Gjeni se sa është ngjitur alpinisti në fund të dy orëve.

18. Një dyqan në muajin e parë fitoi 2500 euro. Në dy muaj, humbi 1200 euro, më pas për dy muaj të tjerë fitoi nga 800 euro në muaj. Pas pesë muajsh, dyqani doli me fitim apo me humbje?</td>
</tr>
</table>

8.7 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Duke parë boshtin numerik (fig. 9.3), plotësoni fjalitë e mëposhtme.
a) Numri që i përgjigjet pikës G është ...;
b) Numrit –2 i përgjigjet pika ...;
c) Numrit +3 i përgjigjet pikës ...;
d) Numri që i përgjigjet pikës I është ....

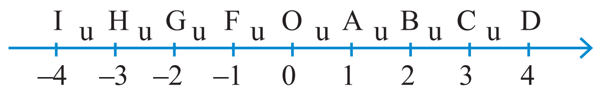


Fig. 9.3

(2 pikë)

2 Radhitni nga më i vogli te më i madhi numrat e plotë 35; –5; –11; 4; –9; 0; 5.

(2 pikë)

3 Vendosni në radhitjen zbritëse numrat me shenjë, duke u orientuar me anë të boshtit numerik.
–6; +6; –7; +5; 0; –9; +7; –3.

(2 pikë)

4 Zbuloni mënyrën e ndërtimit të vargut dhe plotësoni kufizën e katërt dhe të pestë.
a) 15; 10; 5; ...; ...;
b) 0; –1; –2; ...; ... .

(4 pikë)

5 Kryeni veprimet.
a) 8 + (– 8) = ...; b) (–7) – (–2) = ...; c) (– 9) + 5 = ...;
d) 6 – (–3) = ...; e) 10 + (–7) = ...; f) 4 – 9 = ...

(6 pikë)

6 Paraqitni në bosht veprimet për gjetjen e numrit –4 + 5 – 3.

(2 pikë)

7 Vendosni shenjën e duhur >, <, = midis dy numrave të mëposhtëm.
a) + 7 ... –6; b) –9 ... –3;
c) + 7 ... –8; d) –9 ... –14.

(2 pikë)

8 Gjeni vlerën e shprehjes në dy mënyra.
75 – 23 + 58 – 101 + 35

(4 pikë)

9 Gjeni vlerën e shprehjeve:
a) (–6) + (–5) – 3 – 6 – (–5);
b) 5 – 9 + [(–8) + 6 – 9] + (–1).

(4 pikë)

9 Shprehjet, ekuacionet, inekuacionet

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

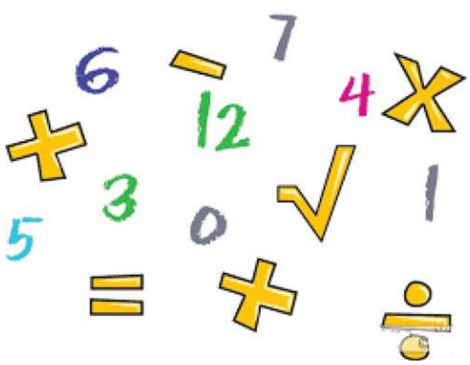
- *përkufizon shprehjet shkronjore dhe i dallon ato nga shprehjet numerike;*
- *cakton vlerën e shprehjes shkronjore për vlera të caktuara të shkronjave;*
- *modelon problema me shprehje shkronjore;*
- *shndërron shprehjet me simbole në shprehje me fjalë dhe anasjellas;*
- *përkufizon ekuacionet (barazimet) dhe inekuacionet (jobarazimet) lineare me një të panjohur, si dhe gjen zgjidhjet përkatëse të tyre;*
- *zgjidh ekuacione dhe inekuacione lineare me një të panjohur, duke përdorur vetitë aditive dhe multiplikative;*
- *paraqet zgjidhjen e inekuacioneve lineare me një të panjohur në boshtin numerik dhe tregon bashkësinë e zgjidhjes;*
- *zgjidh problema nga jeta e përditshme, duke shfrytëzuar ekuacionet dhe inekuacionet.*

Fjalë kyçe:

shkronjë, shprehjet shkronjore, vlerë, thjeshtim, kufiza, koeficientë, barazim numerik, ekuacioni, zgjidhje e ekuacionit, mosbarazime natyrore, shkronjore, inekuacione, zgjidhje e inekuacionit.

A E DINI SE...?

Në matematikë, simbolet shërbejnë për krijimin e shprehjeve matematikore dhe lidhjen e tyre në forma nga më komplekset. Në fillimet e saj, matematika shkruhej me fjalë dhe kjo ia kufizonte zhvillimin.
Në shekullin VII, për të përfaqësuar të panjohurat në ekuacionet algjebrike përdoreshin ngjyra të ndryshme. Madje, ekziston një libër i kësaj periudhe, një pjesë e të cilit titullohet "Ekuacione të disa ngjyrave".
Në fund të shekullit XVI, Fransua Viet (*François Viète*) hodhi idenë e paraqitjes së numrave të njohur dhe të panjohur me shkronja, që sot quhen ndryshore. Llogaritjet me anë të ndryshoreve do të bëheshin sikur ato të ishin numra, duke marrë më pas rezultatin përfundimtar, falë një zëvendësimi të thjeshtë. Idea e *Viète* ishte të përdorte bashkëtingëllore për vlera të njohura dhe zanore për të panjohurat. Në vitin 1637, Dekarti (*René Descartes*) përdori x, y dhe z për të shënuar vlerat e panjohura në ekuacione dhe a, b dhe c për vlerat e njohura. Këto simbole përdoren gjerësisht dhe sot.



9.1 Shprehjet shkronjore

A Kërkoni dhe zbuloni

Makina udhëtoi për dy orë. Orën e parë ajo përshkoi 85 km, kurse orën e dytë përshkoi 5 km më tepër se në orën e parë. Sa km përshkoi makina për dy orë?

a) Hartoni shprehjen numerike që jep zgjidhjen e problemës.
b) Gjeni vlerën e shprehjes numerike.
c) Po nëse makina udhëton në orën e dytë a km më tepër se në orën e parë, sa km udhëton makina për dy orë?
d) Shkruani një shprehje që do t'ju ndihmojë të zgjidhni rastit c. Krahasojeni me shprehjen e rastit a. Çfarë vini re?

B Vrojtoni dhe mësoni

Shprehja $85 + (85 + a)$ që shkruam për zgjidhjen e problemës është shprehje shkronjore. Duke zëvendësuar në vend të shkronjës a numrin 5, do të marrim shprehjen numerike $85 + (85 + 5)$, që jep zgjidhjen e problemës së mësipërme.

Mbani mend:

Shprehjet që përmbajnë shkronja quhen shprehje shkronjore. Ato formohen nga numrat dhe shkronjat të lidhura me shenjat e veprimeve aritmetike dhe kllapat.

Nëse në vend të shkronjës a vëmë numrin 13, do të marrim shprehjen numerike $85 + (85 + 13)$, vlera e së cilës është $85 + (85 + 13) = 183$.
Numrat që vihen në vend të shkronjës, quhen **vlera** të kësaj shkronje.

Punë në grup:

Shkruani, duke përdorur shenjat e veprimeve matematike:
1. shumën e numrit a me numrin 9;
2. ndryshimin e numrit 4 me numrin b;
3. shumën e dyfishit të numrit x me numrin 5.

Duke krijuar shprehje shkronjore, shkruajmë "fjalë" në gjuhën matematike, kurse duke i lidhur këto shprehje me shenjat =, ≠, >, <, marrim "fjali" matematike.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Përktheni në gjuhën e zakonshme.
a) $(a + b) \cdot 5$; b) $10 : (a - b)$; c) $5 + a \cdot b$; d) $3 \cdot a - b$.

2. Kontrolloni saktësinë e përkthimit në gjuhën e matematikës.

Gjuha e zakonshme	Gjuha matematike
Shuma e 7 me x.	$7 + x$
Ndryshimi i 8 me y.	$8 - y$
Numri që është 5 njësi më i madh se a.	$5 + a$
Numri që është 5 herë sa a.	$5a$
Numri që është 3 njësi më i madh se dyfishi i b.	$3 + 2b$
Numri që është trefishi i shumës së x me 2.	$3(x + 2)$
Dyfishi i x zmadhuar me 3 është 10.	$2x + 3 = 10$

3. Gjeni vlerën e shprehjes shkronjore $25 - x$, për $x = 5$ dhe për $x = 25$.

4. Gjeni vlerën e shprehjes shkronjore $30 - (15 + x)$, për $x = 5$ dhe për $x = 7$.

5. Duke përdorur shkronjat, tregoni me anë të barazimeve shkronjore vetitë e veprimeve të mbledhjes dhe të zbritjes.

6. Çmimi i një këmishe është a euro, kurse çmimi i një kapele është b euro. Ç'kuptim ka shprehja
a) $a + b$? b) $a - b$? c) $5000 - (a + b)$?


USHTRIME

1 Shkruani shprehjen që jep:
a) shumën e $19 + 5$ me $18 - 3$;
b) ndryshimin e $x + 5$ me 4;
c) shumën e $x + 5$ me 12;
d) ndryshimin e $x + 7$ me $4 - x$.

2 Përktheni me simbole matematike.
a) Shuma e tre numrave të parë natyrorë.
b) Prodhimi i katër numrave të parë natyrorë.
c) Ndryshimi i numrit më të madh me tri shifra me numrin më të vogël me dy shifra.
d) Herësi i numrit më të madh dyshifror me numrin më të madh njëshifror është 11.

3 Lexoni shprehjen.
a) $(a - b) + 5$; b) $(y - 2) + 4$; c) $(a - 8) + (c - 5)$.

4 a) Plotësoni tabelën.

Vlera e a	0	1	2	3	4
Vlera e $a + 12$					
Vlera e $14 - a$					

b) Për ç'vlera të a, vlera e $14 - a$ është më e madhe se vlera e $a + 12$?

5 x është numër natyror. Shkruani:
a) tre numrat natyrorë çift të njëpasnjëshëm që vijnë pas $2x$;
b) tre numrat natyrorë tek të njëpasnjëshëm që vijnë pas $(2x + 1)$.

6 Në klasë ka x vajza, kurse numri i djemve është për 4 më i vogël. Shkruani me simbole matematike:
a) numrin e djemve në klasë;
b) numrin e nxënësve në klasë;
c) numri i nxënësve në klasë është 28.

7 a) Agimi sot është x vjeç. Sa do të jetë pas 5 vjetësh?
b) Agimi sot është 12 vjeç. Sa ka qenë para x vjetësh?

8 a) Prodhimi i dy numrave është 76; njëri është a. Sa është tjetri?
b) Herësi i dy numrave është 42; njëri numër është x. Sa është tjetri?
c) Shuma e dy numrave është 100; njëri është y. Sa është tjetri?

9.2 Shprehjet shkronjore. Thjeshtimi i tyre

A Kërkoni dhe zbuloni

Shkruani me simbole matematike:

a) shumën e një numri x me numrin 20;

b) ndryshimin e dyfishit të një numri x me tre;

c) pesëfishin e shumës së numrave a dhe b.

Sa do të jetë vlera numerike e shprehjeve nëse, në vend të ndryshoreve, vendosim vlerat $x = 5$, $x = 4$; për $a = 1$ dhe $b = 3$; $a = 2$ dhe $b = –4$.

Çfarë vini re?

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Kuptimi i shprehjeve shkronjore

Shprehjet $2x – 3$; $5(a + b)$; $3x – 5y – 4xt$ etj. janë shprehje shkronjore. Pjesët përbërëse të shprehjes shkronjore quhen kufiza të saj.

Për shprehjen shkronjore $5xy + 3x – 2xy + 4x – 5 – 6y$, kufizat janë: $5xy$; $+3x$; $–2xy$; $+4x$; $–5$; $–6y$. Numrat përkatës të secilës kufizë quhen koeficientët e saj. P.sh. kufiza $5xy$ e ka koeficientin 5; kufiza $–6y$ e ka koeficientin $–6$ etj.

Punë në grup

Shqyrtoni shprehjen $4ab + 5a – 3ab + 4a – 8b + 4$.
Gjeni kufizat dhe koeficientët.
Vrojtoni kufizat $4ab$ dhe $–3ab$, si edhe kufizat $5a$ dhe $4a$.
Çfarë vini re?
Kufiza të tilla i quajmë të ngjashme, pasi kanë pjesën shkronjore të njëjtë.

II. Thjeshtimi i shprehjeve shkronjore

Mbani mend:

i. Secila kufizë mund të thjeshtohet, për të shfaqur koeficientin e saj, duke përdorur vetinë e ndërrimit dhe vetinë e shoqërimit të shumëzimit.

Shembulli 1

Prodhimin $2 \cdot 5 \cdot a$ mund ta zëvendësojmë me $(2 \cdot 5) \cdot a$, d.m.th me $10a$; prodhimin $2y \cdot 7 \cdot 10$ mund ta zëvendësojmë me $(2 \cdot 7 \cdot 10) \cdot y$, d.m.th. me $140y$.

Mbani mend:

ii. Thjeshtimi i shprehjeve shkronjore mund të realizohet më tej, duke zëvendësuar në to shumën (ndryshimin) e disa kufizave të ngjashme me një kufizë të vetme, që ka të njëjtën pjesë shkronjore.

Vrojtoni si është thjeshtuar shprehja $10z – 4z – 3z$ në figurën 8.1.
Për të bërë thjeshtimin mund të përdorim vetinë e shpërndarjes së shumëzimit.

$$10z – 4z – 3z = z + z + z + \overbrace{\cancel{z}+\cancel{z}+\cancel{z}+\cancel{z}}^{\text{minus } 4z}+\overbrace{\cancel{z}+\cancel{z}+\cancel{z}}^{\text{minus } 3z}$$

Fig. 8.1

Shembulli 2

Thjeshtoni shprehjet: a) $7x - 5x$; b)$7x - 5x + 9x$.

Zgjidhje

Në bazë të vetisë së shpërndarjes, shkruajmë:

a) $7x - 5x = (7 - 5)x = 2x$.

b) $7x - 5x + 9x = (7 - 5 + 9)x = 11x$.

Shembulli 3

Thjeshtoni shprehjen: $2x + 7 + 2y - 3 + 4x + 3y$.

Zgjidhje

Përcaktojmë kufizat e ngjashme midis tyre: $2x$ me $4x$; $2y$ me $3y$; 7 me -3. Zëvendësojmë $2x + 4x$ me $(2 + 4)x$, d.m.th. me $6x$; $2y + 3y$ me $(2 + 3)y$, d.m.th. me $5y$; $(7 - 3)$ me 4. Shprehja zëvendësohet me shprehjen $6x + 5y + 4$, e cila nuk përmban më kufiza të ngjashme.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në shprehjen $4a + 7ab - 3b$ dalloni kufizat, si edhe koeficientët përkatës.

2. Në shprehjet shkronjore të mëposhtme tregoni:
i) të gjitha kufizat; ii) koeficientin e secilës kufizë; iii) kufizat e ngjashme midis tyre.
a) $10x - 4xy + 5y + 3xy + 4 - 2y$; b) $2a - 3b + 5a - 6b$.

3. Gjeni koeficientin e kufizës: a) $(2x) \cdot 5$; b) $(3x) \cdot (-4y)$.

4. Thjeshtoni shprehjet:
a) $3m + 7m$; b) $5y - 3y$; c) $5x - 4xy + 3y + 6xy - 3y$; d) $x + 4y - 2y - 1 - 2$.

5. Drita ka x fletore, Mira ka dy herë më shumë fletore se ajo, kurse Zana ka 5 fletore më shumë se Drita.
a) Jepni me shprehje sasinë e fletoreve që kanë ato së bashku.
b) Sa është kjo sasi, kur Drita ka 3 fletore?

USHTRIME

1 Në shprehjet e mëposhtme, përcaktoni kufizat dhe koeficientët e tyre.
a) $5x - 3y + 6$; b) $7a - 4b + 2c - 5$; c) $2ab - 3xy + 4x$.

2 Thjeshtoni kufizat në shprehjet shkronjore, duke gjetur koeficientin për secilën.
a) $(2x) \cdot 5 - 3$; b) $(3x) \cdot (4y - 2ab)$; c) $(2x) \cdot (-3y) + 2 \cdot (4x) \cdot 5b + 6$.

3 Thjeshtoni shprehjet shkronjore.
a) $x + x$; b) $5a + 6a$; c) $2u - 3u$; d) $y - y$; e) $3x - 7x + 6x$; f) $4a - 5a + 10 - 4$.

4 Thjeshtoni shprehjet shkronjore.
a) $5 + 9x - 3x + 4$; b) $6x - x + 3y - 4y$; c) $x + 2x - a + 5b + 3a - 4b$.

5 Gjeni vlerën e shprehjes shkronjore.
a) $3a + 3b$ për $a = 1$ dhe $b = -1$; b) $2x(x + 1)$ për $x = 3$; për $x = -4$.

6 Thjeshtoni shprehjen:
a) $3(x - y) + 4(x + y)$; b) $-4(u + v) + 2(u - v)$; c) $6(2 - xy) - x(y + 5)$.

9.3 Barazimet numerike dhe vetitë e tyre

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Duke përdorur numrat 3; 5; 8, shkruani një barazim me mbledhje dhe dy barazime me zbritje.
2. A është e vërtetë se $6 = 6$?

A mund të themi që $6 - 2 = 6 - 2$?

Po që $6 : 3 = 6 : 3$?

Çfarë vini re? Bashkëbisedoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Mbani mend:

Dy numra ose dy shprehje numerike, të lidhura ndërmjet tyre me shenjën "=" formojnë një barazim numerik.

Një barazim numerik mund të jetë i vërtetë ose jo i vërtetë.

Barazimet e mësipërme janë të vërteta, kurse barazimi $7 + 5 = 6 + 9$ nuk është i vërtetë.

Në barazimin $a = b$, shenja "=" e ndan barazimin në dy anë: e majta dhe e djathta.

Vetitë e barazimeve numerike

I. Kemi $4 = 4$; $3 = 3$; $0 = 0$. Çdo numër është i barabartë me veten.
Pra, barazimi $a = a$ është i vërtetë, për çdo numër a.

II. Në qoftë se është i vërtetë barazimi $a = b$, atëherë është i vërtetë edhe barazimi $b = a$.

III. Në qoftë se janë të vërteta barazimet $a = b$ dhe $b = c$, atëherë është i vërtetë edhe barazimi $a = c$. Kjo quhet vetia tranzitive (vetia e kalimit) e barazimit numerik.

IV. Vetia e pandryshueshmërisë së vërtetësisë së barazimit në lidhje me mbledhjen dhe zbritjen.

Vihet re që nga $13 = 13$ dalin barazimet e vërteta $13 + 2 = 13 + 2$ dhe $13 - 4 = 13 - 4$.

Pra, nga $a = b$, rrjedh $a + c = b + c$ dhe $a - c = b - c$, ku c është një numër çfarëdo.

Mbani mend:

Po t'u shtojmë ose t'u zbresim të dyja anëve të një barazimi numerik të vërtetë të njëjtin numër, merret një barazim i ri i vërtetë.

V. Vetia e pandryshueshmërisë së vërtetësisë së barazimit në lidhje me shumëzimin dhe pjesëtimin.

Vihet re se nga $6 = 6$ dalin barazimet e vërteta $6 \cdot 2 = 6 \cdot 2$; $\frac{6}{2} = \frac{6}{2}$.

Mbani mend:

Po të shumëzojmë ose të pjesëtojmë të dyja anët e një barazimi numerik të vërtetë me të njëjtin numër, të ndryshëm nga zero, merret një barazim numerik i vërtetë i ri.

VI. Vetia e kalimit të kufizës në anën tjetër të barazimit.

Vihet re se nga barazimi i vërtetë $4 + 5 = 9$, rrjedh barazimi i vërtetë $5 = 9 - 4$.

Nga barazimi i vërtetë $6 - 4 = 2$, rrjedh barazimi i vërtetë $6 = 2 + 4$.

Mbani mend:

Mund të kalojmë çdo kufizë nga njëra anë e barazimit në tjetrën, me kusht që të ndërrojmë shenjën para saj (nga + në – dhe anasjellas).

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në barazimet numerike të mëposhtme, dalloni cilat janë të vërteta e cilat jo.
a) $6 = -6$; b) $5 + 0 = 5$; c) $5 - 1 = -4$; d) $6 - 3 = 3 + 0$.

2. Kemi $7 = 7$. A janë të vërtetë barazimet: $7 + 3 = 7 + 3$; $7 - 4 = 7 - 4$?

3. Kemi $a = b$ dhe $a = 5$. Plotësoni $b = ...$.

4. Nëse $a = 3$ dhe $b = 4$, a është i vërtetë barazimi $a = b$?

5. Përdorni vetinë VI për të shkruar barazime të reja të vërteta nga barazimet:
a) $10 + 7 = 17$; b) $14 - 6 = 8$; c) $7 = 10 - 3$; d) $12 = 6 + 3$.

6. Barazimi $a = b$ është i vërtetë. Ç'veti janë përdorur për të marrë barazimet e mëposhtëm?
a) $5a = 5b$; b) $a - 3 = b - 3$; c) $1 - a = 1 - b$.

USHTRIME

1 Plotësoni:
a) nga barazimi $a = 3$, rrjedh $3 = ...$; b) nga barazimi $x = y$, rrjedh $y = ...$;
c) nga barazimi $a = b$, rrjedh $a + 2 = ...$; d) nga barazimi $u = v$, rrjedh $5u = ...$.

2 Plotësoni:
a) nga barazimi $7 + 5 = 12$, rrjedh $7 = ...$;
b) nga barazimi $20 = 7 + 13$, rrjedh $20 - 7 = ...$;
c) nga barazimi $x + 3 = 8$ rrjedh $x = ...$;
d) nga barazimi $a = b + 8$, rrjedh $a - 8 = ...$.

3 Plotësoni:
a) nga barazimi $7 = 7$, rrjedh $7 - 6 = ...$;
b) nga barazimi $8 = 8$, rrjedh $8 : 4 = ...$;
c) nga barazimi $a = 5$, rrjedh $2a = ...$;
d) nga barazimi $x = y$, rrjedh $x : 3 = ...$.

4 a) Nga barazimi $a = b$ dhe $a + 12 = b + x$, a mund të themi që $12 = x$?
b) Ç'mund të nxirrni nga barazimet $x = y$ dhe $x + u = y + 10$?

5 Nga barazimi $x = a$, rrjedh:
a) $x + 7 = a + ...$; b) $x - 9 = ...$; c) $bx = ...$.

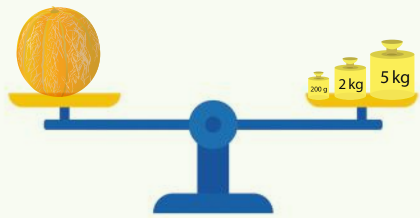
6 Plotësoni:
a) nga barazimi $x + y = 7$ rrjedh $5x + 5y = ...$;
b) nga barazimi $a - b = 0$ rrjedh $2a - 2b = ...$;
c) nga barazimi $x + 7 = 9$ rrjedh $x = ...$;
d) nga barazimi $2 + a = 5$, rrjedh $a = ...$.

9.4 Ekuacioni

A Kërkoni dhe zbuloni

Në njërën pjatë të një peshoreje të baraspeshuar ndodhet një pjepër dhe një gur peshe prej 2 kg, kurse në pjatën tjetër një gur peshe 5 kg.

1. Shënoni masën e pjeprit me x (kg).
2. Shkruani një barazim për të gjetur x.
3. Gjeni vlerën e x (masën e pjeprit).



B Vrojtoni dhe mësoni

I. Kuptimi i ekuacionit

Nëse në një barazim figuron një shkronjë, barazimi mund të jetë i vërtetë për disa vlera të shkronjës dhe jo i vërtetë për vlera të tjera të saj. Për shembull, barazimi $x + 2 = 5$ është i vërtetë kur $x = 3$, por nuk është i vërtetë kur $x = 4$.

Mbani mend:

Ekuacion quhet barazimi që përmban një shkronjë, vlerën e së cilës duhet ta gjejmë. Vlera e shkronjës (numri) që e kthen ekuacionin në barazim numerik të vërtetë, quhet rrënjë (zgjidhje) e ekuacionit.

II. Zgjidhja e disa ekuacioneve

Shembull 1

Zgjidhni ekuacionin $15 + x = 62$.

Zgjidhje

Sipas kuptimit të mbledhjes, ky barazim do të thotë që mbledhori i panjohur (x) është ndryshimi midis shumës (62) dhe mbledhorit tjetër (15). Pra $x = 62 – 15$, d.m.th $x = 47$.

Prova

Numri 47 është vërtet zgjidhje e ekuacionit $15 + x = 62$, sepse duke zëvendësuar në të x me 47, marrim barazimin e vërtetë $15 + 47 = 62$.

Shembull 2

Zgjidhni ekuacionin $y – 6 = 13$.

Zgjidhje

Sipas kuptimit të zbritjes, ky barazim do të thotë që y është shumë e numrave 13 dhe 6. Pra, $y = 13 + 6$ d.m.th $y = 19$.

Prova

Numri 19 është vërtet zgjidhje e ekuacionit $y – 6 = 13$, sepse duke zëvendësuar në të y me 19, marrim barazimin e vërtetë $19 – 6 = 13$.

Shembull 3

Zgjidhni ekuacionin $25 - u = 7$.

Zgjidhje

Sipas kuptimit të zbritjes, kjo do të thotë që numri 25 është shumë e u me 7. Pra, $u + 7 = 25$. Nga ky ekuacion gjejmë u (mbledhor i panjohur): $u = 25 - 7$, d.m.th $u = 18$.

Prova

Numri 18 është vërtetë zgjidhje e ekuacionit $25 - u = 7$, sepse duke zëvendësuar në të u me 18, marrim barazimin e vërtetë $25 - 18 = 7$.

Shembull 4

Zgjidhni ekuacionin $3 \cdot u = 12$.

Zgjidhje

Sipas kuptimit të shumëzimit, kjo do të thotë që numri u është herësi i pjesëtimit të 12 me 3. Pra, $u = 12 : 3$, d.m.th $u = 4$.

Shembull 5

Zgjidhni ekuacionin $28 : y = 4$.

Zgjidhje

Sipas kuptimit të pjesëtimit, kjo do të thotë që numri 28 është prodhim i y me 4. Ndryshe, y është herësi i pjesëtimit të 28 me 4. Pra, $y = 28 : 4$, d.m.th $y = 7$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. A është numri 25 zgjidhje e ekuacionit $30 - x = 5$? Argumentoni përgjigjen.
2. Cili nga numrat 12, 13, 14, 15 është zgjidhje e ekuacionit $x - 7 = 8$? Argumentoni.
3. Zgjidhni ekuacionet:
   a) $a + 10 = 30$; b) $14 + m = 32$; c) $100 - x = 12$; d) $v - 4 = 95$.
4. Zgjidhni ekuacionet: a) $5x = 30$; b) $36 : x = 9$; c) $x : 2 = 6$.
5. Nëse sasisë së panjohur x të parave në xhep i shtojmë 50 euro, do të bëhen 200 euro. Sa është x?

USHTRIME

1 A është numri 5 zgjidhje e ekuacionit? Argumentoni.
a) $x + 7 = 12$; b) $x - 3 = 4$; c) $10 - x = 5$?

2 Zgjidhni ekuacionet:
a) $x + 25 = 35$; b) $44 - x = 16$; c) $x - 11 = 12$.

3 Zgjidhni ekuacionet:
a) $10 \cdot x = 50$; b) $y \cdot 8 = 48$; c) $72 = y \cdot 9$; d) $96 : x = 24$; e) $x : 13 = 5$.

4 Zgjidhni ekuacionet:
a) $(x + 15) = 8 + 17$; b) $(24 + y) - 21 = 10$; c) $56 - (u + 12) = 24$; d) $55 - (x - 15) = 30$.

5 Në shkollë mësojnë 856 nxënës. Djem janë 44 më shumë se vajza. Gjeni sa vajza dhe djem ka shkolla. Shkruani ekuacionin për zgjidhjen e problemës.

6 Shoferi e uli shpejtësinë e makinës me 20 km/orë dhe udhëtoi pastaj me shpejtësi 65 km/orë. Sa ishte shpejtësia e makinës në fillim?

9.5 Ekuacioni $x + a = b$ dhe $ax = b$, $(a \neq 0)$

A Kërkoni dhe zbuloni

Në biblotekën e tij, Miri kishte 12 libra artistikë më shumë se Bora, ndërsa Arbri kishte 2 herë më shumë se Miri. Nëse Miri kishte 35 libra artistikë, gjeni sa libra artistikë kishin Bora dhe Arbri në biblotekat e tyre.
Shkruani ekuacionet që do t'ju ndihmojnë për të zgjidhur problemën.
Zgjidhni ekuacionin me dy mënyra:
a) sipas kuptimit të veprimeve;
b) duke përdorur vetitë e barazimeve.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shembulli 1

Zgjidhni ekuacionin $x - 8 = 6$.

Zgjidhje

Duke kaluar kufizën 8 në anën e djathtë dhe duke ndërruar shenjën para saj, marrim $x = 8 + 6$, d.m.th. $x = 14$. Zgjidhje e ekuacionit të dhënë është numri 14.

Kështu, zgjidhjen e ekuacionit të trajtës $x + a = b$ mund ta bëjmë thjesht duke shfrytëzuar vetitë e barazimeve numerike.

Mbani mend:

Nga barazimi $x + a = b$, duke kaluar kufizën a në anën e djathtë dhe duke ndërruar shenjën para saj, marrim $x = b - a$. Ky barazim tregon se zgjidhje e ekuacionit $x + a = b$ është numri $(b - a)$.

Shembulli 2

Zgjidhni ekuacionin $5x = 75$.

Zgjidhje

Duke pjesëtuar të dyja anët me numrin 5, marrim $x = \frac{75}{5}$. Pra, $x = 15$. Zgjidhja e ekuacionit të dhënë është numri 15.

Mbani mend:

Ekuacionin e trajtës $ax = b$, me ndryshore x, ku a dhe b janë numra të dhënë dhe $a \neq 0$, mund ta zgjidhim duke përdorur vetitë e barazimeve. Në ekuacionin $ax = b$, duke pjesëtuar të dyja anët me numrin $a \neq 0$, marrim $x = \frac{b}{a}$. Zgjidhje e ekuacionit $ax = b$ është herësi $\frac{b}{a}$.

Ne jemi në gjendje të zgjidhim edhe ekuacione, që sillen në trajtën $ax = b$ nëpërmjet shndërrimeve të thjeshta.

Punë në grup:

Zgjidhni ekuacionin dhe argumentoni veprimet: $2x - 4 = 16$

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. A vërtetohet barazimi shkronjor $x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ për vlerën e $x = 1$? Po për $x=\frac{1}{4}$?

2. Cili nga barazimet shkronjore, $x - 0,2 = 0,8$ apo $2x - 1 = 2$, vërtetohet për $x = 1$?

3. Zgjidhni ekuacionet:
a) $5 + x = 25$; b) $6 - x = 3$; c) $3x = 21$; d) $2x = 1560$.

4. Zgjidhni ekuacionet:
a) $3x + 5 = 35$; b) $3x - 1 = 8$; c) $5 - 3x = 2$.

5. Zgjidhni ekuacionet:
a) $3(x - 1) = 45$; b) $25 = 5(x + 2)$; c) $2(5 - x) - 10 = 0$.

6. Iliri ka dy herë më shumë këngë në celularin e tij se Genti, kurse Beni ka 12 këngë. Të tre së bashku, ata kanë 51 këngë. Sa këngë ka Genti?
Shkruani ekuacionin për të zgjidhur problemën.

USHTRIME

1 Zgjidhni ekuacionet, duke kaluar kufizat nga njëra anë në anën tjetër të ekuacionit.
a) $x + 150 = 200$; $y + 4 = 7$; $a + 9 = 14$; $5 + x = 2$;
b) $x - 4 = 7$; $5 - x = 5$; $0 = 14 - x$; $5x - 4x = 12 - 7$.

2 Shuma $50 + x$ është 81. Shkruani ekuacionin dhe gjeni x.

3 Gjeni vlerën e x në qoftë se:
a) ndryshimi $41 - x$ është 5;
b) ndryshimi $x - 15$ është 2;
c) dyfishi i x është 34,5.

4 Zgjidhni ekuacionet e mëposhtme dhe argumentoni.
a) $2(8x - 1) = 30$ b) $7(x + 1) = 21$
c) $55 - (x - 15) = 30$ c) $(20 - x) - 5 = 25$

5 Zgjidhni problemat e mëposhtme, duke formuar dhe zgjidhur ekuacione.
a) Beni është 12 vjeç. Pas x vjetësh ai bëhet 20 vjeç. Gjeni x.
b) Shuma e numrit natyror x me dy numra natyrorë të njëpasnjëshëm, që vijnë pas tij, është 24. Gjeni x.
c) i) 5 fletore kushtojnë 15 euro. Sa kushton një fletore?
ii) Trefishi i një numri, zmadhuar me 5, jep 35. Gjeni këtë numër.
iii) Katërfishi i një numri, zvogëluar me 2, jep 30. Gjeni këtë numër.
d) Perimetri i fushës së volejbollit është 54 m. Gjatësia është dy herë më e madhe se gjerësia. Gjeni gjerësinë e fushës së volejbollit.

9.6 Problema që zgjidhen me ekuacione me një ndryshore

A Kërkoni dhe zbuloni

Iliri e lexoi librin me 280 faqe për tri ditë. Ditën e dytë lexoi 40 faqe më tepër se ditën e parë, kurse ditën e tretë dyfishin e ditës së parë. Sa faqe lexoi ditën e parë?
Shtroni një ekuacion për zgjidhjen e problemës, duke shënuar me x faqet që lexoi ditën e parë.
Zgjidhni ekuacionin dhe argumentoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Disa këshilla në lidhje me mënyrën e zgjidhjes së problemave që përmbajnë ekuacione:

I. Lexoni me kujdes problemën; kuptoni për çfarë bën fjalë ajo dhe çfarë duhet gjetur. Mbani shënim të dhënat dhe kërkesën.
II. Madhësinë e panjohur shënojeni me një shkronjë (ndryshore).
III. Madhësitë e tjera të panjohura në problemë përpiquni t'i shprehni nëpërmjet ndryshores (të ndërtoni për to shprehje shkronjore).
IV. Duke barazuar dy shprehje që japin të njëjtën madhësi, formoni një ekuacion me një ndryshore.
V. Zgjidhni ekuacionin.
VI. Jepni përgjigjen e problemës.

Shembull 1

Perimetri i një drejtkëndëshi është 40 cm. Njëra brinjë është 4 cm më e madhe se brinja tjetër. Gjeni brinjët e drejtkëndëshit.

Zgjidhje

Shënojmë me x (cm) brinjën më të vogël të drejtkëndëshit.
Brinja tjetër është $x + 4$.
Perimetri i drejtkëndëshit është $x + x + (x + 4) + (x + 4)$. Ky perimetër është 40 cm.
Duke barazuar dy shprehjet për perimetrin, marrim ekuacionin $x + x + (x + 4) + (x + 4) = 40$.
Zgjidhim këtë ekuacion. Shprehja në anën e majtë është $4x + 8$. Kemi:
$4x + 8 = 40$
$4x = 40 - 8$
$4x = 32$
$x = 32 : 4$
$x = 8$ cm
Përgjigje: Brinja më e vogël është 8 cm; brinja më e madhe është $x + 4 = 8 + 4 = 12$ cm.

Shembulli 2

Beni është 12 vjeç, kurse babai i tij është 40 vjeç. Pas sa vitesh, babai do të jetë dy herë më i madh se Beni?

Zgjidhje

Shënojmë me x numrin e kërkuar të viteve.

Pas x vjetësh, mosha e Benit do të jetë $12 + x$, kurse mosha e babait $40 + x$.

Sipas kushtit të problemës, mosha e babait do të jetë sa dyfishi i moshës së Benit, pra

$2 \cdot (12 + x) = 40 + x$.

Zgjidhim këtë ekuacion. Kemi:

$2 \cdot 12 + 2 \cdot x = 40 + x$

$24 + 2x = 40 + x$

$2x - x = 40 - 24$

$x = 16$

Përgjigje: Pas 16 vjetësh.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Perimetri i një trekëndëshi barakrahës është 30 cm dhe baza e tij është 8 cm. Gjeni brinjët anësore.

2. Shuma e dy numrave është 100 dhe njëri është 16 njësi më i vogël se tjetri. Cilët janë këta numra?

3. Sa mollë duhet të heqim nga arka me 90 kokrra dhe t'i hedhim në një arkë me 72 kokrra, në mënyrë që arkat të bëhen me të njëjtën sasi kokrrash?

4. Një pus është 3,4 m më i thellë se një tjetër. Nëse thellësinë e pusit të parë e rrisim me 21,6 m, kurse thellësinë e të dytit e rrisim 3 herë, atëherë të dy puset do të kenë të njëjtën thellësi. Gjeni thellësinë e secilit pus.

USHTRIME

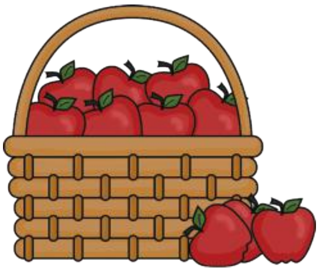
1 a) Tre numra natyrorë të njëpasnjëshëm e kanë shumën 33. Cilët janë këta numra?
b) Dy numra çift të njëpasnjëshëm e kanë shumën 30. Cilët janë ata?

2 Një turist përshkoi për dy ditë rrugën prej 40 km. Ditën e dytë eci 6 km më shumë se ditën e parë. Sa km eci ditën e parë?

3 Vëllai vuri re se ai kishte 3 herë më shumë fletore se motra ose 5 më shumë se dyfishi i saj. Sa fletore ka motra?

4 Në rezervuarin e një makine ka 2 herë më tepër benzinë se në rezervuarin e një tjetre. Nga rezervuari i parë zbrazën 7 l benzinë, kurse te rezervuari i dytë shtuan 3 l. Pas kësaj, vëllimi i benzinës në të dy rezervuarët u bë njëlloj. Sa l benzinë kishte në fillim në secilin nga rezervuarët?

5 Paradite shitësi shiti $\frac{2}{3}$ e mollëve. Pasdite, ai shiti edhe 55 kokrra dhe i mbetën pa shitur 14 kokrra. Sa mollë kishte ai në fillim?



9.7 Mosbarazime numerike dhe shkronjore

A Kërkoni dhe zbuloni

Në mosbarazimin $2x + 5 < 9$, vendosni në vend të x numrin 1. A merret mosbarazim numerik i vërtetë? Po në rastin kur në vend të x vendosim numrin 2? Çfarë mendoni se tregon kjo? Vendosni numra të tjerë në vend të x.
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Mbani mend:

Dy numra ose dy shprehje, të lidhura midis tyre me shenjën > (më e madhe), ≥ (më e madhe ose baras) ose < (më e vogël), ≤ (më e vogël ose baras) formojnë një mosbarazim.

Në rast se mosbarazimi ka vetëm numra është mosbarazim numerik. Në rast se ka dhe shkronja është mosbarazim shkronjor.
Ja disa mosbarazime numerike: $12 > 3$; $2 < 0$.
Ndërsa këta janë shembuj mosbarazimesh shkronjore: $2x + 1 > 3x$; $x \cdot x < 0$.
Jo çdo mosbarazim numerik është i vërtetë.
Disa veti të mosbarazimeve:

I. Nga $4 > 3$ rrjedh $3 < 4$; nga $8 < 10$ rrjedh $10 > 8$.
Në përgjithësi, nga mosbarazimi $a > b$ rrjedh $b < a$.

II. Nga $7 > 4$ rrjedh $7 + 5 > 4 + 5$.
Në qoftë se është i vërtetë mosbarazimi $a > b$, atëherë janë të vërteta edhe mosbarazimet
$a + c > b + c$ *dhe* $a - d > b - d$, ku c është numër çfarëdo, kurse d është më i vogël se numrat a dhe b.
Nga $17 - 3 > 5$, duke u shtuar të dyja anëve numrin 3 marrim
$17 + (3 - 3) = 5 + 3$, d.m.th. $17 + 0 > 5 + 3$, pra $17 > 8$.

Mbani mend:

Në qoftë se në të dyja anët e një mosbarazimi të vërtetë shtojmë ose zbresim të njëjtën kufizë, atëherë marrim një mosbarazim të vërtetë me të njëjtin kah. Ose themi kalojmë njërën kufizë nga njëra anë në anën tjetër, duke ndërruar shenjën para saj.
Pra, nga $a + b > c$ rrjedh $a > c - b$.

III. Jepet mosbarazimi i vërtetë $7 > 3$.
Duke shumëzuar të dy anët e tij me 2, marrim mosbarazimin $14 > 6$, i cili gjithashtu është i vërtetë. Në këtë mënyrë nxjerrim rregullën.

Mbani mend:

Në qoftë se të dyja anët e një mosbarazimi të vërtetë i shumëzojmë apo i pjesëtojmë me të njëjtin numër natyror, atëherë marrim një mosbarazim të vërtetë me të njëjtin kah.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vendosni në vend të pikave njërën nga shenjat <, >, =, që të merret pohim i vërtetë.
a) 3 ... 5; b) –3 ... 0; c) –2 ... 1; d) –5 ... 7.

2. Pa kryer njehsimet, vendosni në vend të pikave shenjën > ose <, në mënyrë që të merret mosbarazim i vërtetë.
a) $1717 : \frac{1}{3} \ldots 1717 \cdot \frac{1}{3}$; b) $658 : \frac{12}{7} \ldots 658 \cdot \frac{21}{7}$.

3. Vendosni në vend të pikave një prej shenjave >, <, =, që të merret pohim i vërtetë.
a) 5,4 – 2,8 ... 7,5 – 6,3;
b)10,12 – 8,45 ... 78,81 – 62,34;
a) $26 + 14 \cdot 4 \ldots 36 + 8 \cdot 12 - 21$.

4. Krahasoni ndërmjet tyre numrat x, y në qoftë se ndryshimi $(x - y)$ është:
a) 5; b) –1; c) 0.

5. Ku ndodhet në boshtin numerik, pikat që i përgjigjen numrit x, në qoftë se është i vërtetë pohimi:
a) $x > 2$; b) $x < 3$?

6. Nëse më japin 100 euro, sasia ime e parave dyfishohet. A kam fillimisht më pak apo më shumë se 100 euro?

USHTRIME

1 Vendosni në vend të pikave një prej shenjave >, <, =, që të merret pohim i vërtetë.
a) $\left(1\frac{2}{3}\right):\left(2\frac{1}{2}\right) \ldots \left(5\frac{1}{2}\right):\left(3\frac{2}{3}\right)$; b) $\left(3\frac{1}{2}\right):\left(2\frac{1}{3}\right) \ldots \frac{1}{4}:\left(3\frac{1}{2}\right)$.

2 Plotësoni fjalitë:
a) nga $a > 3$, rrjedh $2a$ ... b) nga $x < 2$, rrjedh $5x$ ...
c) nga $x > 0$, rrjedh $x + 3$ ... d) nga a > b, rrjedh $a - 1$ ...

3 Është dhënë mosbarazimi $3x + 5 > 2x - 1$.
a) A vërtetohet ai për $x = 10$?
b) Gjeni dy vlera të x që vërtetojnë mosbarazimin.

4 Gjeni vlerat e x nga bashkësia {0; 1; 2,5; 3; 20} që vërtetojnë mosbarazimin $3x + 7 < 2(x + 5)$.

5 A ka vlerë natyrore të x që vërteton mosbarazimet?
a) $x \cdot x < 1$; b) $x \cdot x \leq 1$.

6 Gjeni gjithë numrat e plotë që vërtetojnë mosbarazimet:
a) $2 < x < 6$; b) $2 \leq x \leq 6$.

7 Sa vlera të x vërtetojnë mosbarazimin $x - x < b$, nëse b është numër natyror?

9.8 Inekuacione me një ndryshore

A Kërkoni dhe zbuloni

Jepen shprehjet $x + 5$ dhe $2x$. A mund të gjeni dy vlera të plota të ndryshores, për të cilat vlera e shprehjes $x + 5$ të jetë më e madhe se vlera e shprehjes $2x$.
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Për t'iu përgjigjur pyetjes "Për ç'vlera të plota të ndryshores, vlera e shprehjes $2x$ është më e madhe se vlera e shprehjes $x + 5$?", shkruajmë mosbarazimin $2x > x + 5$. Do të përpiqemi të gjejmë se për ç'vlera të plota të x, vërtetohet ky mosbarazim. Pra, do të zgjidhim inekuacionin.

Mbani mend:

Mosbarazimi me një ndryshore quhet inekuacion, në qoftë se kërkohen vlerat e ndryshores që e vërtetojnë atë. Çdo vlerë e tillë e ndryshores (pra, çdo vlerë e ndryshores që e kthen inekuacionin në mosbarazim numerik të vërtetë, me të njëjtin kah) quhet **zgjidhje e inekuacionit**.

Zgjidhja e inekuacioneve të trajtës $x + a > b$; $ax > b$.
Zgjidhja e këtyre inekuacioneve realizohet në mënyrë të ngjashme si zgjidhja e ekuacioneve të trajtës $a + x = b$ dhe $ax = b$. Përdorim:
1. kalimin e kufizave nga njëra anë në tjetrën, duke ndërruar shenjën para tyre;
2. shumëzimin ose pjesëtimin e të dyja anëve të inekuacionit me të njëjtin numër natyror, pa ndërruar kahun.
Për zgjidhjen e këtyre inekuacioneve synojmë t'i sjellim ata në ndonjë prej trajtave të mëposhtme (c është numër i dhënë).

I. $x > c$ (lexohet: x më i madh se c).
Paraqitja grafike e bashkësisë së zgjidhjeve jepet në figurën 8.2.

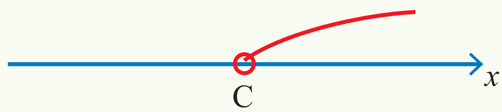


Fig. 8.2

II. $x < c$. (lexohet: x më i vogël se c).
Paraqitja grafike e bashkësisë së zgjidhjeve jepet në figurën 8.3.

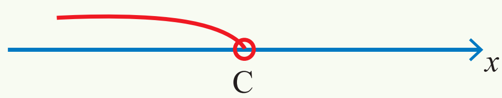


Fig. 8.3

III. $x \geq c$. (lexohet x më i madh ose baras se c)
Paraqitja grafike e bashkësisë së zgjidhjeve jepet në figurën 8.4.

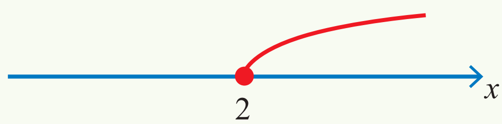


Fig. 8.4

IV. $x \leq c$. (lexohet: x më i vogël ose baras me c)
Paraqitja grafike e bashkësisë së zgjidhjeve jepet në figurën 8.5.

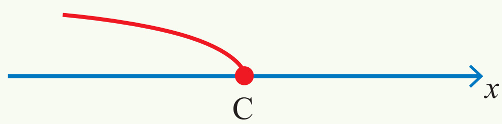


Fig. 8.5

Shembulli 1

Të zgjidhet inekuacioni $2x + 1 < 8$.

Zgjidhje

Shkruajmë:

$2x < 8 - 1$ (kalimi i kufizës në anën tjetër, duke ndërruar shenjën para saj)

$2x < 7$

$\frac{2x}{2} < \frac{7}{2}$ (pjesëtimi i të dyja anëve me 2)

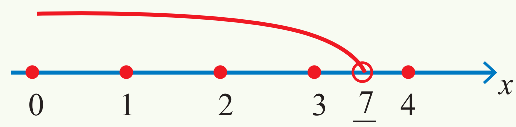


Fig. 8.6

$x < \frac{7}{2}$, ose $x < 3\frac{1}{2}$. Zgjidhje të inekuacionit janë të gjitha vlerat e ndryshores (gjithë numrat) që janë më të vogla se $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$. Paraqitja grafike e bashkësisë së zgjidhjeve jepet në figurën 8.6.

Shembulli 2

Të zgjidhet inekuacioni $3x - 5 > x + 1$.

Zgjidhje

Shkruajmë:

$3x - x > 1 + 5$ (kalime të kufizave në anën tjetër, duke ndërruar shenjat para tyre)

$2x > 6$ (thjeshtimi i shprehjeve)

$\frac{2x}{2} > \frac{6}{2}$ (pjesëtimi i të dyja anëve me 2)

$x > 3$. Zgjidhje të inekuacionit janë gjithë vlerat e ndryshores (gjithë numrat) që janë më të mëdha se 3.

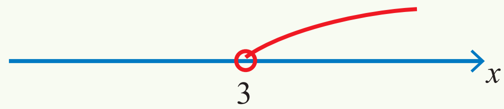


Fig. 8.7

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. A është numri 5 zgjidhje e inekuacionit $3x - 1 < 14$? Po e inekuacionit $2x + 3 \geq 13$?

2. Tregoni për cilin nga inekuacionet e mëposhtme është zgjidhje numri 4:
a) $2x - 1 > 3$; b) $x - 2 < 1$; c) $2x + 1 > 15$; d) $5x > 30$; e) $4 < 3 + x$.

3. Zgjidhni inekuacionet:
a) $5x - 1 > 9$; b) $7x - 6 > 3x + 2$.

4. Nëse më japin 200 euro, sasia ime e parave e kalon dyfishin e sasisë fillestare. A kam fillimisht më pak apo më shumë se 200 euro?

USHTRIME

1 Gjeni të gjitha zgjidhjet e inekuacioneve të mëposhtme, që janë numra natyrorë.
a) $y + 2 < 6$; b) $2x < 6$; c) $3x + 6 < 12$; d) $10x + 6 + 1 < 56$.

2 Zgjidhni inekuacionet:
a) $3(x + 1) + 2 > 14$; b) $2(3x + 2) - 1 < 15$; c) $6(3x + 5) - 4 < 116$.

3 Gjeni dy vlera të ndryshores, për të cilat vlera e shprehjes $6(x - 2)$ është më e madhe sesa vlera e shprehjes $2(x - 2)$.

4 Besniku kishte disa arra; ai i dha Gencit 17 kokrra. Pastaj vuri re që numri i arrave që i mbetën ishte një shumëfish i tetës, më i madh se 120 dhe më i vogël se 130. Shkruani inekuacionin dhe gjeni sa arra ka patur në fillim Besniku.

9.9 Ushtrime për përpunimin e njohurive

A Kërkoni dhe zbuloni

Një libër kushton dy herë më shumë se një bllok shënimesh. Duke ditur që të dy kushtojnë 45 euro, gjeni sa kushton secili. Shkruani ekuacionin për zgjidhjen e problemës. Argumentoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Shembull 1

Zgjidhni ekuacionin $5(x-2)-3x=6$.

Zgjidhje

Shkruajmë:

$(5x-10)-3x=6$ (u zbatua vetia e përdasimit)

$5x-3x=6+10$ (u kalua 10 në anën e djathtë, duke ndërruar shenjën para saj)

$2x=16$ (u thjeshtua shprehja $5x-3x$)

$x=\frac{16}{2}$ (u pjesëtuan të dyja anët me 2)

$x=8$.

Përgjigje: Rrënjë e ekuacionit të dhënë është numri 8.

Shembull 2

Zgjidhni inekuacionin $4(2x+1)+2\geq 3(x+1)+5$.

Zgjidhje

$4(2x+1)+2\geq 3(x+1)+5$

$8x+4+2\geq 3x+3+5$ (u zbatua vetia e përdasimit)

$8x+6\geq 3x+8$ (u kryen veprimet $(4+2)$ dhe $(3+5)$)

$8x-3x\geq 8-6$ (u kaluan 6 dhe $3x$ nga njëra anë e inekuacionit në anën tjetër të tij)

$5x\geq 2$ (u kryen veprimet $(8x-3x)$ dhe $(8-6)$)

$x\geq\frac{2}{5}$ (u pjesëtuan të dy anët e inekuacionit me 5).

Përgjigje: Rrënja e inekuacionit të dhënë janë të gjithë numrat më të mëdhenj dhe të barabartë me numri $\frac{2}{5}$. Në boshtin numerik zgjidhja është:

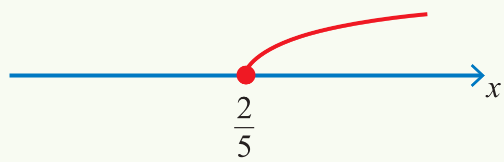


Fig. 8.8

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Thjeshtoni shprehjet.

a) $17m+5m$; b) $6a-a$;

c) $9c+4c-6c$; d) $b+7a-5a$;

2. Thjeshtoni shprehjet.

a) $4 \cdot 15a$; b) $2x \cdot 3$;

c) $11a \cdot 4b$; d) $x \cdot 9 \cdot 4 \cdot y$.

3. Thjeshtoni shprehjet e mëposhtme dhe gjeni vlerën e tyre.

a) $5x + 8x$, për $x = 13$;

b) $12y - 6y$, për $y = 6$;

c) $3b - 5b$, për $b = 0$.

4. Zgjidhni ekuacionet.

a) $12 + x = 16$; b) $16 - y = 9$;

c) $4 = y - 1$; d) $x : 7 = 4$;

e) $2x = 80$.

5. Zgjidhni inekuacionet. Tregoni bashkësinë e zgjidhjeve në boshtin numerik.

a) $7 + x > 0$; b) $80 - x \leq 20$;

c) $5x + 8x > 21$; d) $2x + 4x < 30$.

6. Në një parcelë me sipërfaqe 204 m^2 rriten domate dhe qepë. Sipërfaqja e mbjellë me qepë është 5 herë më e madhe se ajo me domate. Sa m^2 është sipërfaqja e mbjellë me domate?

USHTRIME

1 Gjeni vlerën e shprehjeve.

a) $39x - 5x - 4x + 28$, për $x = 3$; $x = 5$.

b) $7xy - x + 3$, për $x = 18$ dhe $y = 33$.

2 Thjeshtoni shprehjen:

a) $2{,}38x - 5{,}6x + 2{,}17x$;

b) $-6{,}3x + 2{,}8x - 19{,}2x$;

c) $\frac{3}{5}x + \frac{2}{15}x$.

3 Zgjidhni ekuacionet:

a) $2(x + 3) = 10$; b) $4(x - 5) = 32$; c) $2(x - 2) = 26$.

4 Zgjidhni inekuacionet. Paraqiteni zgjidhjen në boshtin numerik.

a) $3(x + 4) > 21$; b) $5(x - 2) < 30$; c) $4(x - 1) \leq 12$.

5 Nëse në çdo bankë të klasës do të ulet një nxënës, për 7 nxënës nuk do të ketë vende; nëse në çdo bankë do të ulen nga dy nxënës, atëherë 5 banka do të mbeten bosh. Sa nxënës ka në klasë?

6 Autobusi dhe kamioni, i cili ka një shpejtësi 15 km/orë më të lartë se autobusi, u nisën njëkohësisht nga dy qytete, largësia midis të cilëve është 455 km. Ata u takuan pas 2,6 orësh. Gjeni shpejtësinë e secilit mjet.

7 Një numër e shumëzojmë me 5. Prodhimit i shtojmë numrin 8 dhe gjejmë shumën 88. Gjeni numrin.

9.10 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Dallimi i shprehjes shkronjore nga shprehja numerike:	1. Përktheni në simbole matematike: a) shuma e pesës me tetën; b) ndryshimi i një numri me pesë; c) prodhimi i shumës së katrës me tre me numrin dy; d) herësi i një numri me nëntën. Dalloni shprehjet numerike dhe ato shkronjore.
Gjetja e vlerës së shprehjes shkronjore për vlera të dhëna të ndryshores:	2. Gjeni vlerën e shprehjes: a) $12a - 4b$, për $a = 1$ dhe $b = 2$; b) $3xy - y + 5$, për $x = 1{,}5$ dhe $y = 3{,}4$.
Përkthimi në simbole matematike:	3. Përktheni në simbole matematike: a) shuma e trefishit të a me b; b) perimetri i drejtkëndëshit me brinjë x *dhe* y është 12. 4. Shprehni me fjalë: a) $2x + 3$; b) $3(x - y)$.
Dallimi i kufizave të ngjashme në një shprehje shkronjore dhe thjeshtimi i tyre:	5. Thjeshtoni shprehjen shkronjore: a) $8x - 2x$; b) $3a + 1 + 7x$; c) $5xy + x - 3xy + 2x$.
Shkrimi i një barazimi shkronjor me simbole matematike:	6. Gjeni numrin, duke ditur se: a) trefishi i tij, zmadhuar me 2, jep 20; b) dyfishi i tij, zvogëluar me 12, jep 4. 7. Gjeni numrin, duke ditur se: a) dyfishi i ndryshimit të tij me 5 është 30; b) trefishi i ndryshimit të tij me 5, po të zvogëlohet me 21, jep zero.
Përcaktimi i barazimit shkronjor si ekuacion:	8. Për cilin nga barazimet shkronjore është zgjidhje numri 3? a) $2x + 5 = 24$ b) $6x - 4 = 2 \cdot 7$ 9. Cili nga numrat e bashkësisë $\{2; 3; 5; 8\}$ është zgjidhje e ekuacionit $2(x - 3) - 3 = 6 + 7$?

Zgjidhja e një ekuacioni sipas kuptimit të veprimeve dhe vetive të barazimit:	10. Zgjidhni ekuacionin sipas kuptimit të veprimeve: a) $x + 10 = 15$; b) $15x = 45$. 11. Zgjidhni ekuacionin sipas vetive të barazimit: a) $9x + 3 - 5x - 1 - 2 = 11$; b) $2(3x - 1) - 3x = 2(x + 4)$. Argumentoni veprimet në secilin rast.
Mosbarazimi shkronjor si inekuacion; zgjidhja e inekuacionit:	12. Për cilin nga mosbarazimet shkronjore është zgjidhje numri 6? a) $5x - 5 < 24$ b) $8x - 9 \geq 12 \cdot 4$. 13. Për cilin nga numrat e bashkësisë $\{2; 3; 5; 8\}$ është zgjidhje e saktë e inekuacionit $2(x + 3) + 2 < 26 - 7$?
Zgjidhja e një inekuacioni sipas vetive të veprimeve dhe sipas vetive të barazimit:	14. Zgjidhni inekuacionet: a) $5x - 1 < 14$; b) $7 - y > 3$; c) $3(z + 2) \geq 6$. Tregoni bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit në boshtin numerik.
Shtrimi i ekuacionit dhe inekuacionit për të zgjidhur shpejt dhe saktë situata problemore:	15. Shuma e dy numrave të njëpasnjëshëm natyrorë është 29. Gjeni këta numra. 16. Numri i mollëve në dy arka është 70. Arka e parë ka 10 mollë më shumë se e dyta. Sa mollë ka secila arkë? 17. Era dhe Bora kanë në bibliotekat e tyre së bashku 240 libra. Sa libra ka secila prej tyre, në qoftë se Bora ka dy herë më shumë libra se Era? 18. Beni rrit pula dhe lepuj. Pulat dhe lepujt e Benit bëjnë 20 kokë dhe 50 këmbë. Sa pula dhe sa lepuj ka Beni?

9.11 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Përktheni me simbole matematike:
a) shuma e x me dyfishin e y;
b) ndryshimi i x me 6, shumëzuar me 7;
c) perimetri i drejtkëndëshit me brinjë a, b është 26;
d) trefishi i shumës së numrave a, b është më i vogël se 100. **(4 pikë)**

2 Thjeshtoni shprehjet shkronjore:
a) $3a + 7a$;
b) $3x + 4 + 5x$;
c) $10x - 3x$;
d) $5xy + x - 3xy + 2x$.

(4 pikë)

3 Gjeni vlerën e shprehjeve:
a) $13x - 7y$, për $x = 1$ dhe $y = 0$; **(1 pikë)**
b) $7xy - x + 3$, për $x = 18$ dhe $y = 33$. **(2 pikë)**

4 Zgjidhni ekuacionet:
a) $x + 3 = 7$;
b) $x - 4 = 2$;
c) $5x + 5 = 5$.

(3 pikë)

5 Zgjidhni ekuacionet:
a) $13x + 4 - 10x - 3 - 2x = 17$;
b) $3(2x - 1) - 5x = 2(x - 4)$.

(4 pikë)

6 Zgjidhni inekuacionet:
a) $3x + 1 < 16$; **(1 pikë)**
b) $10 - y > 9$; **(1 pikë)**
c) $2(x + 3) > 6$. **(2 pikë)**

7 Shuma e tre numrave të njëpasnjëshëm natyrorë është 48. Gjeni këta numra.

(4 pikë)

8 Numri i nxënësve në dy klasa është 70. Klasa e parë ka 4 nxënës më shumë se e dyta. Sa nxënës ka secila klasë? **(4 pikë)**

10

MATJE MADHËSISH TË TJERA

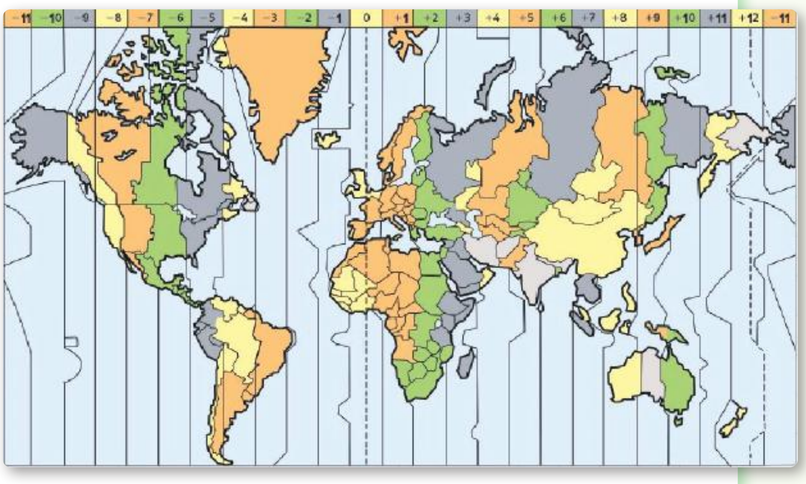
Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *shndërron valutat e monedhave që përdoren në vendin tonë dhe vendet e tjera;*
- *përdor njësitë dhe mjetin e përshtatshëm për të kryer një matje, në një rast konkret;*
- *këmben njësitë e matjes me numra dhjetorë deri në dy shifra pas presjes;*
- *zbaton njësitë e matjes së kohës (sekonda, minuta, ora, dita, java, muaji, viti, dekada, shekulli) dhe i këmben ato;*
- *kryen matje të masës, kohës dhe nxënësisë;*
- *lexon dhe përdor sistemin 24-orësh;*
- *llogarit kohën, duke përdor njësitë matëse (sekonda, minuta, orë, ditë, javë, muaj, vite, dekada, shekuj, mijëvjeçarë);*
- *llogarit kohën në tabelat e orareve me sistemin 24-orësh;*
- *përdor kalendarin për të zgjidhur situata të jetës praktike;*
- *zgjidh problema nga jeta e përditshme, duke përdorë matjet.*

Fjalë kyçe:

masë, kohë, nxënësisë, monedha, euro, cent, masë, kilogram, gram, miligram, kuintal, ton, litër, mililitër, sekonda, minuta, ora, dita, java, muaji, viti, dekada, shekulli, sistemin 24-orësh, koha sezonale.

A E DINI SE...?



Zonë kohore quhet një rajon gjeografik në rruzullin tokësor, i cili ka një kohë standarde të njësuar, të përcaktuar për qëllime ligjore, tregtare dhe shoqërore.
Nga fundi i shekullit XIX, me marrëveshje, Toka u nda në 24 breza (zona kohore). Çdo brez përfshinte një pjesë të Tokës që ndodhej midis dy meridianesh, të cilat ndryshonin midis tyre me 15° gjatësi gjeografike. Zona e parë kishte si mes meridianin e Grinuiçit (që kalon afër Londrës) dhe kufizohej nga e djathta prej meridianit të gjatësisë gjeografike (lindore) 7,5° (kurse nga e majta prej meridianit të gjatësisë gjeografike perëndimore 7,5°).
Zona e dytë, ku përfshihet edhe Kosova dhe Shqipëria, kufizohet nga meridianet me gjatësi gjeografike 7,5° dhe 22,5°. Në këtë zonë, koha është 1 orë më shumë se në zonën e parë.
Zona e tretë kufizohet nga meridianet me gjatësi gjeografike 22,5° dhe 37,5°. Këtu, koha është 1 orë më shumë se në zonën e dytë, d.m.th. dy orë më shumë se në zonën e parë etj.

10.1 Paratë

A Kërkoni dhe zbuloni

Tregoni cilat ishin monedhat që përdornin prindërit tuaj më parë.
Cila është monedha që përdorni tani?
Tregoni disa vende të Europës, ku përdoret monedha euro si monedhë kombëtare.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Në Kosovë dhe në shumicën e vendeve të Bashkimit Europian (BE), monedha bazë është **1 euro** (1 €).
Monedha të lidhura me të janë: 1 cent, 2 centë, 5 centë, 10 centë, 20 centë, 50 centë, 2 euro.
Kartëmonedha të lidhura me të janë: 5 euro, 10 euro, 20 euro, 50 euro, 100 euro, 200 euro, 500 euro.

Fig. 10.1

1 cent = $\frac{1}{100}$ euro = 0,01 euro.

II. Në SHBA, monedha bazë është **1 dollar (1 $)**.
Monedha të lidhura me të janë: 1 cent, 5 centë, 10 centë, 25 centë, 50 centë.
Kartëmonedha të lidhura me të janë: 1 dollar, 5 dollarë, 10 dollarë, 20 dollarë, 50 dollarë, 100 dollarë.

1 cent = $\frac{1}{100}$ dollarë = 0,01 dollarë.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Sa euro bëhen, nëse keni:
   a) 2 kartëmonedha nga 20 euro dhe 3 monedha nga 2 euro?
   b) 5 kartëmonedha 100-euroshe, 7 kartëmonedha 10-euroshe, 4 monedha 1-euroshe?

2. Sa euro bëhen, nëse keni:
   a) 4 monedha 3-euroshe dhe 6 monedha 50-centëshe?
   b) 1 monedhë 50-centëshe dhe 1 monedhë 20-centëshe?
   c) 4 monedha 1-euroshe, 1 monedhë 50-centëshe dhe 3 monedha 10-centëshe?

3. Ktheni në euro:
   a) 60 centë; b) 75 centë;
   c) 230 centë; d) 3 euro 75 centë.

4. Merrni me sa më pak monedha shumën:
   a) 220 euro; b) 260 euro; c) 300 euro.

5. Formoni shumën 470 euro me 5 mënyra të ndryshme, duke përdorur monedha dhe kartëmonedha.

6. Në vitrinën e një dyqani, janë vendosur çmimet e artikujve si më poshtë.

Artikulli	Pulovër	Pantallona	Çantë	Atlete	Kasketë	Xhaketë
Çmimi	47 €	42 €	35,90 €	49 €	11,20 €	59,50 €

a) Artani pagoi me një kartëmonedhë 20-euroshe, një kartëmonedhë 10-euroshe, një kartëmonedhë 5-euroshe, një monedhë 50-centëshe dhe 2 monedha 20-centëshe. Cilët artikuj bleu ai?
b) Blendi dha një kartëmonedhë 50-euroshe për të blerë njërin nga këto artikuj dhe mori 8 € kusur. Cilin artikull bleu ai?

USHTRIME

1 Sa monedha 5-centëshe duhen për të marrë shumën 2,5 euro?

2 Formoni shumën 650 euro me sa më pak monedha.

3 Dy libra me poezi kushtojnë 24 euro. Sa euro duhen për të blerë 12 nga këta libra?

4 Shitësi i bëri një klienti 3 oferta për shitje fletoresh.
10 fletore = 50 euro; 15 fletore = 67,5 euro; 25 fletore = 100 euro.
Cila është oferta më e mirë?

5 Nëna bleu një abazhur që kushtoi 29,50 € dhe një vazo që kushtoi 23,90 €. Sa euro pagoi ajo gjithsej?

6 Në supermarket, një amvisë bleu një shami me çmim 13,5 €, një revistë me çmim 5 € dhe një bukë që kushtonte 3,20 €. Sa euro pagoi ajo gjithsej?

7 Pesë albume për kafshët kushtojnë 120 euro, kurse gjashtë fjalorë kushtojnë 180 euro.
a) Sa është çmimi i albumit? Po i fjalorit?
b) Sa kushtojnë 8 albume dhe 8 fjalorë?

10.2 Masa e trupit. Peshimi

A Kërkoni dhe zbuloni

Vlerësoni afërsisht masën e vazove që peshohen në figurën 10.2

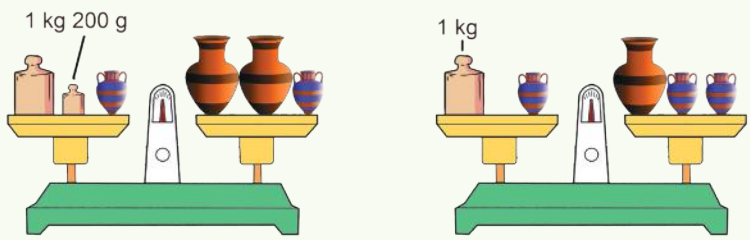


Fig. 10.2

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Masa e trupit matet duke e krahasuar atë me masën e një trupi tjetër, që merret si njësi.
Njësia bazë për matjen e masës është **kilogrami** (1 kg).
Në tabelën e mëposhtme janë shënuar shumëfishat dhe nënfishat më të përdorshëm të kilogramit, si dhe lidhjet midis tyre.

Toni	Kuintali	Kilogrami	Grami	Miligrami
1 t	1 kv	1 kg	1 g	1 mg
1000 kg	100 kg	1 kg	$\frac{1}{1000}$ kg	$\frac{1}{1000}$ g

II. Nëse një trup përbëhet nga 2 pjesë, masa e trupit do të jetë shuma e masave të këtyre pjesëve. Nëse në njërën pjatë të peshores vendosim sendin tonë, kurse në pjatën tjetër gurët (masat) 500 g dhe 200 g dhe kemi ekuilibër, atëherë masa e sendit tonë është 500 g + 200 g = 700 g.

Shembull

Agimi mban në njërën dorë një çantë me masë 3 kg 750 g dhe në dorën tjetër një qese me rrush me masë 1 kg 500 g. Ç'masë mban Agimi në duart e tij?

Zgjidhje

Shumën 3 kg 750 g + 1 kg 500 g mund ta gjejmë në 3 mënyra.

Mënyra I

I kthejmë masat në gramë:
3 kg 750 g = 3750 g dhe 1 kg 500 g = 1500 g.
Kështu, shuma është 3750 g + 1500 g = 5250 g = 5 kg 250 g.

Mënyra II

I kthejmë masat duke përdorur numra dhjetorë, në njësinë më të madhe:
3 kg 750 g = 3,75 kg dhe 1500 g = 1,5 kg.
Kryeni në shtyllë mbledhjen 3,75 + 1,5. A marrim të njëjtin rezultat?

<u>Mënyra III</u>
Mbledhim veç e veç kilogramët dhe gramët.

$$\begin{array}{r} 3\,kg\quad 750\,g \\ +1\,kg\quad 500\,g \\ \hline 4\,kg\;1250\;g \end{array}$$

1250 g = 1 kg 250 g
Shuma del (4 + 1) kg + 250 g = 5 kg 250 g.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në figurën 10.3 është peshuar mielli, çanta dhe shalqiri. Sa është masa e secilit prej tyre?

Fig. 10.3

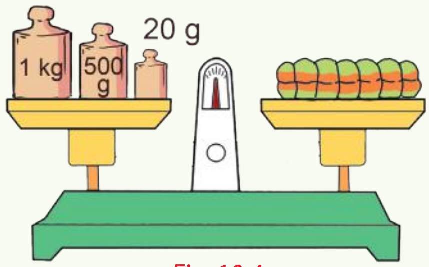


Fig. 10.4

2. Sa peshon parashuta në figurën 10.4?

3. Shkruani si shumë:
a) 2834 g = ... kg + ... g; b) 1879 mg = ... g + ... mg; c) 3564 kg = ... t + ... kv + ... kg.

4. Shkruani duke përdorur numrat dhjetorë:
a) 3500 g = ... kg; b) 2600 kg = ... t; c) 235 kg = ... kv; d) 356 kv = ... t.

5. Në tabelën e mëposhtme jepen masat më të mëdha që mund të arrijnë kafshët më të mëdha të Tokës.

Kafsha	Elefanti afrikan	Ariu i murrmë	Rinoceronti i zi	Balena blu
Masa	70 kv	300 kg	2000 kg	150 t

Cila nga kafshët ka masë më të madhe?

USHTRIME

1 a) Shprehni në gramë: 4 kg; 6 kg 250 g; 10 kg 10 g.
b) Shprehni në kilogramë: 6000 g; 72000 g.
c) Shprehni në kilogramë dhe gramë: 9670 g; 7050 g.

2 Kryeni veprimet:
a) 10 kg 200 g + 5 kg 50 g; c) 4 kg 200 g – 3 kg 800 g;
b) (3 kg 200 g) · 2; d) (5 kg 600 g) : 7.

3 Për të peshuar një fjalor, Genci ka vënë në pjatën tjetër të peshores këto masa: 200 g; 50 g; 10 g; 1 kg. Sa është masa e fjalorit?

4 Një ashensor mund të mbajë deri 300 kg. A mund të vendosim në të 7 thasë me masë 42,5 kg secili?

5 Në çantën e saj, Rina ka vendosur dy libra me masë gjithsej 1 kg 300 g, 5 fletore me masë gjithsej 750 g dhe kutinë e veglave me masë 280 g. Çanta bosh peshon 1 kg 120 g. Sa peshon çanta e mbushur?

10.3 Matja e kohës

A Kërkoni dhe zbuloni

Një orë muri ecën çdo ditë 1,5 minuta para. Atë e rregullojnë në mesditën e datës 10 të çdo muaji. Sa do të ketë ecur para ora në datën 30 shtator, në orën 8 pasdite?
Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Për të matur kohën, përdoret ora. Në figurën 10.5 tregohen disa prej tyre.
Orët analoge kanë 12 ndarje dhe masin kohën në sistemin 12-orësh. Orët elektronike tregojnë kohën në sistemin 24-orësh.
Kështu, shtatë e gjysmë e pasdites, në orën me 12 ndarje, tregohet si në figurën 10.5 dhe lexohet: ora 7:30 e pasdites. Po kjo kohë në orën elektronike tregohet si në figurën 10.6 dhe lexohet: ora 19:30 në sistemin 24-orësh.

1 2 3 4 5

Fig. 10.5

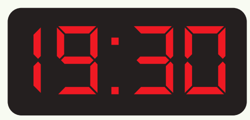


Fig. 10.6

Njësia bazë e matjes së kohës është **sekonda** (shënohet sek).
60 sekonda formojnë **1 minutë** (shënohet 1 min).
60 minuta formojnë **1 orë** (shënohet 1 h).
Njësitë e kohës mund të kalojnë nga njësia më e madhe te më e vogla dhe anasjellas.
P.sh.: 3 min 20 sek = 3 min + 20 sek = 3 · 60 sek + 20 sek = 200 sek.

$$300 \text{ sek} = \frac{300}{60} \text{ min} = 5 \text{ min}.$$

Ditë-nata ka 24 orë (shkurt thuhet dita). Java ka 7 ditë. Muaji ka 30 ose 31 ditë (muaji shkurt ka 28 ose 29 ditë). Viti ka 12 muaj. Viti ka 365 ose 366 ditë. Viti me 366 ditë quhet i brishtë. Në këtë vit, muaji shkurt ka 29 ditë. Shekulli ka 100 vjet.
Vite të brishta kanë qenë 2004, 2008, 2012, …. Në çdo katër vjet, njëri nga vitet është i brishtë. Të brishta janë vitet te të cilat numri i formuar nga dy shifrat e fundit plotpjesëtohet me 4. Përjashtim bëjnë vetëm ato vite që janë qindvjeçarë të plotë (.., 1500, 1600, 1700, 1800, 1900, 2000, 2100, 2200,…) te të cilët numri i formuar nga dy shifrat e para nuk plotpjesëtohet me 4. P.sh., viti 2000 ishte i brishtë, kurse viti 2100 nuk do të jetë i brishtë.

II. Koha zonale
Për shkak të rrotullimit të Tokës rreth boshtit të saj, mesnata në vende të ndryshme të globit arrihet në çaste të ndryshme. Vendet që ndodhen në të njëjtin meridian gjeografik kanë të njëjtën kohë (mesnata në ta arrihet në të njëjtin çast).

Shembull

Parisi, Berlini, Roma kanë të njëjtën orë me orën në Prishtinë.
Nëse në Prishtinë ora është 09:00, në Athinë ora është 10:00; në Moskë ora është 11:00; në Londër ora është 08:00.

C Ushtrohuni duke zbatuar

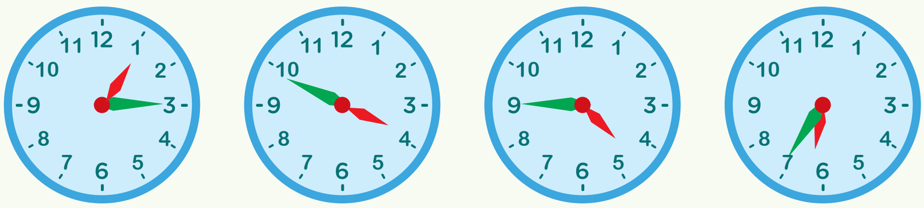
1. Në figurën 10.7, për çdo orë, shkruani kohën që ajo tregon:
a) paradite; b) pasdite.

1 2 3

Fig. 10.7

2. Plotësoni fjalitë.
a) Një gjysmë ore ka ... minuta.
b) Treçerek ore ka ... minuta.
c) Një minutë e gjysmë ka ... sekonda.

3. Për secilën nga orët e dhëna në figurën 10.8, shprehni kohën (e paradites) në dy mënyra të ndryshme.



a) b) c) d)

Fig. 10.8

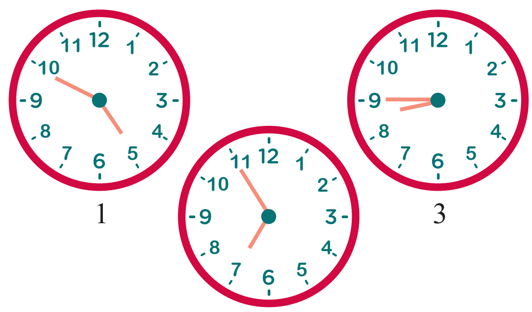
4. Plotësoni barazimet:
a) 45 sek + … = 1 min; c) 24 min + … = 1 h;
b) 9 min 20 sek + … = 10 min; d) 4 h 08 min + … = 5 h.

5. Fluturimi për në Hënë i anijes kozmike Apollo 11 nisi më datë 16 korrik 1969, në orën 12 h 07 min. Anija u ul në Hënë në 20 korrik 1969. Të nesërmen, në orën 3 h 56 min, astronauti Neil Armstrong shkeli, për herë të parë në historinë e njerëzimit, në Hënë. Sa kohë pas nisjes ndodhi kjo?

USHTRIME

1 Një eklips total i diellit mbaroi në orën 8 h 1 min. Ai zgjati 3 min. Në cilën kohë filloi ai?

2 Orët në figurën 10.9 tregojnë kohë të paradites. Përgjigjuni pyetjeve:
a) tek ora numër 1, pas sa minutash do të jetë ora 5?
b) tek ora numër 2, pas sa minutash do të jetë ora 7?
c) tek ora numër 3, pas sa minutash do të jetë ora 10 h 30 min?



1 3 2

Fig. 10.9

3 a) Me sa orë është e barabartë $\frac{1}{3}$ e ditës? Me sa minuta?
b) Sa minuta janë treçerek ore? Sa sekonda?
c) Sa javë ka muaji shkurt në vitet jo të brishta?

4 Një atlet i mirë i përshkon 100 m për 10 sek. Po të vrapojë me të njëjtin ritëm, për sa kohë do t’i përshkojë 150 m?

10.4 Veprime me njësitë e kohës

A Kërkoni dhe zbuloni

Në datën 20 mars 2010, dielli lindi në orën 6:56 dhe perëndoi në orën 19:02. Sa kohë zgjati dita? Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Ushtrimi i mësipërm mund të zgjidhet në dy mënyra.
Duhet të gjejmë ndryshimin 19 h 02 min – 6 h 56 min.

Mënyra I

I kthejmë të dyja kohët në njësinë më të vogël.
19 h 02 min = 19 · 60 min + 2 min = 1140 min + 2 min = 1142 min.
6 h 56 min = 6 · 60 min + 56 min = 360 min + 56 min = 416 min.
Kemi: 1142 min – 416 min = 726 min.
Pjesëtojmë (me mbetje) 726 me 60; gjejmë herësin 12 e mbetjen 6.
Kohëzgjatja e ditës është 12 orë e 6 minuta.

Mënyra II

Kryejmë zbritjen në shtyllë.
19 h 02 min = 18 h + 1 h 02 min = 18 h 62 min.

$$\begin{array}{r} 18\,h\ 62\,\text{min} \\ -\ 6\,h\ 56\,\text{min} \\ \hline 12\,h\ \ 6\,\text{min} \end{array}$$

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Ç'njësi do të zgjidhnit për të matur secilën kohëzgjatje:
   a) larja e dhëmbëve (sekonda, minuta, orë);
   b) dita shkollore (ditë, orë, minuta);
   c) pushtimi turk (muaj, vite, shekuj);
   d) vrapim 100 m (sekonda, minuta, orë);
   e) jeta e një fluture (ditë, muaj, vite);
   f) një rrotullim i Tokës rreth vetes (ditë, vite, shekuj).

2. Plotësoni:
   a) 1 h 45 min + ... min = 2 h;
   b) 4 h 30 min + ... min = 6 h;
   c) 2 min 40 sek + ... sek = 4 min;
   d) 90 min = ... h + ... min;
   e) 200 min = ... h + ... min;
   f) 74 h = ... ditë + ... h.

3. Magelani u nis nga Spanja për udhëtimin rreth botës në 10 gusht 1519. Anija e tij u kthye në Spanjë në 6 shtator 1522. Sa kohë zgjati lundrimi?

USHTRIME

1 Plotësoni:
a) Diana ka lindur në 10 mars 2003. Ajo do të mbushë 15 vjet më ....
b) Genci mbushi 5 vjeç në 5 shtator 2013. Ai ka lindur në ....

2 Në maratonë, një atlete vrapoi për 2 h 20 min, kurse një tjetër vrapoi për 90 000 sek. Kush arriti më shpejt?

3 a) Niku e filloi drekën në orën 12 h 57 min dhe e mbaroi në orën 13 h 18 min. Sa minuta zgjati dreka?
b) Pushimi i madh filloi në orën 10 h 35 min dhe mbaroi në orën 11 h 05 min. Sa minuta zgjati pushimi?

4 Kjo është tabela e orareve të 4 trageteve të linjës Bari-Durrës, e vendosur në molin e trageteve.
a) Cila anije arrin paradite? Po pasdite? Po në mbrëmje?
b) A e kalon ndonjëra natën e ankoruar?
c) Sa kohë qëndron anija e katërt e ankoruar në mol?

Trageti	Ditët	Ankorimi	Nisja
1	Të martat	07:00	16:00
2	Të mërkurat	20:00	23:35
3	Të enjtet	14:00	21:15
4	Të shtunat	10:00	01:35

5 Në SHBA, koha ecën 6 orë më para, në Pekin 6 orë më pas, në krahasim me Prishtinën.
a) Nëse në Prishtinë ora tregon 12:30, sa tregon në Amerikë dhe sa në Pekin?
b) Ju telefononi nga Prishtina në orën 15:00. Sa është ndryshimi i orëve në këtë çast ndërmjet Pekinit dhe Amerikës?
c) Në cilat orare mund të komunikoni me moshatarët tuaj në Amerikë? Po në Pekin?

6 Nëse në Prishtinë ora tregon 12:47, në Sidnej (Australi) ora tregon 20:47 min.
a) Sa më shumë tregon ora në Sidnej?
b) Nëse nisesh me avion për në Sidnej nga Prishtina në orën 06:00 dhe udhëtimi zgjat 18 orë e 30 min, në ç'orë mbërrin në aeroportin e Sidnejit, me orën e vendit pritës?

7 Era niset për një udhëtim për në Kanada. Udhëtimi i saj do të jetë Prishtinë-Frankfurt-Toronto. Në Frankfurt, ora është njësoj me Prishtinën, Toronto është 6 orë para. Era niset nga aeroporti më 01:15 të pasdites. Udhëtimi i parë zgjat 2 h e 35 minuta, udhëtimi i dytë zgjat 8 h e 20 minuta. Duke ditur që pushon në Frankfurt 3 h e 15 minuta, gjeni orën e mbërritjes në Kanada me orën lokale.

10.5 Nxënësitë e enëve (vëllimi i lëngjeve në to)

A Kërkoni dhe zbuloni

Për të bërë një përzierje lëng frutash, Beni përdori 4 lloje lëngjesh: lëng portokalli, qitroje, shege dhe limoni, në sasitë e treguara në figurën 10.10.

a) Ç'sasi lëngu përmban secila gotë?
b) Ç'sasi lëngu mori Beni pasi i përzjeu të katra lëngjet?

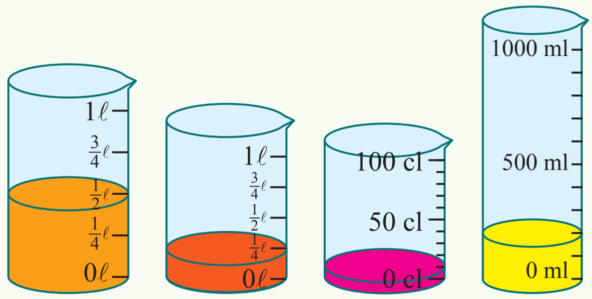


Fig.10.10

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Sasia e lëngut që përmban një enë quhet **nxënësi** e saj (ose **vëllim** i saj).
Njësia kryesore e nxënësisë është litri (shënohet *l*). Shumëfish i litrit është hektolitri (shënohet h*l*) që përmban 100 litra: 1 h*l* = 100 *l*.
Në tabelën e mëposhtme jepen disa nënfisha të litrit.

Litri	Decilitri	Centilitri	Mililitri
l	$\text{d}l$	$\text{c}l$	$\text{m}l$
$1\ l = 10\text{d}l = 100\text{c}l = 1000\text{m}l$	$1\text{d}l = \frac{1}{10}\ l = 0{,}1l$	$1\text{c}\ l = \frac{1}{100}\ l = 0{,}01\ l$	$1\text{m}\ l = \frac{1}{1000}\ l = 0{,}001\ l$

II. Një masë nxënësie mund të shkruhet në mënyra të ndryshme.

Shembulli 1

$43\ l = 430\ \text{d}l$; $3{,}5\ l = 3\ l + 0{,}5\ l = 3\ l + 3\ \text{d}l$.

III. Për të bërë veprimet e mbledhjes apo të zbritjes me masat e nxënësive, zakonisht i kthejmë njësitë e përziera në një njësi të vetme (më të voglën).

Shembulli 2

$3\ l + 7\ cl = 300\ cl + 7\ cl = 307\ cl$;
Ose: $3\ l + 7\ cl = 3\ l + 0{,}07\ l = 3{,}07\ l$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Plotësoni me njësinë e duhur:
a) një lugë supe përmban 15 …;
b) një shishe me kola përmban 33 ...;
c) një shishe qumësht përmban 1 …;
d) rezervuari i veturës përmban 50 ….

2. Ktheni në litra:
5 h*l*; 30 d*l*; 400 c*l*.

3. Plotësoni:
a) 2937 m*l* = … *l* + … d*l* + … c*l* + … m*l*;
b) 234 c*l* = … *l* + … d*l* + … cl;
c) $\frac{1}{2}$ *l* = … *l* = … d*l*;
d) $\frac{1}{4}$ *l* = … *l* = … d*l* + … c*l*.

4. Në figurën 10.11 janë paraqitur 3 epruveta që janë graduar në mënyra të ndryshme, ku është hedhur ujë.
a) Sa ujë përmban secila?
b) Sa *l* ujë përmbajnë të tria së bashku?

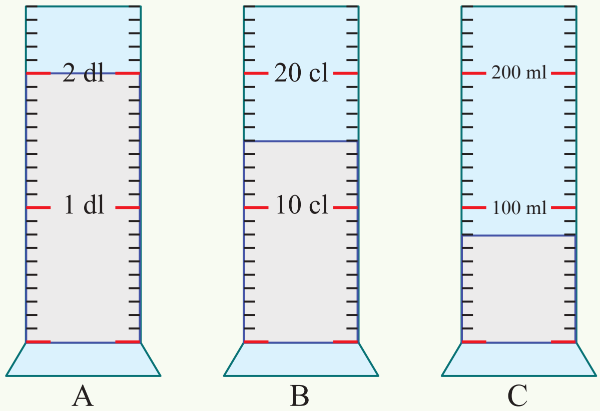


Fig. 10.11

5. Trupi i një njeriu të rritur humb (në ditë) ujë siç tregohet më poshtë:
- 1,5 *l* për shkak të urinimit;
- 50 c*l* nga djersitja;
- 500 m*l* nga frymënxjerrja.

Sa *l* ujë humb në ditë (mesatarisht) trupi i një njeriu të rritur?

USHTRIME

1 Një i sëmurë duhet të pijë çdo mbrëmje 3 c*l* shurup për të qetësuar kollën. Një lugë supe nxë 15 m*l*. Sa lugë supe me shurup duhet të pijë ai?

2 Një lugë kafeje nxë 5 m*l*. Për t'i dhënë një fëmije përmbajtjen e një kavanozi të vogël prej 10 c*l*, me komposto, sa lugë kafeje me komposto duhet t'i japim?

3 Radhitni në rritje përmbajtjen e 4 shishkave të ndryshme me shampo, të dhëna në figurën 10.12.

Fig. 10.12

4 Krahasoni duke përdorur shenjat >, <.
a) 0,5 *l* me 50 c*l*; b) $\frac{1}{2}$ *l* me 400 m*l* ; c) 1,25 d*l* me 120 m *l*;
d) 20 c*l* me $\frac{1}{4}$ *l*; e) 0,25 *l* me 50 m*l*; f) $\frac{1}{10}$ *l* me 125 m*l*.

5 Kryeni zbritjet:
a) 1 *l* – 100 m*l*; b) 1 *l* – 4,5 d*l*; c) 1 *l* – 90 c*l* ; d) 1 *l* – $\frac{1}{8}$ *l* .

6 Uji i detit përmban mesatarisht 35 g kripë për 1 litër. Sa kripë përmban një gotë me 20 c*l* ujë deti?

10.6 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Monedha që përdorim në jetën e përditshme; në cilat vende të tjera përdoret kjo monedhë:	1. Sa euro na bëhen nëse kemi 2 kartëmonedha 100-euroshe dhe 4 kartëmonedha 50-euroshe? 2. Nëse keni 150 euro. Shtoni dy kartëmonedha për të pasur shumën 270 euro. Cilat janë ato? 3. Nëse keni 75 centë. Çfarë monedhash duhet të merrni për të arritur shumën 100 centë?
Zgjedhja e mjetit dhe e njësisë së përshtatshme gjatë një matjeje konkrete:	4. Zgjidhni njësinë matëse për të matur masën e: a) një libri; b) një lapsi; c) një automjeti. 5. Ç'njësi do të zgjidhnit për të matur secilën kohëzgjatje: a) orën e mësimit (sekonda, minuta, orë); b) noti për 100 m (sekonda, minuta, orë); c) rrotullim i Tokës rreth diellit (ditë, vite, shekuj). 6. Plotësoni me njësinë e duhur. a) Një lugë çaj përmban 10 … . b) Një shishe qumësht përmban 1 … . c) Rezervuari i veturës përmban 50 … .
Veprimet për të kaluar: a) nga euro në centë; b) nga centë në euro.	7. Ktheni në euro: 80 centë; 55 centë. 8. Krahasoni: 32 euro … 3230 centë; 550 centë … 5 euro.
Kalimi nga njësia më e vogël te njësia më e madhe dhe anasjellas, në njësitë e masës dhe të nxënësisë:	9. Shkruani si shumë: a) 1504 g = … kg + … g; b) 2009 mg = … g + … mg; c) 2900 m*l* = … *l* + … m*l*; d) 205 c*l* = … *l* + … c*l*. 10. Shkruani duke përdorur numrat dhjetorë: a) 2500 g = … kg; b) 1500 kg = … t; c) 324 m*l* = … *l*; d) 45 m*l* = … c*l*.
Njësitë e kohës. Kalimi nga një njësi në tjetrën:	11. Ktheni në njësitë e treguara: a) 5 h 34 min = … min; b) 2880 min = … orë; c) 2 javë 3 ditë = … ditë; d) 25 min 10 sek = … sek; e) 5040 sek = … min = … orë … min.

Koha në sistemin 12-orësh dhe 24-orësh; në cilin rast tregohet ora në sistemin 12-orësh dhe në cilin rast në atë 24-orësh:	12.Shkruani në sistemin 24-orësh: a) 3 pasdite; b) 6 pa një çerek pasdite; c) 8 e gjysmë paradite; d) 8 e gjysmë pasdite.
Kryerja e veprimeve me njësitë e kohës në jetën e përditshme:	13. Një albatros fluturoi nga ishulli në orën 18 të ditës së shtunë dhe u kthye në orën 7 të ditës së hënë të javës pasuese. Sa orë ka qenë ai në fluturim? 14. Genti u kthye nga shkolla në orën 13 h 45 min. Ai pushoi dhe hëngri drekë gjatë 50 min, pastaj shëtiti për 1 orë e gjysmë dhe, kur u kthye, filloi të mësojë. Në ç'orë filloi të mësojë?
Llogaritja e kohës së udhëtimit:	15. Kjo tabelë paraqet linjën e autobusëve Prishtinë-Gjakovë, që nisen nga Prishtina. Nisja nga Prishtina: 07:15 08:10 11:10 12:15 16:30 Mbërritja në Gjakovë 08:45 09:40 12:40 13:45 17:50 Sa zgjat udhëtimi nga Prishtina në Gjakovë? Nëse Miri niset të shkojë te gjyshi në Gjakovë me autobusin e orës 11:10, në cilën orë arrin në Gjakovë?
Zgjidhja e situatave problemore në jetën e përditshme me njësitë e matjes, duke argumentuar veprimet:	16. Unë bleva një album që kushtonte 35 euro dhe i dhashë shitësit 2 kartëmonedha 20-euroshe. Sa euro duhet të më kthejë shitësi? 17. Një enë e mbushur plot me ujë peshon 10,6 kg, kurse e mbushur përgjysmë peshon 6,3 kg. Sa peshon ena bosh? 18. Një shishe me shurup lexon 300 ml. Andi konsumon 2 lugë me nga 5 ml në ditë, ndërsa Era 3 lugë me nga 5 ml në ditë. Sa ditë do të zgjasë mjekimi për secilin nga fëmijët?

10.7 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Shprehni:
a) 3 min 15 sek në sek; në min;
b) 2 kg 150 g në g; në kg. **(2 pikë)**

2 Plotësoni:
a) 3 javë 2 ditë = … ditë = … orë;
b) 2 kv 40 kg = … kg = … g. **(2 pikë)**

3 Kryeni veprimet me dy mënyra:
a) 3 kg 270 g – 1 kg 560 g;
b) 12 min 10 sek + 5 min 55 sek. **(4 pikë)**

4 Treni u nis në orën 16 e 44 minuta dhe mbërriti në vendin e caktuar në orën 20 e 12 minuta. Sa minuta ka zgjatur udhëtimi? **(2 pikë)**

5 Sa peshon dardha në figurën 10.13? **(2 pikë)**

6 Ç'kohë tregojnë orët në figurën 10.14, nëse është pasdite? **(2 pikë)**

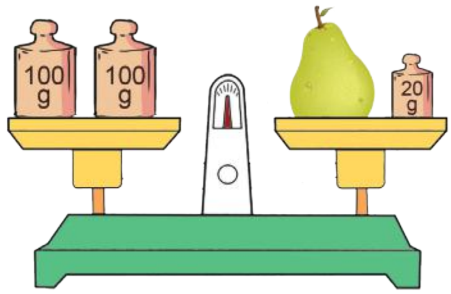


Fig.10.13

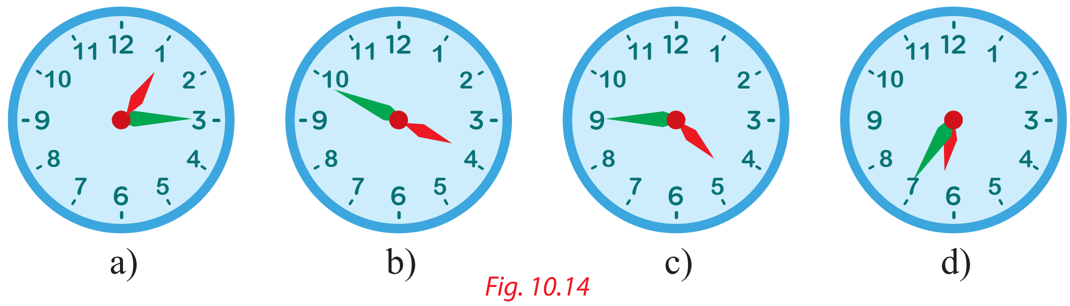


Fig. 10.14

7 Agimi filloi detyrën e gjuhës në orën 15 h 30 min dhe e mbaroi në orën 16 h 05 min. Pasi pushoi një çerek ore, ai filloi zgjidhjen e detyrës së matematikës, të cilën e mbaroi në orën 17 h 10 min.
a) Sa kohë iu desh për të bërë detyrën e gjuhës?
b) Sa kohë iu desh për të zgjidhur detyrën e matematikës? **(4 pikë)**

8 a) Sa euro bëhen me 7 kartëmonedha 100-euroshe, 3 kartëmonedha 10-euroshe dhe 4 kartëmonedha 5-euroshe?
b) Formoni shumën 230 euro me sa më pak kartëmonedha. **(3 pikë)**

9 2 kg kajsi kushtojnë 8,5 euro. Sa euro kushtojnë 1250 g kajsi? **(3 pikë)**

10 Një banane, një mollë dhe një kumbull së bashku peshojnë 700 g. Sa peshon secila frutë, nëse një banane peshon sa dy mollë dhe një mollë peshon sa 3 kumbulla? **(3 pikë)**

11 SHNDËRRIMET GJEOMETRIKE DHE TRUPAT GJEOMETRIKË

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *paraqet pikën si dyshe e renditur në rrafshin Oxy dhe identifikon koordinatat e pikës;*
- *përkufizon simetrinë boshtore;*
- *cakton numrin e drejtëzave të simetrisë së figurave;*
- *përshkruan trupat gjeometrikë, sipas vetive të tyre;*
- *përkufizon trupat gjeometrikë (kubin dhe kuboidin);*
- *përcakton elementet e trupave gjeometrikë (faqet, brinjët, kulmet);*
- *përcakton numrin e kulmeve, faqeve, brinjëve (teheve) (Formula e Eulerit);*
- *paraqet hapjen e kubit dhe kuboidit në rrafsh dhe i ndërton ato.*

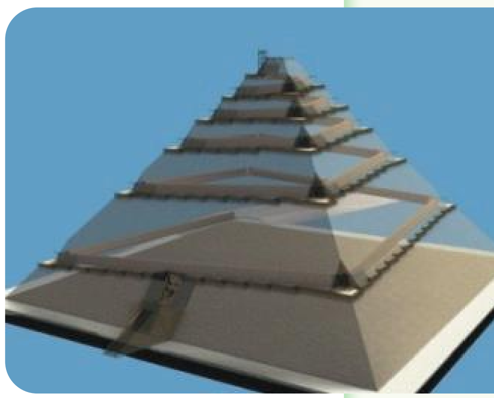
Fjalë kyçe:

sistem kënddrejtë koordinativ, boshti i abshisave, boshti i ordinatave, kuadrante, koordinata të pikës, simetri boshtore, drejtëz simetrie, trup gjeometrik, kulme, brinjë, faqe, kub, kuboid, formula e Eulerit, hapje të trupave.

A E DINI SE...?

Piramidat e Egjiptit

Ndërtuar gjatë një kohe kur Egjipti ishte një nga qytetërimet më të pasura dhe më të fuqishme në botë, piramidat, veçanërisht Piramidat e Mëdha të Gizës, janë disa nga strukturat më madhështore të krijuara nga njeriu. Megjithëse piramidat nisën të ndërtoheshin në shekullin e katërt para erës sonë, në fillimet e Mbretërisë së Vjetër deri në fund të periudhës së Ptolemeut, kulmin e arritën gjatë dinastisë së tretë (rreth 2325 vjet para erës sonë). Më shumë se 4000 vjet më vonë, piramidat egjiptiane ruhen ende në gjendje relativisht të mirë, duke na shpalosur një pjesë të rëndësishme të historisë së njerëzimit.



11.1 Sistemi kënddrejtë koordinativ. Koordinatat e pikës

A Kërkoni dhe zbuloni

Era dhe Agimi blenë bileta për në kinema. Në biletën e Erës, vendi i saj përcaktohej nga numrat (3; 8), ndërsa në biletën e Agimit ishin shënuar numrat (8; 3).
– Jemi në të njëjtin vend, – thotë Agimi.
– Jo, jemi në vende të ndryshme, – i përgjigjet Era.
Cili ka të drejtë? Argumentoni përgjigjen.
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.
Kujtoni si jepen koordinatat e pikave në bosht.

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Nëse në një drejtëz zgjedhim origjinën, kahun dhe njësinë ndarëse, e shndërrojmë atë në bosht numerik. Çdo pikë e boshtit ka koordinatën e vet. P.sh. pikat A, B, C kanë përkatësisht koordinatat –1,5; 2,5; 4 (fig. 11.1).

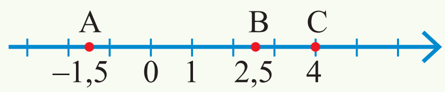


Fig. 11.1

Në mënyrë të ngjashme mund të jepet edhe pozicioni i pikës në rrafsh.
Vizatojmë në rrafsh dy drejtëza normale (zakonisht, njërën prej tyre e vendosim horizontalisht dhe tjetrën vertikalisht). Marrim si origjinë pikën e prerjes së tyre O, në të dy boshtet. Gjithashtu, marrim të njëjtën njësi të gjatësisë në të dyja boshtet. Në boshtin horizontal, si kah pozitiv merret kahu nga e majta në të djathtë; në boshtin vertikal, si kah pozitiv merret kahu nga poshtë-lart.

Mbani mend:

Pikën O e quajmë origjinë të koordinatave, kurse vetë boshtet i quajmë boshte koordinative. Boshtin horizontal $x'x$ e quajmë bosht të abshisave, kurse boshtin vertikal $y'y$ e quajmë bosht të ordinatave (fig. 11.2).

Këto boshte formojnë sistemin kënddrejtë koordinativ në rrafsh. Rrafshin, në të cilin është dhënë një sistem kënddrejtë koordinativ, e quajmë rrafsh koordinativ. Boshtet e ndajnë rrafshin koordinativ në katër pjesë, që quhen kuadrante.

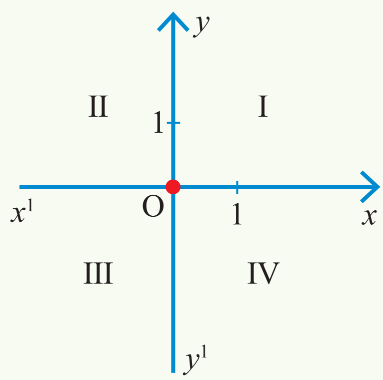


Fig. 11.2

II. Për të përcaktuar pozicionin e pikës në rrafshin koordinativ, veprohet si më poshtë.
Le të kemi në të një pikë A (fig. 11.3/a). Heqim prej saj pingulen me boshtin $x'x$; kjo e pret boshtin në pikën me koordinatë 3 (fig. 11.3/b). Numri 3 quhet **abshisë** e pikës A.
Heqim tani nga pika A normalen me boshtin $y'y$; ajo e pret boshtin në pikën me koordinatë 2 (fig. 11.3/c). Numrin 2 e quajmë **ordinatë** të pikës A.
Numrat $x = 3$ dhe $y = 2$ përcaktojnë pozicionin e pikës A në rrafshin koordinativ.
Ato i quajmë **koordinata** të pikës A dhe i shënojmë A (3; 2).

Po të ndërrohen vendet e koordinatave, merret tjetër pikë. Në figurën 11.4 janë paraqitur pikat M (6; –5) dhe N (–5; 6).

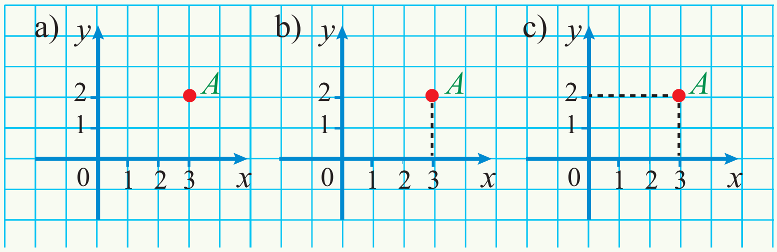


Fig. 11.3

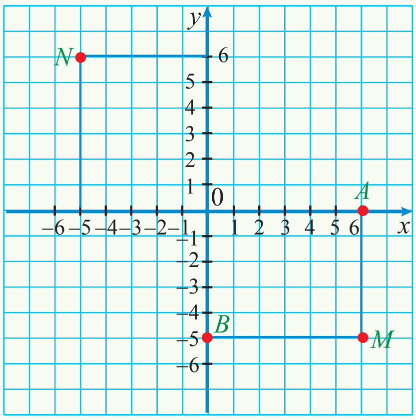


Fig. 11.4

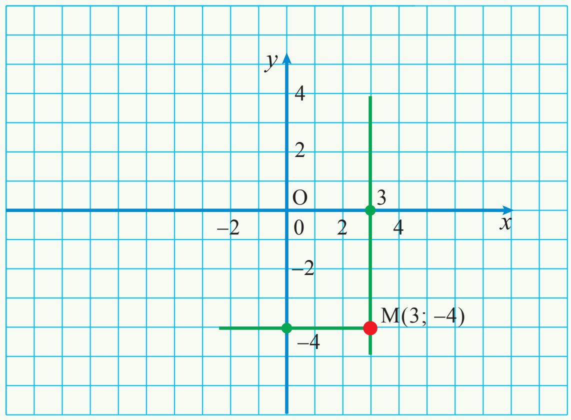


Fig. 11.5

Pozicioni i pikës në rrafshin koordinativ mund të përcaktohet, kur njihen koordinatat e saj. Në figurën 11.5 është treguar si mund të gjejmë pikën M (3, –4).

- Në pikën e boshtit të abshisave me koordinatë 3, heqim pingulen me këtë bosht.
- Në pikën e boshtit të ordinatave me koordinatë (–4), heqim pingulen me këtë bosht.
- Pika ku priten këto pingule është pika e kërkuar M.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Shkruani koordinatat e pikave të paraqitura në figurën 11.6.

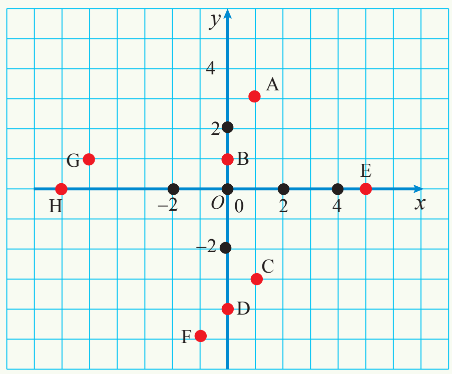


Fig. 11.6

2. Në fletoren me katrore, vizatoni një sistem kënddrejtë koordinativ (njësia e gjatësisë sa një kuti) dhe ndërtoni pikat A (2; –3) dhe B (–3; 2).

3. Një laps kushton 1 euro. Sa kushtojnë 2 lapsa, 4 lapsa, 5 lapsa, 8 lapsa. Vizatoni në sistemin koordinativ dyshet e renditura që përftoni.

USHTRIME

1 Ndërtoni një sistem kënddrejtë koordinativ dhe shënoni në të pikat:
A (2; 5); B (1; –4); C (–3; –2); D (0; 4); E (2; 0).

2 Jepen pikat A (1; 3); B (–1; 4); C (7; –5); D (0; 6). Cilat nga këto pika ndodhen:
a) mbi boshtin e abshisave? b) në të majtë të boshtit të ordinatave?

3 Ndërtoni segmentin AB me skaje të dhëna dhe gjeni koordinatat e pikës në të cilën ai pret boshtin $x'x$. a) A (4; 2), B (2; –2); b) A (–1; –3), B (–3; 3).

4 Ndërtoni trekëndëshin me kulme A (–3; 0), B (3; –2), C (2; 5) dhe gjeni koordinatat e pikës ku ai pret boshtin $y'y$.

11.2 Simetria sipas një drejtëze (simetria boshtore)

A Kërkoni dhe zbuloni

Fig. 11.7

Që në lashtësi njerëzit e kanë përdorur simetrinë në objektet e jetës së përditshme, në arkitekturë, në zbukurime. Po ashtu, edhe në natyrë vërejmë shembuj pa fund të shfaqjes së simetrisë, mjafton të shohim flokun e borës, fluturën, yllin e detit në figurën 11.7.

Punë në grup:

Merrni një fletë letre. Tërhiqni në të një drejtëz dhe paloseni fletën sipas këtij drejtëze. Shpojeni fletën e palosur me një gjilpërë. Më pas, hapeni atë plotësisht. Çfarë vini re?

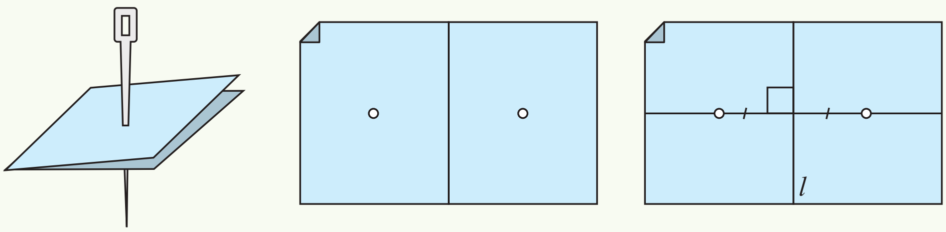


Fig. 11.8

B Vrojtoni dhe mësoni

Kur të hapni fletën e palosur, do të shihni dy pika, të vendosura në anë të ndryshme të drejtëzës që vizatuat. Thuhet që këto pika janë simetrike kundrejt kësaj drejtëze, vijës së palosjes.

Nga pikat e gjetura, hiqni një drejtëz. Me anë të mjeteve të vizatimit, mund të bindeni që kjo drejtëz është pingule me drejtëzën e palosjes, kurse pikat janë në largesa të barabarta prej saj. Kjo është vetia karakteristike e pikave simetrike.

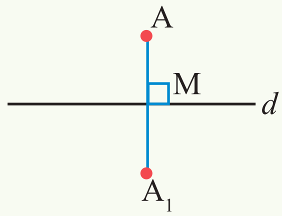


Fig. 11.9

Shqyrtojmë rastin e përgjithshëm. Le të na jetë dhënë një pikë A dhe një drejtëz d.

Nga pika A heqim pingulen mbi drejtëzën d. Kjo pingule e pret drejtëzën d në pikën M. Në zgjatim të segmentit [AM], marrim segmentin [MA_1], kongruent me [AM]. Pika A_1 quhet simetrike e pikës A në lidhje me drejtëzën d. Pika A quhet fytyrë, kurse pika A_1 quhet shëmbëllim.

Nëse do të ndërtonim simetriken e pikës A_1 në lidhje me drejtëzën d, do të merrnim pikërisht pikën A. Për këtë arsye, pikat A dhe A_1 quhen simetrike të njëra-tjetrës kundrejt drejtëzës d. Drejtëza d quhet bosht simetrie.

Mbani mend:

Nëse pika A përshkon një figurë F, atëherë simetrikja e saj A_1 do të përshkojë një figurë F_1, që quhet simetrike e figurës F, në lidhje me drejtëzën d (fig. 11.10).

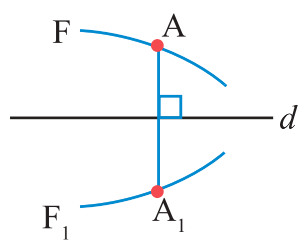


Fig. 11.10

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Ndërtoni boshtet e simetrisë:
2. Ndërtoni boshtet e simetrisë në shumëkëndëshat e rregullt të figurës 11.12.

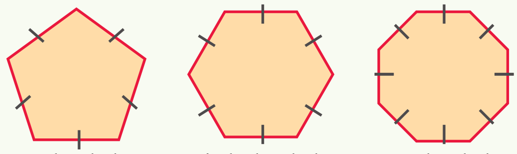


Fig. 11.12

3. Në cilën nga rastet e dhëna në figurën 11.13, diagonalet e katërkëndëshit janë boshte simetrie?

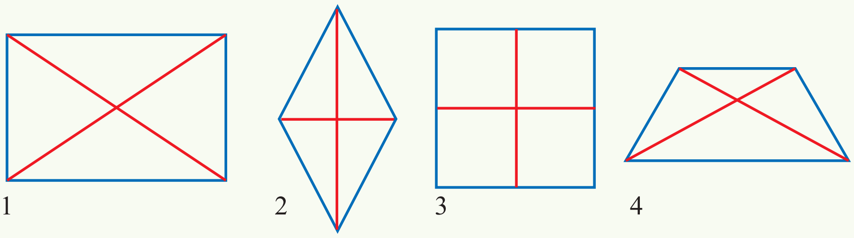


Fig.11.13

4. Nëse pika A ndodhet në *d*, ç'mund të themi për simetriken e saj kundrejt drejtëzës *d*?
5. Gjatë udhëtimit shpesh shihen sinjale të ndryshme rrugore. Në figurën 11.14 janë dhënë disa prej tyre. A është bosht simetrie drejtëza e vizatuar në to?
Tregoni sinjale rrugore, të cilat kanë bosht simetrie.

Fig. 11.14

USHTRIME

1 Tregoni cila nga figurat ka bosht simetrie. Ndërtoni boshtet e simetrisë.

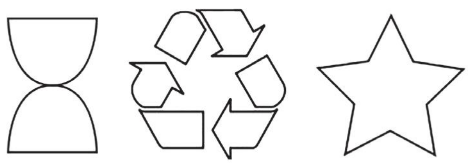


Fig. 11.15

2 Ndërtoni simetriken e figurës 11.16.

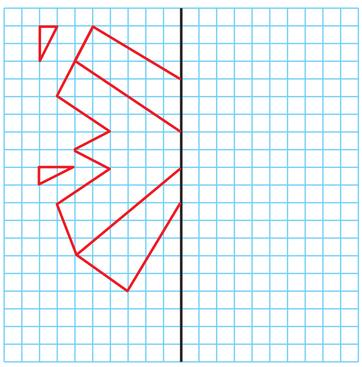


Fig. 11.16

3 Sa drejtëza simetrie ka:

a) paralelogrami? b) trapezi dybrinjënjëshëm? c) drejtkëndëshi?
d) katrori? e) rombi? f) rrethi?

4 Pikat e dhëna A, B janë simetrike në lidhje me një drejtëz të panjohur *d*. Ndërtoni drejtëzën *d*.

5 Pika M ndodhet brenda këndit AOB.

a) Ndërtoni simetriket M_1, M_2 të pikës M në lidhje me krahët e këndit.
b) Si janë segmentet [OM], [OM_1], [OM_2]?

11.3 Simetria boshtore në rrafshin koordinativ

A Kërkoni dhe zbuloni

1. a) Ndërtoni në fletën me katrore një sistem kënddrejtë koordinativ dhe merrni në të pikën A (3; +2).
   b) Ndërtoni pikën simetrike të pikës A në lidhje me boshtin e abshisave dhe gjeni koordinatat e saj.
   c) Ndërtoni pikën simetrike të A në lidhje me boshtin *y'y* dhe gjeni koordinatat e saj.
   Ç'vini re? Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

B Vrojtoni dhe mësoni

Në figurën 11.17 është paraqitur pika M ($x; y$). Simetrikja e saj në lidhje me boshtin *x'x* është pika M_1 ($x; -y$), që ka të njëjtën abshisë, por ordinatë të kundërt.

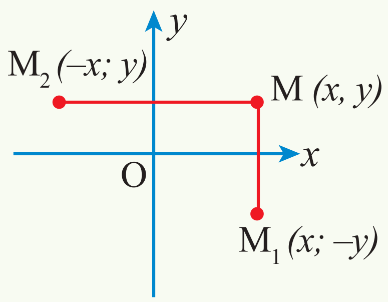


Fig. 11.17

Simetrikja e pikës M në lidhje me boshtin *y'y* është pika $M_2(-x; y)$, që ka të njëjtën ordinatë, por abshisë të kundërt.

Shembull

Jepet pika A (–3; 2). Simetrikja e saj në lidhje me boshtin *x'x* është pika A_1(–3; –2) dhe simetrikja në lidhje me boshtin *y'y* është pika A_2(3; 2).

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Jepen pikat A (1; 2) dhe B (3; 5).
   a) Ndërtoni pikat simetrike të pikave A, B në lidhje me boshtin O*x*. Cila është figura simetrike e segmentit [AB] në lidhje me boshtin O*x*?
   b) Ndërtoni figurën simetrike të segmentit [AB] në lidhje me boshtin O*y* dhe krahasojeni atë me segmentin [AB].

2. Ndërtoni figurën simetrike të figurës së dhënë në lidhje me boshtin O*x* dhe O*y* (fig. 11.18).

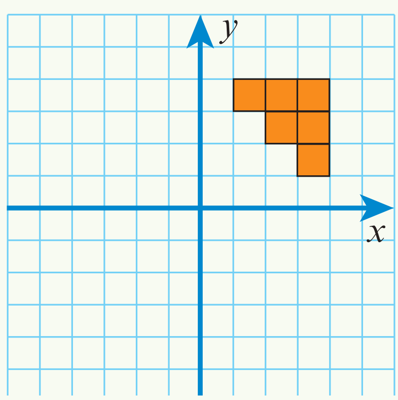


Fig. 11.18

3. a) Ndërtoni në rrafshin koordinativ pikat M, N dhe gjeni largesën midis tyre, në rast se:
   - M (2; –3), N (2; 5);
   - M (1; 4), N (5; 4);
   - M (–3; 4), N (3; –4).

   b) Ndërtoni simetriket e tyre në lidhje me boshtet koordinative. Gjeni largesën ndërmjet pikave simetrike. Çfarë vini re?

USHTRIME

1 Pikat A, B janë simetrike të njëra-tjetrës në lidhje me drejtëzën *d*. Ç'është drejtëza *d* për segmentin [AB]?

2 Gjeni koordinatat e pikës simetrike me pikën A (–5; 3), në lidhje me:
a) boshtin *x'x;* b) boshtin *y'y*.

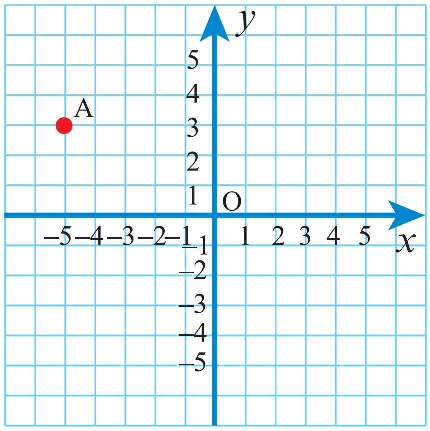


Fig. 11.19

3 Jepen pikat M (2; –1) dhe N (–4; 2). Ndërtoni figurën simetrike të segmentit [MN] në lidhje me:
a) boshtin O*x*; b) boshtin O*y*.

4 Ndërtoni figurën simetrike të trekëndëshit ABC, ku A (1; 1), B (4; 4), C (3; 0), në lidhje me:
a) boshtin O*x*; b) boshtin O*y*.

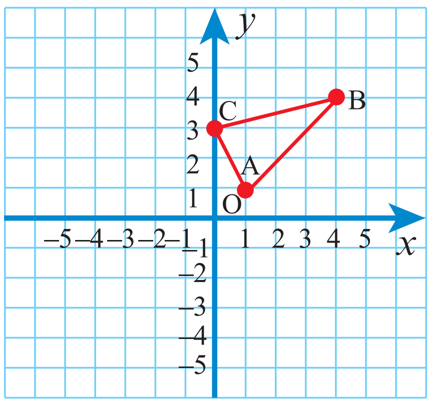


Fig. 11.20

5 a) Ndërtoni në rrafshin koordinativ pikat A (2; 0), B (0; 2).
b) Ndërtoni figurën simetrike të drejtëzës (AB) në lidhje me boshtin O*x* dhe në lidhje me boshtin O*y*.

6 a) Ndërtoni në rrafshin koordinativ pikat A (–1; –1) dhe B (2; 2) dhe tërhiqni drejtëzën (AB).
b) A kalon drejtëza (AB) nëpër origjinë?
c) Ndërtoni pikën simetrike të C (3; 2) në lidhje me drejtëzën (AB). Tregoni që ajo është pika me koordinata (2; 3).
d) Cila është simetrikja e pikës D (1; 4) në lidhje me drejtëzën (AB)?

11.4 Shumëfaqëshat

A Kërkoni dhe zbuloni

Ndërtoni me plastelinë dhe fije shkrepësesh modelin e një kubi. Sa fije shkrepësesh duhen? Me këtë sasi plasteline, ndërtoni modelet e trupave të treguar në figurën 11.21. Cili prej tyre është shumëfaqësh?

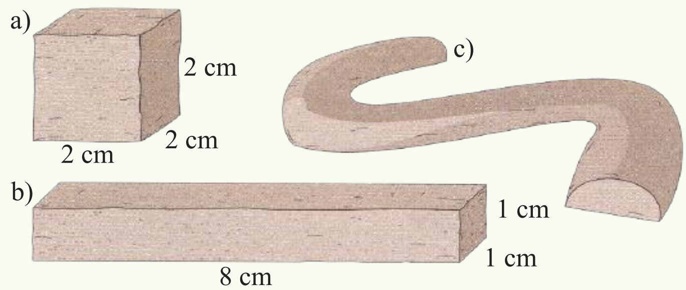


Fig. 11.21

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Të gjithë trupat rresh nesh zënë një hapësirë të caktuar dhe kanë një formë të caktuar.

Mbani mend:

Disa trupa e kanë sipërfaqen të përbërë nga pjesë të sheshta (të rrafshëta). Ata quhen shumëfaqësha.

Të tillë janë kubi, kuboidi, prizmi, piramida.
Disa trupa të tjerë gjeometrikë i kanë sipërfaqet e lakuara. Ndër këta dallohen trupat gjeometrikë të rrumbullakët (cilindri, koni, sfera), që mund të merren nga rrotullimi i një figure të rrafshët rreth një boshti.
Dalloni ndër trupat e paraqitur në figurën 11.22, ata që nuk janë shumëfaqësha.

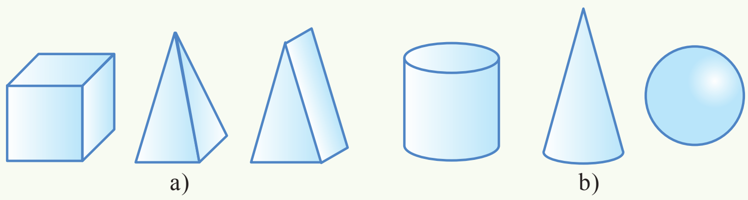


Fig. 11.22

Punë në grup

Vrojtoni figurën 11.23.
Për secilin nga trupat gjeometrikë që dalloni, plotësoni tabelën.

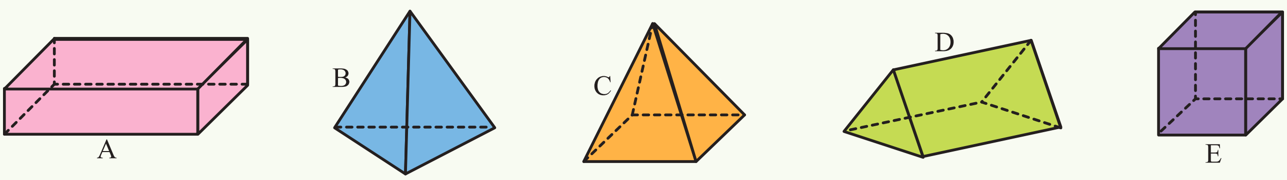


Fig. 11.23

Shumëfaqëshi	Numri i faqeve (F)	Numri i brinjëve (B)	Numri i kulmeve (K)	F + K – 2 = B
Kubi	6	12	8	
Kuboidi				
Prizmi trekëndor	5	9	6	
Prizmi gjashtëkëndor				
Piramida trekëndore				
Piramida katërkëndore	5	8	5	
Piramida gjashtëkëndore				

Mbani mend:

Formula e Eulerit
Në një shumëfaqësh çfarëdo, numri i faqeve F, numri i brinjëve B dhe numri i kulmeve K lidhen me formulën $B = F + K - 2$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në figurën 11.24 janë paraqitur disa trupa gjeometrikë, secili shënuar me një shkronjë.
a) Dalloni kubin, piramidën, kuboidin, konin, prizmin, cilindrin.
b) Tregoni cilët nga këta trupa janë shumëfaqësha.

2. Tregoni shembuj të përdorimit të trupave gjeometrikë në jetën e përditshme.

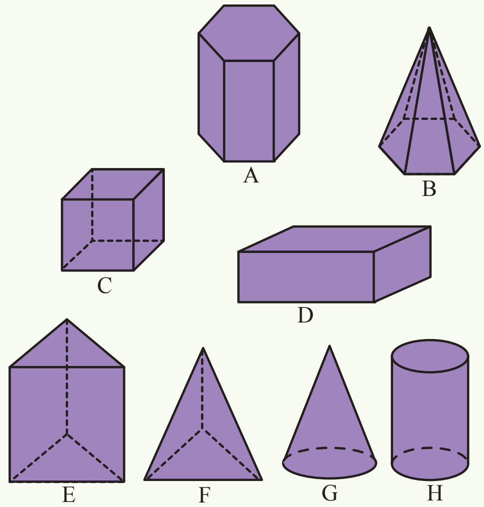


Fig. 11.24

USHTRIME

1 Në figurën 11.25 është paraqitur një shumëfaqësh.
a) Sa kulme ka ai?
b) Sa brinjë ka ai?
c) Një mollëkuqe dhe një krimb duan të shkojnë nga kulmi A te kulmi G i këtij trupi, duke përshkuar 3 brinjë. Mollëkuqja ka ndjekur rrugën AEFG (e shënuar me të kuqe). Tregoni dy rrugë të tjera të mundshme për krimbin.

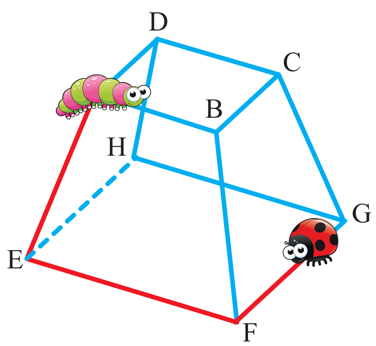


Fig. 11.25

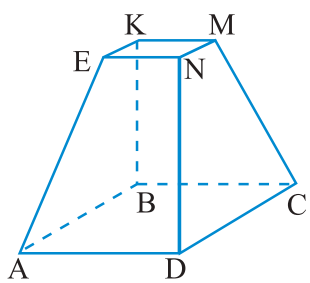


Fig. 11.26

2 Tregoni faqet e dukshme dhe të padukshme të shumëfaqëshit në figurën 11.26. Sa faqe ka secili? Cila është forma e tyre?

3 Hiqni vija të ndërprera për të paraqitur brinjët e padukshme në figurën 11.27.

4 Mendoni një shumëfaqësh. Jepini shokut/shoqes të dhënat e nevojshme (sa më pak), për të gjetur emrin e tij.

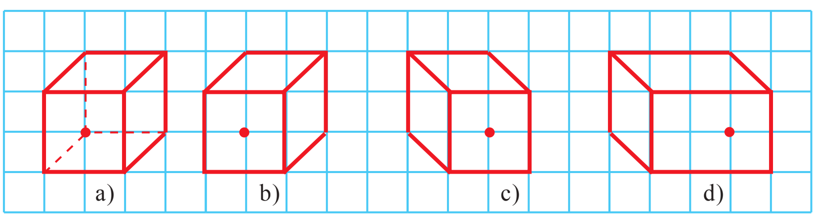


Fig. 11.27

11.5 Kubi

A Kërkoni dhe zbuloni

Në figurën 11.28 është paraqitur një kub lodër. Nga sa kube të vogla përbëhet ai?
Si do të arsyetoni?
Bashkëbisedoni me shokun/shoqen.

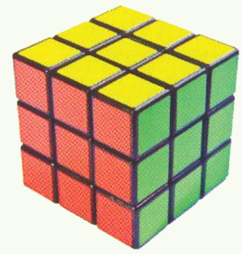


Fig. 11.28

B Vrojtoni dhe mësoni

Punë në grup:

Vrojtoni figurën 11.29. Tregoni llojin e trupit gjeometrik.
Emërtoni kulmet e tij. Gjeni numrin e kulmeve, të faqeve dhe të brinjëve.
Tregoni cilat janë ato.

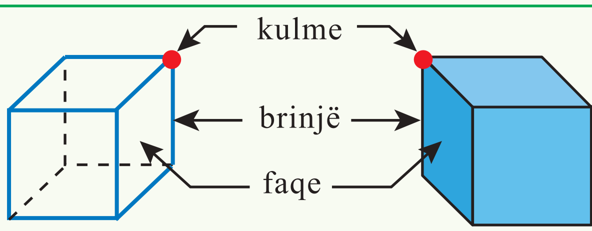


Fig. 11.29

- Vizatoni një kub. Për këtë, ndërtoni dy katrorë të barabartë dhe bashkoni kulmet e tyre, siç tregohet në figurën 11.30.

Syprina e përgjithshme e një kubi gjendet duke mbledhur syprinat e gjashtë faqeve të tij (të cilat janë katrore).

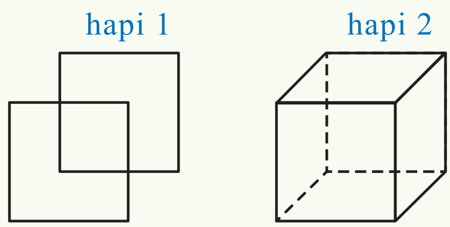


Fig. 11.30

Mbani mend:

Syprina e kubit është gjashtëfishi i syprinës së një faqeje të tij.
$S = 6 \cdot a \cdot a$, ku a është brinja e kubit.
Vëllimi i kubit është i barabartë me prodhimin e tri përmasave të tij.
Vëllimi i kubit me brinjë a është: $V = a \cdot a \cdot a$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vizatoni një kub me brinjë 2 cm, duke treguar brinjët e padukshme.

2. a) Ndërtoni me plastelinë modelin e një kubi me brinjë 2 cm.
b) Me këtë sasi plasteline, ndërtoni modelin e një trupi, që nuk është shumëfaqësh.

3. Sa kube të vogla përmban shumëfaqëshi i dhënë në figurën 11.31?

4. Perimetri i një faqeje anësore të kubit është 12 cm. Gjeni syprinën e përgjithshme dhe vëllimin e tij.

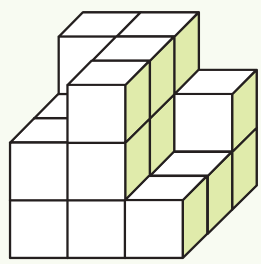


Fig. 11.31

5. Shuma e pikëve në faqet e kundërta të një zari kubik është gjithmonë 7. Për zarin kubik në figurën 11.32, gjeni sa pikë ka:
a) në faqen e poshtme;
b) në faqen e majtë;
c) në faqen e pasme.

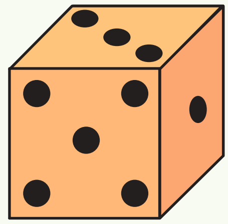


Fig. 11.32

USHTRIME

1 Sa kube të vogla me brinjë 1 cm duhen për të mbushur kutinë prej kartoni në figurën 11.33?

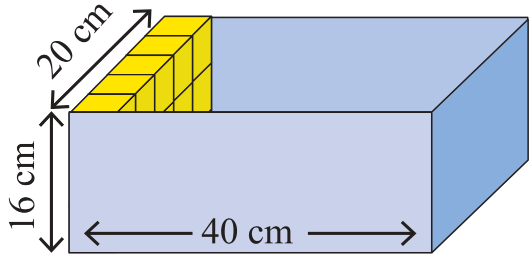


Fig. 11.33

2 Në figurën 11.34, sa kube të vogla duhen për të formuar një kub të madh?

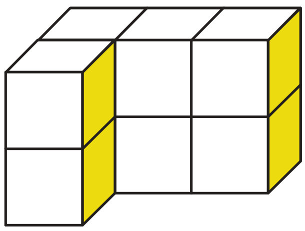


Fig. 11.34

3 Për cilin nga shumëfaqëshat A, B, C, të dhënë në figurën 11.35, pamja përballë është ajo që tregohet në të majtë?

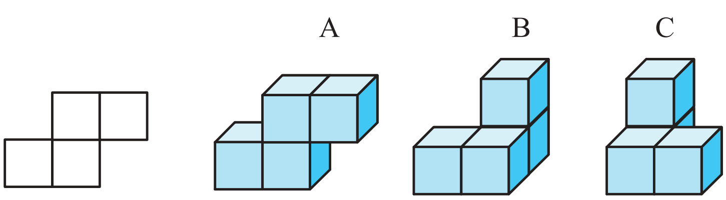


Fig. 11.35

4 Plotësoni tabelën për kubin.

Brinja	Syprina e faqes	Syprina e përgjithshme	Vëllimi
4 cm			
	100 cm^2		
		54 cm^2	
			8 cm^3

11.6 Kuboidi

A Kërkoni dhe zbuloni

Për të zbukuruar kutinë ku mban stolitë, Zana ngjiti nga një lule në çdo faqe, nga një yll në çdo kulm dhe nga një shirit në çdo brinjë (fig. 11.36). Sa lule, sa yje e sa shirita ngjiti ajo?

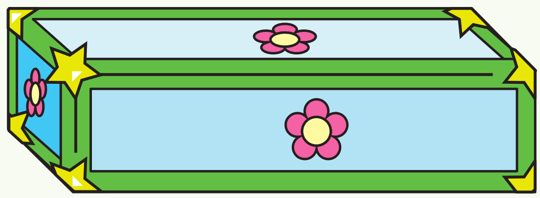


Fig.11.36

B Vrojtoni dhe mësoni

Punë në grup:

Vrojtoni figurën 11.37. Tregoni llojin e shumëfaqëshit. Gjeni numrin e kulmeve, të faqeve, të brinjëve. Tregoni cilat janë ato. Si janë brinjët e tij? Po faqet?

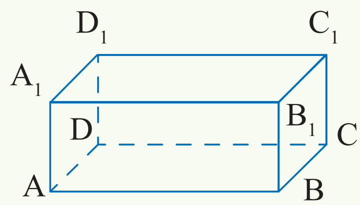


Fig.11.37

Tri brinjë që dalin nga i njëjti kulm quhen **përmasa** të kuboidit (gjatësi, gjerësi, lartësi).
Kubi është një kuboid i veçantë, që i ka të tria përmasat të barabarta.
Meqenëse kubi është kuboid, ai i ka të gjitha vetitë e kuboidit, por ka edhe dy të tjera.

- Të gjitha faqet e kubit janë të barabarta.
- Të gjitha brinjët e kubit janë të barabarta.

- Vizatoni një kuboid. Për këtë, ndërtoni dy drejtkëndësha të barabartë dhe bashkoni kulmet e tyre, ashtu siç tregohet në figurën 11.38.

Hapi 1 Hapi 2

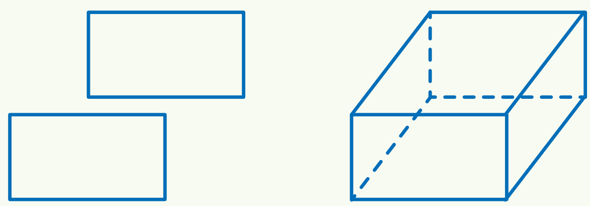


Fig. 11.38

Mbani mend:

Syprina e përgjithshme e një kuboidi gjendet duke mbledhur syprinat e gjashtë faqeve të tij (të cilat janë drejtkëndësha): $S = 2ab + 2ac + 2bc$.
Vëllimi i kuboidit (me përmasa a, b, c) është i barabartë me prodhimin e tri përmasave të tij: $V = a \cdot b \cdot c$.

Shembull

Gjeni syprinën e përgjithshme të kuboidit me përmasa 5 cm, 6 cm, 3 cm.

Zgjidhje

Dy faqe i kanë brinjët 5 cm dhe 6 cm.
Syprina e secilës prej tyre është 5 cm · 6 cm = 30 cm².
Syprina e secilës nga dy faqet e tjera është 5 cm · 3 cm = 15 cm² dhe sipërfaqja e secilës nga dy faqet e fundit është 3 cm · 6 cm = 18 cm².
Përfundimisht, syprina e kuboidit është $S = 2 \cdot 30\ cm^2 + 2 \cdot 15\ cm^2 + 2 \cdot 18\ cm^2 = 126\ cm^2$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Një kuboid ka këto përmasa: 8 cm, 5 cm, 10 cm. Sa cm tel duhen për skeletin e tij?
2. Përmasat e një kuboidi janë 3 cm, 4 cm, 5 cm. Sa është syprina e tij?
3. Është ndërtuar një rezervuar prej teneqeje, pa kapak, që ka formën e kuboidit me gjatësi 90 cm, gjerësi 70 cm dhe lartësi 50 cm. Rezervuari duhet të lyhet me ngjyrë nga jashtë e nga brenda. Sa cm^2 duhet të lyhen?

USHTRIME

1 Vizatoni në fletoren me katrore një kuboid me përmasa 2, 3, 4 njësi.

2 Në figurën 11.39 është paraqitur hapja e një kuboidi. Ngjyrosni me të njëjtën ngjyrë faqet që janë të kundërta.

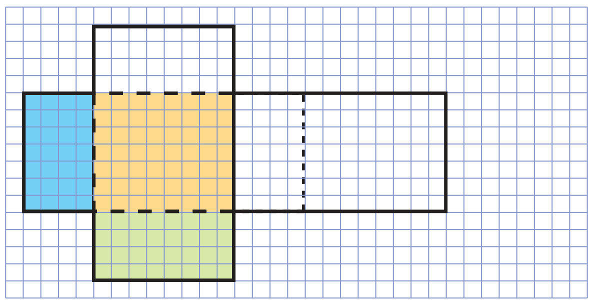


Fig. 11.39

3 Duke parë figurën 11.40 përcaktoni:
a) kulmet dhe brinjët e kuboidit;
b) tri çifte faqesh përballë njëra-tjetrës.
c) Cilat brinjë janë paralele dhe të barabarta me brinjën AB?

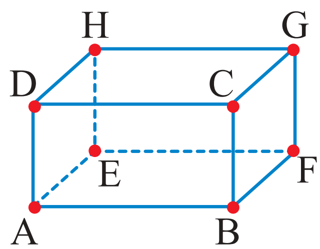


Fig. 11.40

4 Një kuboid ka përmasa 2 cm, 3 cm, 4 cm. Gjeni:
a) vëllimin e tij;
b) syprinën e tij të përgjithshme.

5 Një kub me brinjë 10 cm është ndarë në 5 pllaka me të njëjtën trashësi. Duke i vënë këto pllaka njëra pranë tjetrës, marrim një kuboid (fig. 11.41). Gjeni përmasat e këtij kuboidi.

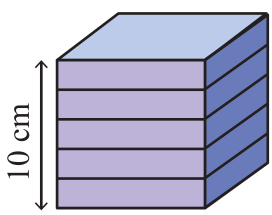


Fig. 11.41/a

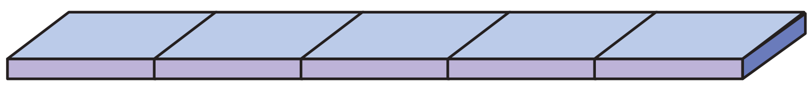


Fig. 11.41/b

6 Një kuboid me përmasa 2 cm, 6 cm, 12 cm e ka syprinën e përgjithshme të njëjtë me një kub. Gjeni vëllimin e kubit.

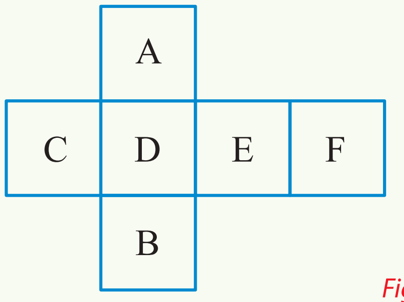
7 Plotësoni tabelën për kuboide (*a*, *b*, *c* janë përmasat).

a	*b*	*c*	Syprina e përgjithshme	Vëllimi
11 cm	15 cm		746 cm^2	
	10 cm	6 cm		120 cm^3

11.7 Hapjet e kuboidit dhe të kubit

A Kërkoni dhe zbuloni

Kopjoni figurën 11.42 në fletore.
Bëni prerjen sipas vijave të jashtme dhe palosjen sipas vijave të ngjyrosura.
Çfarë trupi do të merrni?



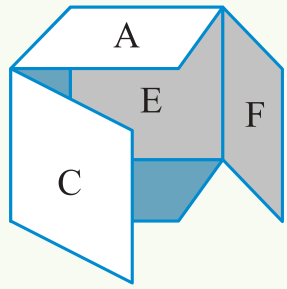


Fig. 11.42

B Vrojtoni dhe mësoni

I. Mendoni që kubi në figurën 11.43 është ndërtuar prej kartoni. Përfytyroni sikur presim me gërshërë sipas segmenteve [AD], [DC], [CB], pastaj sipas segmenteve [CP], [PN] dhe [DQ], [QM]. Më pas, i shtrijmë të gjitha faqet në një rrafsh. Do të marrim një shumëkëndësh. Ky shumëkëndësh quhet **hapje e kubit**.

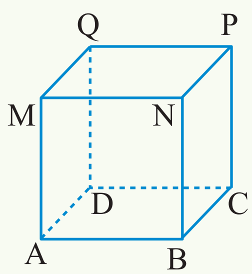


Fig. 11.43

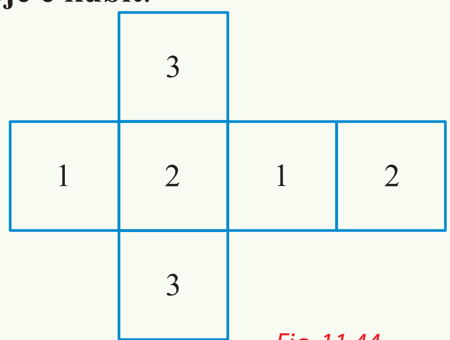


Fig. 11.44

II. Mendoni që kuboidi në figurën 11.45 është ndërtuar prej kartoni. Përfytyroni sikur presim me gërshërë sipas segmenteve [AD], [DC], [CB] dhe pastaj sipas segmenteve [CG], [GF] dhe [DH], [HE]. Më pas, i shtrijmë të gjitha faqet në një rrafsh. Do të marrim një shumëkëndësh. Ky shumëkëndësh quhet **hapje e kuboidit**.

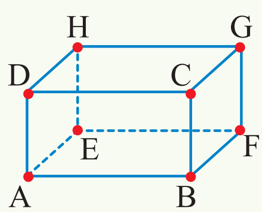


Fig. 11.45

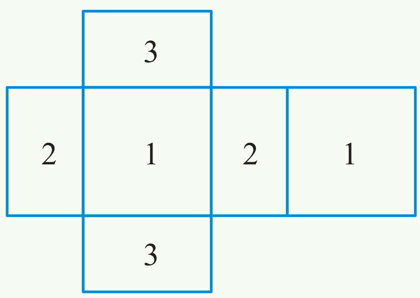
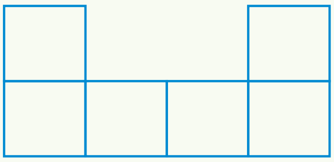


Fig. 11.46

Jo të gjitha figurat e përbëra nga të njëjtët katrorë dhe drejtkëndësha mund të quhen hapje të kubit ose kuboidit.

Punë në grup

Diskutoni me shokun/shoqen pse figurat e mëposhtme nuk mund të jenë hapje të kuboidit apo të kubit.



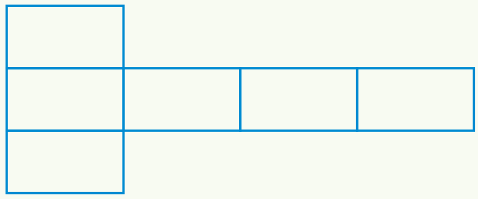


Fig. 11.47

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vizatoni hapjen e një kubi me brinjë 1 cm.
2. Në figurën 11.48 bëni plotësimet që të merret hapja e një kubi.
3. Në figurën 11.49 është paraqitur një pjesë e hapjes së një kuboidi. Plotësojeni atë për të marrë hapjen e kuboidit.
4. Vizatoni hapjen e një kutie pa kapak, që ka formën e kuboidit me përmasa 2 cm, 3 cm, 4 cm.

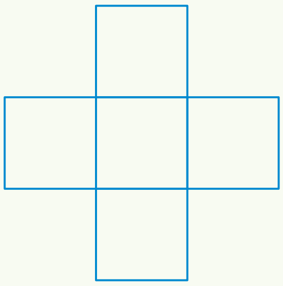


Fig. 11.48

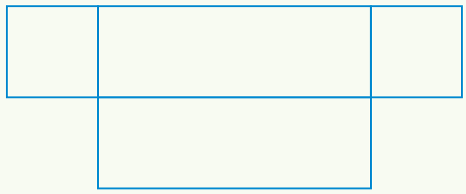


Fig. 11.49

USHTRIME

1 a) Vizatoni në fletore hapjen e një kubi me brinjë 2 cm.
b) Bëni prerjet dhe palosjet e duhura për të marrë këtë kub.

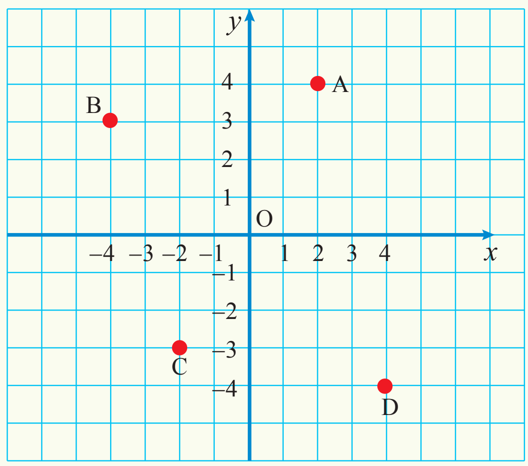
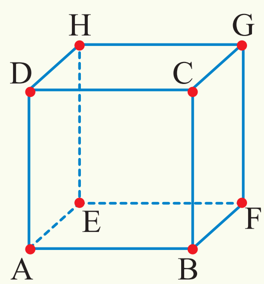
2 Vizatoni hapjen e një kuboidi me bazë katrore, me brinjë 10 mm dhe lartësi 15 mm në një fletë kartoni, me përmasa 5 cm, 10 cm. Ç'pjesë të sipërfaqes së kartonit zë sipërfaqja e kuboidit.

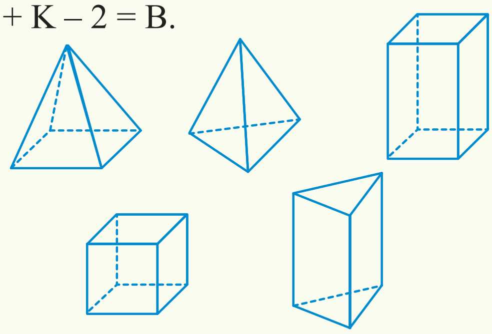
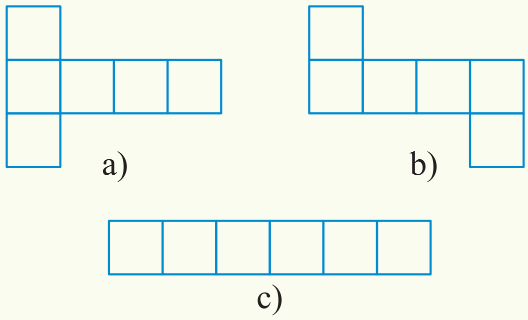
3 Përfytyroni hapjen e një kuboidi dhe përgjigjuni pyetjeve.
a) Sa drejtkëndësha përmban ajo?
b) A ka drejtkëndësha të barabartë?
c) A mund të ketë në hapje vetëm 3 drejtkëndësha të barabartë?
d) A mund të ketë në hapje vetëm 4 drejtkëndësha të barabartë?

4 Vizatoni hapjen e një kubi me brinjë 5 cm. Gjeni syprinën e përgjithshme të kubit dhe vëllimin e tij.

5 Një dyqan e ka dyshemenë në formë drejtkëndore me përmasa 3,2 m dhe 4,1 m. Lartësia e mureve është 2,4 m. Në një faqe, ndodhet një derë 2,1 m e lartë dhe 0,9 m e gjerë.
a) Sa është syprina e derës?
b) Sa është syprina e përgjithshme e të katra mureve?
c) Ngjyra kushton 1,25 euro për litër. Sa litra ngjyrë nevojiten për të ngjyer të gjitha muret, në qoftë se me 1 litër mund të ngjyejmë 24 m^2?

11.8 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Ndërtimi i sistemit koordinativ dhe paraqitja e çdo dysheje të renditur në rrafshin Oxy; x tregon abshisën, y ordinatën:	1. Ndërtoni një sistem kënddrejtë koordinativ dhe shënoni në të pikat A (–2; 3); B (–1; 4); C (–3; –2); D (0; –3); E (2; 0). 2. Jepen pikat A(1; 3); B(−1; 4); C(7; −5); D(0; 6); E(2,5; 0); F(−3; 3). Cila nga këto pika ndodhet: a) mbi boshtin e abshisave? b) në të majtë të boshtit të ordinatave?
Identifikimi i koordinatave të pikës:	3. Gjeni koordinatat e pikave A, B, C, D në figurën 11.53.  *Fig. 11.50*
Boshtet e simetrisë së figurave:	4. Tregoni figura nga jeta reale që kanë boshte simetrie.
Drejtëzat e simetrisë së një shumëkëndëshi:	5. Sa drejtëza simetrie ka: • një trekëndësh dybrinjënjëshëm? • një trekëndësh barabrinjës? • një pesëkëndësh i rregullt? • një gjashtëkëndësh i rregullt?
Shumëfaqëshi; dallimi i kubit dhe kuboidit në bashkësinë e shumëfaqëshave:	6. Tregoni disa shumëfaqësha në mjedisin tuaj rrethues. 7. Tregoni llojin e shumëfaqëshit. Tregoni veti të tij.  *Fig. 11.51*

Shumëfaqëshi; kulmet, brinjët dhe faqet e tij:	8. Dalloni shumëfaqëshat. Përcaktoni numrin e kulmeve, të brinjëve dhe faqeve. Kontrolloni vërtetësinë e formulës: F + K – 2 = B.  *Fig. 11.52*
Vizatimi i hapjes së kubit dhe të kuboidit:	9. Cilat nga figurat e mëposhtme janë hapje kubesh?  *Fig. 11.53* 10. Vizatoni: hapjen e kubit me brinjë 3cm; hapjen e kuboidit me brinjë 2 cm, 4 cm dhe 3 cm.
Zgjidhja e situatave problemore me anë të matjeve dhe të formulave për njehsimin e syprinës së figurave dhe vëllimit të trupave:	11. Një sallë në formë kuboidi duhet të mbajë 99 persona, ku secilit t'i takojë 7 m^3 hapësirë. Në qoftë se dyshemeja ka përmasat 21 m dhe 11 m, sa duhet të jetë lartësia e sallës? 12. Vëllimi i dhomës është 60 m^3. Lartësia e dhomës është 3 m, gjerësia është 4 m. Gjeni gjatësinë e dhomës dhe syprinat e dyshemesë, të tavanit dhe të mureve. 13. Përmasat e një akuariumi në formë kuboidi janë 80 cm, 45 cm dhe lartësi 55 cm. Sa litra ujë ndodhen në të, duke ditur që niveli i ujit është 10 cm më i ulët se buza e akuariumit? (1 litër = 1dm^3).

11.9 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Në rrafshin koordinativ, shënoni pikat me koordinata:
A (–1; –2); B (0; –1); C (0; 2); D (2; 1). **(2 pikë)**

2 Në rrafshin koordinativ, shënoni pikat me koordinata: A (–3; 2); B (–2; –1). Ndërtoni simetriket e tyre sipas boshtit O*x* dhe O*y*. Gjeni koordinatat e pikave simetrike. **(4 pikë)**

3 Ndërtoni simetriken e figurave, sipas drejtëzës së simetrisë. **(6 pikë)**

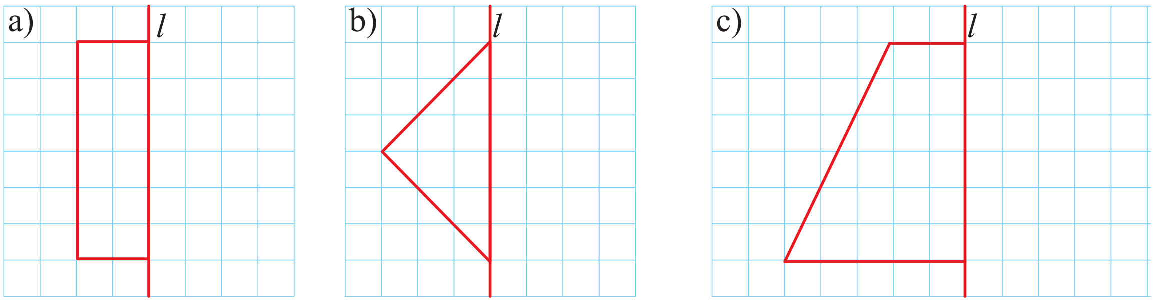


Fig. 11.54

4 a) Shënoni në rrafshin koordinativ pikat A (–2; –2); B (–1; –1); C (0; 0); D (1; 1).
b) Kontrolloni me anën e vizores, nëse këto pika shtrihen në një drejtëz.
c) A ndodhet në këtë drejtëz pika F (3; 3)? **(3 pikë)**

5 Vizatoni hapjen e një kubi dhe të një kuboidi. **(4 pikë)**

6 Në një kub, shuma e gjatësive të të gjitha brinjëve është 120 cm. Gjeni:
a) perimetrin e faqes së kubit; b) syprinën e kubit; c) vëllimin e tij. **(3 pikë)**

7 Një depo në formë kuboidi, me përmasa 10 m, 6 m, 4 m është mbushur me kashtë. Gjeni masën e kashtës në depo, duke ditur që masa e 10 m^3 kashtë është 6 kv. **(3 pikë)**

8 Një pishinë në formë kuboidi përmban 750 m^3 ujë. Gjeni thellësinë e saj, nëse syprina e bazës është 250 m^2. **(2 pikë)**

9 A mund ta mbani në krahë një copë akulli, në formë kuboidi me përmasa 50 cm, 30 cm dhe 0,8 m? (Masa e 1 m^3 akull është afërsisht 900 kg). **(3 pikë)**

12 FUNKSIONE DHE VARGJE NUMERIKE

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *paraqet funksionin si lidhje e dy bashkësive, me diagram, tabelë dhe si dyshe të renditura në rrjetin koordinativ;*
- *identifikon koordinatat e pikës (dyshes së renditur) në rrjetin koordinativ;*
- *vendos pikat në rrjetin koordinativ;*
- *dallon dhe vazhdon një varg numerik (me kufiza numra natyrorë, dhjetorë ose thyesa).*

Fjalë kyçe:

bashkësi, ndryshore, emërtim, diagram Veni, përshkrim, çiftim, funksion, bashkësi përcaktimi (domen), bashkësi vlerash (kodomena), tabelë, grafik, koordinata të pikës, rrjet koordinativ, varg numerik.

A E DINI SE...?

Vargu i Fibonaçit

Numrat e Fibonaçit shfaqen kudo në natyrë, si p.sh. në modelin e petaleve të një luleje, në lulet e angjinares, në modelet e boçeve të pishave, në guaskën e kërmillit, në lakoret e valëve etj.

Numrat e Fibonaçit gjejnë zbatim edhe në rritjen e gjallesave, si te një qelizë e vetme, te një kokër gruri, te një zgjua bletësh, e madje, edhe te njerëzit.

Vargu i këtyre numrave, të njohur edhe si vargu i Fibonaçit, ka një karakteristikë të veçantë: secili numër i tij është shuma e dy numrave paraardhës: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, ...

Fibonaçi njihet si një ndër matematikanët më të mëdhenj europianë të Mesjetës. Ai ishte një ndër të parët që futi në Europë sistemin dhjetor, me simbolet që përdorim sot, si dhe simbolin e numrit zero.

12.1 Kuptimi i bashkësisë dhe ndryshorja

A Kërkoni dhe zbuloni

A i përket mali i Pashtrikut bashkësisë së maleve të larta? Po bashkësisë së maleve me lartësi nën 2000 m?
Tregoni male të tjera që i përkasin kësaj bashkësie. Çfarë kuptoni me fjalën "bashkësi"?

B Vrojtoni dhe mësoni

Bashkësia është një grumbull objektesh.

Mbani mend:

Një bashkësi përcaktohet (ose jepet), kur për çdo objekt, ne mund të dallojmë me siguri nëse i përket apo nuk i përket bashkësisë.

Shembulli 1

- Shqyrtojmë bashkësinë e qyteteve të Kosovës. Prizreni, Prishtina i përkasin kësaj bashkësie, kurse Tirana apo Parisi, jo.
- Grumbulli i librave tërheqës në bibliotekën e shkollës nuk formon bashkësi, sepse një libër i caktuar, për disa i përket grumbullit (është libër tërheqës), kurse për disa të tjerë nuk i përket (nuk është tërheqës).

Bashkësitë i shënojmë me shkronjat e mëdha të alfabetit (A, B etj.), kurse objektet i shënojmë me shkronja të vogla (*a*, *b* etj.). Në qoftë se *a* i përket bashkësisë A, themi që *a* është element i saj dhe e shënojmë $a \in$ A. Bashkësinë e numrave natyrorë e shënojmë me N. Kemi $1 \in$ N, $2 \in$ N etj. Numri dhjetor 3,5 nuk bën pjesë në N, shkruajmë $3{,}5 \notin$ N.

Bashkësia tregohet me disa mënyra.

I. Tregojmë një për një të gjitha elementet e bashkësisë. Në këtë rast, themi që bashkësia është dhënë **me emërtim**. P.sh bashkësia e zanoreve të alfabetit shqip është A = {*a*, *e*, *ë*, *i*, *o*, *u*, *y*}.

II. Elementet e bashkësisë i paraqesim me pika, që ndodhen brenda një vije të mbyllur. Figura e përftuar quhet **diagram i Venit** për këtë bashkësi. Në figurën 12.1 është paraqitur diagrami i Venit për bashkësinë e zanoreve të alfabetit shqip.

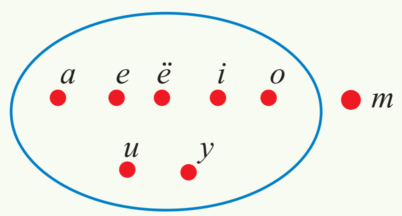


Fig. 12.1

III. Bashkësitë mund t'i japim edhe **me përshkrim**. Kjo do të thotë që për to përshkruajmë vetinë që e gëzojnë të gjitha elementet e kësaj bashkësie. Kjo quhet veti karakteristike e bashkësisë. Për shembull, për bashkësinë A = {*a*, *e*, *ë*, *i*, *o*, *u*, *y*}, vetia karakteristike është: "është zanore e alfabetit shqip".

IV. Kur elementet e një bashkësie nuk i tregojmë dot një për një, përdorim një shkronjë të vetme për t'i paraqitur ato. Në vend të kësaj shkronje mund të vihet cilido prej elementeve të bashkësisë. Kjo shkronjë quhet ndryshore, që përshkon bashkësinë; secili nga elementet e bashkësisë quhet vlerë e kësaj ndryshoreje.

Shembulli 2

Shënojmë me x ndryshoren, që përshkon bashkësinë D = {2; 4; 6; 8}.
Në vend të x mund të vihet secili nga elementet e D. Kjo ndryshore ka katër vlera të mundshme. Mund të kemi $x = 2$, ose $x = 4$, ose $x = 6$, ose $x = 8$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Paraqitni me diagram të Venit bashkësinë e numrave natyrorë, të cilët janë më të vegjël se 6. Sa elemente ka kjo bashkësi?

2. B është bashkësia e numrave natyrorë dyshifrorë. A janë të sakta shënimet:
a) $1 \in$ B; b) $10 \in$ B; c) $100 \in$ B?

3. Jepni me përshkrim bashkësitë e mëposhtme.
a) A = {1; 2; 3; 4}; b) B = {6; 7; 8; 9}.

4. Jepni me emërtim bashkësitë e mëposhtme, të dhëna me përshkrim të vetisë karakteristike.
a) "është numër natyror më i vogël se 7"; b) "është numër natyror çift me një shifër";
c) "është notë për vlerësimin e nxënësit"; d) "është notë muzikore".

5. Cili nga grumbujt e mëposhtëm formon bashkësi?
a) djemtë e shkathët të shkollës;
b) vajzat e bukura të shkollës;
c) qytetet e mëdha të Kosovës;
d) qytetet bregdetare të Shqipërisë.

USHTRIME

1 Jepni me emërtim dhe me diagram të Venit:
a) bashkësinë e ditëve të javës; b) bashkësinë e stinëve të vitit.

2 Jepni me përshkrim bashkësitë e mëposhtme.
a) A = {prill, qershor, shtator, nëntor}; b) B = {1; 3; 5; 15}.

3 Jepni me emërtim bashkësinë e numrave treshifrorë, formuar me shifrat 1, 2, 3 pa përsëritje. Sa elemente ka kjo bashkësi?

4 B është bashkësia e numrave treshifrorë që janë shumëfisha të 9. A janë të sakta shënimet e mëposhtme?
a) $243 \in$ B; b) $501 \in$ B; c) $801 \in$ B.

5 Jepni me emërtim bashkësinë e dhënë me përshkrim të vetisë karakteristike:
"është numër natyror dyshifror më i vogël se 20".

12.2 Çiftimi (shoqërimi) i elementeve të dy bashkësive

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Shkolla ka 400 nxënës. A ka aty dy nxënës që e kanë datëlindjen në të njëjtën ditë të vitit?
2. Cilin numër rendor keni ju në ditar? A ka nxënës me dy numra rendorë?

Diskutoni.

B Vrojtoni dhe mësoni

Elementet e dy bashkësive të caktuara lidhen në mënyra të ndryshme ndërmjet tyre.

I. Diagramet shigjetore

Shembulli 1

A = {Gimi, Zana, Leka, Bora} është bashkësia e disa nxënësve, kurse
B = {4; 5; 6; 7; 8; 9; 10} është bashkësia e numrave të librave të tyre.

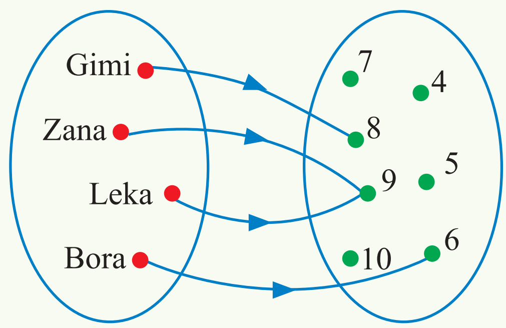


Fig. 12.2

Elementet e bashkësisë së parë A janë çiftuar me ato të bashkësisë së dytë B, sipas një rregulle të caktuar: “numri i librave që ka secili”. Pra, elementin x nga A e kemi shoqëruar me elementin y nga B, vetëm kur është e vërtetë fjalia: “x ka y libra”.
Janë formuar në këtë mënyrë dyshet e renditura (Gimi, 8), (Zana, 9), (Leka, 9), (Bora, 6).

Mënyra e shoqërimit që shqyrtuam quhet diagram shigjetor.

II. Tabelat

Shembulli 2

Shqyrtojmë tabelën.

2	4	3	6	8
1	2		3	4

Elementet e rreshtit të parë formojnë bashkësinë C = {2; 3; 4; 6; 8}.
Elementet e rreshtit të dytë formojnë bashkësinë D = {1; 2; 3; 4}.
Shoqërojmë çdo element të rreshtit të parë me atë element të rreshtit të dytë, që gjendet pikërisht nën të në tabelë (numri 3 i bashkësisë C nuk çiftohet me asnjë element të D).
Formohen dyshet e renditura (2; 1), (4; 2), (6; 3), (8; 4).
Në këtë mënyrë përftohet një lidhje (shoqërim) i elementeve të C me elemente të D, sipas rregullës: “x është dyfishi i y” (x nga C shoqërohet me y nga D, vetëm në qoftë se $x = 2y$).

Themi që kjo mënyrë shoqërimi është dhënë me tabelë.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Jepen bashkësitë E = {1; 2; 5} dhe F = {3; 6; 15}. Jepni me diagram shigjetor dhe me tabelë shoqërimin e elementeve të E me ata të F, sipas rregullës: "*x* është tri herë më i vogël se *y*".
2. Janë dhënë bashkësitë A = {1; 2; 3} dhe B = {0; 1; 2; 3; 4}. Jepni me dyshe të renditura lidhjen (shoqërimin) sipas rregullës: "*x* është më i vogël se *y*":
   a) të elementeve të A me elementet e B; b) të elementeve të B me elementet e A.
3. Jepet tabela:

x	2	3	4	5	6
y	10	15	20	25	30

   a) Jepni me diagram shigjetor lidhjen që tregohet në të, ndërmjet elementeve të rreshtit të parë me ata të rreshtit të dytë. Jepni gjithë dyshet e renditura që formohen.
   b) Shprehni me fjalë rregullën e shoqërimit.
4. Ndryshorja *x* përshkon bashkësinë A = {1; 2; 4; 8}.
   a) Gjeni të gjitha vlerat përkatëse të shprehjes $3x – 1$ dhe shkruani bashkësinë B të tyre.
   b) Shoqëroni çdo vlerë të *x* nga A me vlerën përgjegjëse të shprehjes $(3x – 1)$ nga B. Jepni të gjitha dyshet e renditura.
   c) Paraqitni shoqërimin me diagram shigjetor dhe me tabelë.
5. Shënojmë me A bashkësinë e lëndëve {gjuhë, matematikë, histori} dhe B bashkësinë e nxënësve në klasën tuaj.
   a) Tregoni shoqërimin e elementeve të A me ata të B, sipas rregullës:
   "*x* është lënda më e pëlqyer e *y*". Jepni gjithë dyshet e renditura që formohen.
   b) Tregoni shoqërimin e elementeve të B me ata të A, sipas rregullës:
   "*x*-it i pëlqen më shumë lënda *y*". Jepni gjithë dyshet e renditura që formohen.

USHTRIME

1 Jepen bashkësitë A = {1; 2; 3; 4} dhe B = {0; 1; 3} dhe rregulla: "$x + y$ është numër tek".
   a) Tregoni shoqërimin e elementeve të A me elemente të B, sipas kësaj rregulle me diagram shigjetor.
   b) Tregoni me cilat elemente të B shoqërohet elementi 1 i A.

2 Janë dhënë bashkësitë A = {7; 8; 9} dhe B = {7; 9; 11; 13}. Jepni shoqërimin sipas rregullës "*x* është më i madh se *y*":
   a) të elementeve të A me elementet e B; b) të elementeve të B me elementet e A.

3 Jepen bashkësitë A = {1; 2; 3; 4} dhe B = {2; 4; 6; 8; 10}. Jepni shoqërimin e elementeve të B me elementet e A sipas rregullës: "$x = 2y$".

4 Jepet tabela:

x	2	5	7	8	9
y	1	4	6	7	8

Shprehni me fjalë dhe me barazim shkronjor, rregullën e shoqërimit të elementeve të rreshtit të parë me ata të rreshtit të dytë.

12.3 Funksioni

A Kërkoni dhe zbuloni

Jepen bashkësitë P = {2; 3; 5} dhe Q = {4; 6; 9; 25}.
Shoqëroni elementet e bashkësisë P me elementet e bashkësisë Q sipas rregullës:

a) "x është pjesëtues i y";
b) "x është 4 njësi më i vogël se y";
c) "katrori i x është y".

Tregoni me diagram shigjetor secilin nga rastet.
Bashkëbisedoni me shokun. Çfarë vini re?

B Vrojtoni dhe mësoni

Për secilin nga rastet e mësipërme, morëm figurat 12.3.

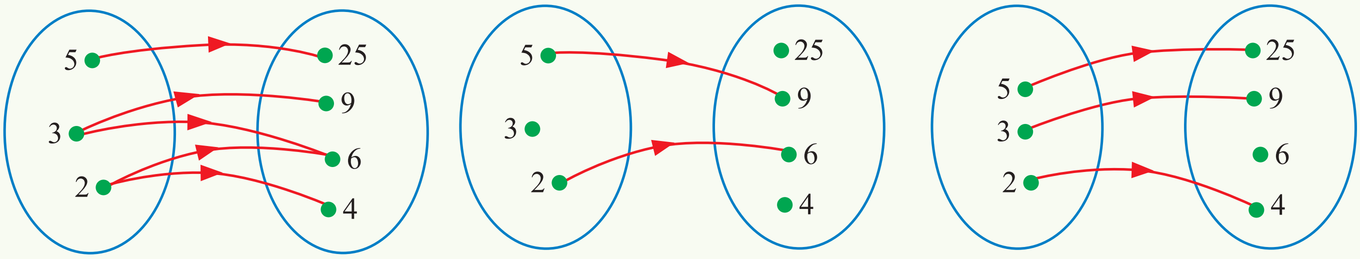


Fig. 12.3a *Fig. 12.3b* *Fig. 12.3c*

Në rastin e tretë vumë re se, çdo element i bashkësisë P lidhet (shoqërohet) me një element të vetëm të bashkësisë Q.
Në këtë rast, themi që shoqërimi paraqet një funksion të bashkësisë P në bashkësinë Q.

Mbani mend:

Nëse çdo element i bashkësisë A shoqërohet me një element të vetëm të bashkësisë B, themi që kemi të bëjmë me një funksion të bashkësisë A në bashkësinë B.

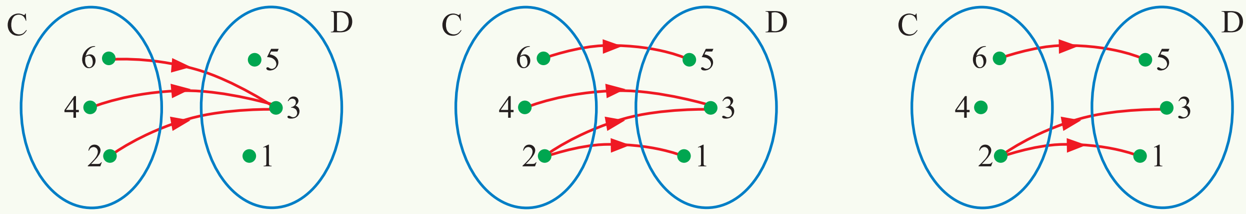
Përdoret shënimi "$f: A \rightarrow B$".
Bashkësia A quhet **bashkësia e përcaktimit të funksionit (domena e funksionit),** kurse bashkësia B quhet **bashkësia e vlerave te funksionit (kodomena)**.
Për funksionin e dhënë në figurën 12.3c, bashkësia e përcaktimit është bashkësia P = {2; 3; 5}, ndërsa bashkësia e vlerave është bashkësia Q = {4; 6; 9; 25}. Në këtë funksion, elementi $2 \in$ P shoqërohet me elementin $4 \in$ Q, duke formuar dyshen e renditur (2; 4).
Numri 4 quhet vlerë e funksionit të shqyrtuar për $x = 2$. Për $x = 5$, vlera e funksionit është $y = 25$.

Punë në grup

Jepni shembuj të shoqërimit të dy bashkësive. Tregoni raste kur ky shoqërim është funksion.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në figurën 12.4 janë dhënë, me diagrame shigjetore, tri mënyra të ndryshme të shoqërimit të elementeve të bashkësisë C = {2, 4, 6} me bashkësinë D = {1, 5, 10}. Në cilin rast kemi funksion?



a) b) c)

Fig. 12.4

2. **A** është bashkësia e nxënësve të një klase. **B** është bashkësia e notave të tyre vjetore në matematikë.

a) Nëse çdo nxënësi i çiftojmë notën e vet, a kemi funksion të **A** në **B**?

b) Nëse çdo note i çiftojmë nxënësin që e ka marrë, a kemi funksion të **B** në **A**?

3. Një firmë prodhon pajisje elektrike me çmim 45 euro.

a) Plotësoni tabelën:

Numri i pajisjeve	1	2	3	4	x
Kostoja					

b) Sa do të jetë kostoja për 12 pajisje të tilla elektrike? Po për 20 pajisje?

c) A është funksion lidhja ndërmjet numrit të pajisjeve dhe kostos?

USHTRIME

1 Funksioni $f: A \to B$ është dhënë me diagramin shigjetor.

a) Shkruani bashkësinë e përcaktimit.

b) Gjeni vlerën e funksionit për $x = 0$; për $x = 2$.

c) Shkruani bashkësinë e vlerave të funksionit.

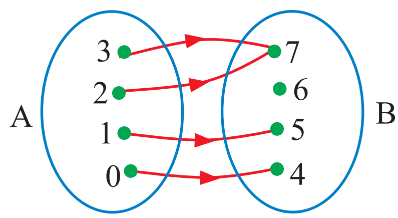
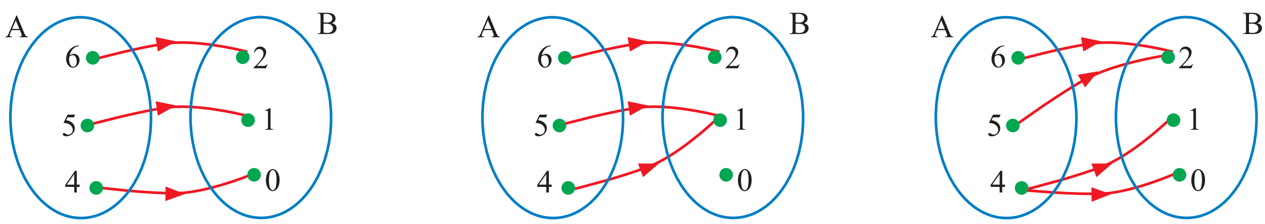


Fig. 12.5

2 Shqyrtoni diagramet shigjetore të paraqitura në figurën 12.6 dhe tregoni në cilin rast kemi funksion.



a) b) b)

Fig. 12.6

3 Shqyrtoni tabelën:

x	1	2	3	5
y	2	4	6	10

a) Nëse çdo numër të rreshtit të parë e shoqërojmë me numrin që ndodhet pikërisht nën të, në rreshtin e dytë, a kemi funksion? Cila është bashkësia e përcaktimit? Po bashkësia e vlerave?

b) Ç'ndodh nëse çdo numër të rreshtit të dytë e shoqërojmë me numrin që ndodhet mbi të, në rreshtin e parë?

4 Nga shoqërimi i elementeve të bashkësisë A me ata të bashkësisë B janë marrë 4 dyshe të renditura (1; 2), (1; 3), (2; 4), (3; 5). Paraqitini me diagramin shigjetor.
A është funksion kjo lidhje?

12.4 Tabelat dhe grafiku i funksionit

A Kërkoni dhe zbuloni

Shqyrtoni tabelën:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

a) Gjeni bashkësitë e vlerave të ndryshoreve x dhe y.

b) Çdo vlerë të x nga rreshti i parë i tabelës shoqërojeni me vlerën e y, që ndodhet pikërisht nën të, në rreshtin e dytë ($-3 \to 9$, $-2 \to 4$, etj.). Çfarë vini re?

B Vrojtoni dhe mësoni

Vumë re se bashkësia e vlerave të ndryshores x është A = {–3; –2; –1; 0; 1; 2; 3}, kurse bashkësia e vlerave të ndryshores y është B = {0; 1; 4; 9}.

Çdo vlere të x nga rreshti i parë i tabelës i shoqërojmë vetëm një vlerë të y, që ndodhet pikërisht nën të, në rreshtin e dytë. Kështu, çdo elementi të A i shoqërohet një element i vetëm i B, pra merret një funksion $f: A \to B$.

Për këtë funksion themi që është dhënë në mënyrë tabelore.

Për funksionin e mësipërm shkruajmë të gjitha dyshet e renditura, që kanë në vendin e parë një element nga A dhe, në vendin e dytë, vlerën përgjegjëse të funksionit. Ato janë 7 të tilla: (–3; 9), (–2; 4), (–1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4), (3; 9).

Secilës nga dyshet e renditura, në rrafshin koordinativ xOy, i përgjigjet një pikë, që ka si abshisë numrin e parë dhe si ordinatë numrin e dytë.

Bashkësia e këtyre pikave është paraqitur në figurën 12.7. Ajo quhet **grafik** i funksionit të shqyrtuar.

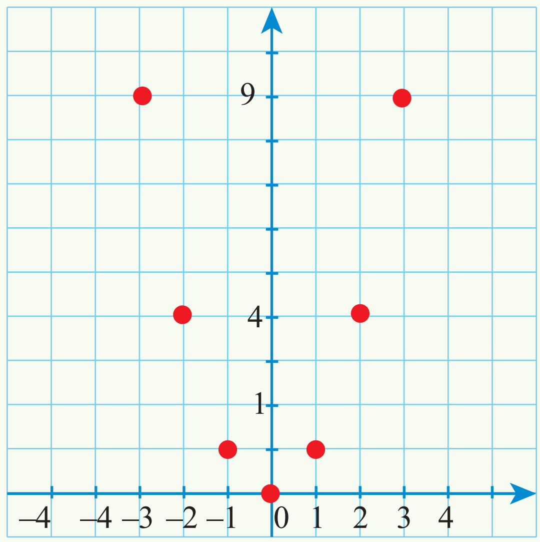


Fig. 12.7

Mbani mend:

Grafik i funksionit $f: A \to B$ quhet bashkësia e pikave të rrafshit koordinativ xOy, të cilat kanë si abshisë elemente të A dhe si ordinatë vlerën përgjegjëse të funksionit.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Funksioni është dhënë me tabelë:

x	0	1	2	3
y	1	2	3	4

a) Shkruani bashkësinë e përcaktimit dhe bashkësinë e vlerave.

b) Për ç'vlerë të x, funksioni merr vlerën 3?

c) Shkruani gjithë dyshet e renditura që formohen gjatë këtij çiftimi.

d) Sa pika ka grafiku i funksionit? Gjeni vendndodhjen e këtyre pikave në sistemin koordinativ kënddrejtë.

2. Ndërtoni grafikun e funksionit të dhënë me tabelë.

x	1	2	3	4
y	1	2	3	4

3. Një mesazh telefonik (SMS) kushton 0,5 cent. Plotësoni tabelën:

x mesazhe	1	2	3	4	x
y centë					

Tregoni funksionin me dyshe të renditura, me diagram dhe në rrjetin koordinativ.

USHTRIME

1 A paraqet funksion tabela?

x	1	2	3	4
y	2	3		5

2 Funksioni është dhënë me tabelë:

x	1	2	3	4
y	2	5	4	0

a) Jepni funksionin me diagram shigjetor.
b) Shkruani gjithë dyshet e renditura që formohen gjatë këtij shoqërimi.
c) Ndërtoni grafikun e funksionit.

3 Funksioni është dhënë me diagram në figurën 12.8.
a) Jepni funksionin me tabelë.
b) Ndërtoni grafikun e tij.

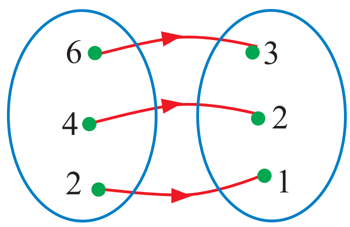


Fig. 12.8

4 Në figurën 12.9 është dhënë grafiku i një funksioni.
a) Shkruani të gjitha dyshet e renditura, që krijohen gjatë këtij shoqërimi.
b) Jepni funksionin me tabelë.
c) Jepni funksionin me diagram shigjetor.

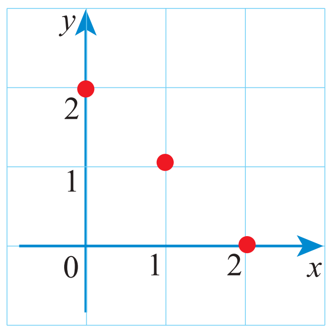


Fig. 12.9

5 Në figurën 12.10 është dhënë një bashkësi pikash në rrafshin xOy. A shërben ajo si grafik funksioni?

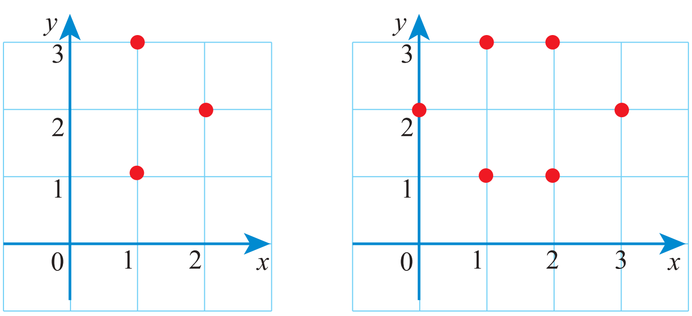


Fig. 12.10

12.5 Vargje numerike

A Kërkoni dhe zbuloni

1. Shikoni vargun në figurën 12.11. Plotësoni secilin varg me tri figura të tjera.

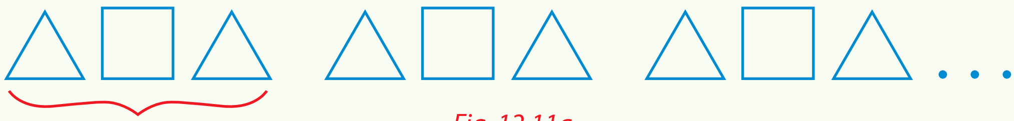


Fig. 12.11a

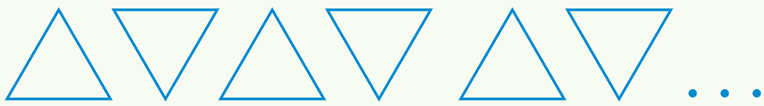


Fig. 12.11b

2. Jepet vargu numerik: 9; 14; 19; 24; 29; ...; ...; ...;
   Plotësojeni me tri kufiza të tjera. A mund të tregoni si merret kufiza pasardhëse e vargut?

B Vrojtoni dhe mësoni

Besniku kërkon të vazhdojë vargun numerik 6; 8; 10; 12; ...;
Ai vuri re se te ky varg, çdo numër është më i madh se paraardhësi.
Së pari, ai gjeti ndryshimin e të dytit me të parin 8 – 6 = 2.
Së dyti, ai kontrolloi nëse ndryshimi i çdo numri në varg me paraardhësin e vet, është gjithashtu 2.
10 – 8 = 2;   12 – 10 = 2.
Së treti, për të vazhduar vargun, Besniku i shtoi 2, numrit të fundit në varg.
Ai shkroi 6; 8; 10; 12; 14; 16; ...; ...;

Shembull

Shqyrtoni vargun 14; 11; 8; 5; ...; ...;
Plotësoni: Çdo numër i vargut është ... se paraardhësi.
Hapi I: Gjeni ndryshimin 14 – 11 = ...
Hapi II: Kontrolloni ndryshimin e çdo numri me pasardhësin e tij.
11 – 8 = ...; 8 – 5 = ...;
Hapi III: Ç'duhet t'i bëni numrit 5 për të marrë numrin pasardhës në varg?

Punë në grup

Në figurat 12.12 dhe 12.13 janë dhënë vargjet:

5; 6; 8; 11; 15;...
+1 +2 +3 +4

Fig. 12.12

2; 5; 9; 12; 16;...
+3 +4 +3 +4

Fig. 12.13

Zbuloni rregullën për secilin nga vargjet dhe plotësoni me pesë kufiza të tjera.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Vazhdoni vargjet e mëposhtme me katër kufiza, duke kryer veprimin e shkruar në kllapa.
a) 3,1; 3,4; ...; ...; ...; ...; (shtoni 0,3); b) 0,18; 0,15; ...; ...; ...; ...; (zbritni 0,3);
c) 1; 4; ...; ...; ...; ...; (shumëzoni me 4); d) 2; 12; ...; ...; ...; ...; (shumëzoni me 6).

2. Vazhdoni më tej shkrimin e vargjeve numerike:
a) 1; 3; 5; ...; ...; ...; c) 1; 11; 21; ...; ...; ...;
b) 3; 7; 11; ...; ...; ...; d) 8,6; 8,8; 9, ...; ...; ...;

3. Shkruani disa kufiza që mungojnë në vargjet numerike:
a) 11; 9; 7; ...; ...; ...; b) 4,5; 4; 3.5; ...; ...; ...;

4. Shkruani 5 kufizat e para të vargut të dhënë sipas rregullës:
a) Filloni nga 3. Shtoni çdo herë numrin 9.
b) Filloni nga 5. Shtoni 2, më pas shtoni $4 = 2 \cdot 2$, $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ e kështu me radhë.

5. Gjeni rregullën e formimit të vargut:
a) $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$; ...; ...; ...; b) $\frac{1}{5}; \frac{2}{5}; \frac{3}{5}; \frac{4}{5}$; ...; ...; ...;

6. Një recetë për prodhimin e biskotave këshillon që përgatitja e tyre të fillojë me 150 g miell. Pastaj i duhen shtuar 200 g miell për çdo vezë që përdoret.
a) Sa miell shtesë do të nevojitej për: 1 vezë; 2 vezë; 4 vezë?
b) Po për 10 vezë, sa miell do të duhej gjithsej?

USHTRIME

1 Shkruani kufizat që mungojnë në vargun numerik:
a) 31; 34; 37; ...; ...; c) 1,3; 2,3; 3,3; ...; ...;
b) 4,5; 4,3; 4,1; ...; ...; d) 101; 91; 81; ...; ....

2 Gjeni rregullën e formimit të vargut dhe plotësoni dy kufizat e tij të fundit.
a) 6; 10; 14; ...; ...; c) 25; 23; 21; ...; ...;
b) 12; 17; 22; ...; ...; d) 5,9; 5,4; 4,9; ...; ....

3 Shkruani 5 kufizat e para të vargut të dhënë, sipas rregullës:
a) Filloni nga 4. Më pas shumëzoni çdo herë me 2.
b) Filloni nga 125. Më pas pjesëtoni çdo herë me 5.

4 Rregulla e formimit të vargut është:
Filloni nga 200. Zbritni 8 çdo herë.
a) Shkruani kufizën e shtatë të vargut.
b) A mund ta gjeni kufizën e shtatë pa shkruar 6 kufizat e para?

5 Gjeni rregullën e krijimit të vargut dhe shkruani kufizën që mungon.
a) 74; 148; 222; ...; 370; ...; b) 1122; 1112; 1102; ...; 1082; ....

6 Cila është kufiza e dhjetë e vargut të dhënë, sipas rregullës:
“Fillo nga 18. Pastaj në mënyrë të alternuar zbrit 4 ose shto 5.”

12.6 Vargje numerike në situata të ndryshme

A Kërkoni dhe zbuloni

Përdorni një fletë me katrorë.

a) Vizatoni në të një drejtkëndësh me gjatësi 2 njësi dhe gjerësi 1 njësi (1 njësi = brinja e një kutize). Numëroni dhe shënoni perimetrin e drejtkëndëshit.

b) Vizatoni një drejtkëndësh me gjatësi 3 dhe me gjerësi 2 njësi. Numëroni dhe shënoni perimetrin e tij.

c) Vazhdoni punën, duke bërë në çdo hap rritjen e gjatësisë e të gjerësisë me nga një njësi. Për secilin prej drejtkëndëshave, shënoni gjatësinë, gjerësinë dhe perimetrin.

Numri i drejtkëndëshit	Gjatësia	Gjerësia	Perimetri
1	2	1	6
2	3	2	
3	4	3	
4	5	4	
5	6	5	

Plotësoni tabelën.

d) Cila është rregulla për formimin e vargut të perimetrave?

e) Sa do të jetë perimetri i drejtkëndëshit të dhjetë? Po i drejtkëndëshit të njëzetë?

f) A do të kemi drejtkëndësha me perimetër 42? Po 44? Po 46?

B Vrojtoni dhe mësoni

Në figurën 12.14 kemi një varg trekëndëshash të ndërtuar në fletë me pika.

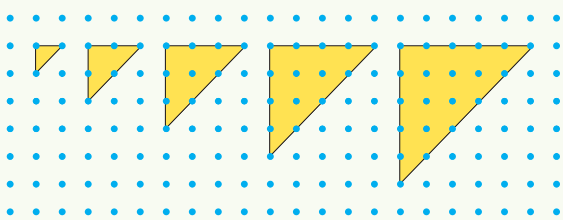


Fig. 12.14

Numri i trekëndëshit	Perimetri (në kute)
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

Do të quajmë *kut* çdo segment që bashkon dy kulme në një kutizë (horizontalisht, vertikalisht apo pjerrtas). Duke numëruar kutet, vëmë re që plotësohet tabela. Një rregull për krijimin e vargut të perimetrave është: “Filloni nga 3. Shtoni çdo herë nga 3”.
Një rregull tjetër është: “Shumëzoni numrin e trekëndëshit me 3”. Kështu, trekëndëshi i dhjetë do ta ketë perimetrin $3 \cdot 10 = 30$ kute.

Punë në grup

Si mendoni, a mund të ketë trekëndësh me perimetër 50 kute?

Perimetri (në kute) i çdo trekëndëshi është shumëfish i numrit 3.
50 nuk është shumëfish i 3. 50 : 3 = 16(2). Pra, nuk ka trekëndësh me perimetër 50 kute.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në figurën 12.15 është paraqitur një varg figurash, të marra duke bashkuar pesëkëndësha të rregullt. Brinja e çdo pesëkëndëshi është 1 njësi.

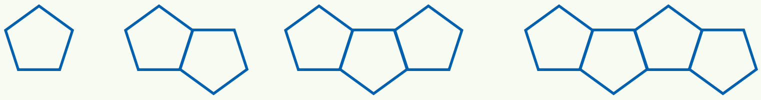


Fig. 12.15

Numri i figurës	Perimetri
1	5
2	8
3	
4	
5	

a) Plotësoni tabelën për perimetrin e secilës figurë. (*Kujdes! Perimetri është gjatësia e konturit!*)
b) Gjeni rregullën për vargun e perimetrave.
c) Sa do të jetë perimetri i figurës së dhjetë (me 10 pesëkëndësha). Po ai i figurës së njëzetë?
d) A ka figurë me perimetër 60?

2. Era ka në llogarinë e saj bankare 3500 euro. Ajo tërheq 250 euro në muaj. Për sa muaj do të ketë mundësi Era të tërheqë nga llogaria e saj bankare?

USHTRIME

1 Në figurën 12.16 është paraqitur një varg figurash.

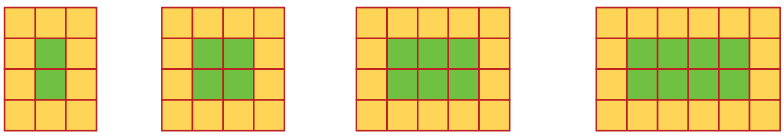


Fig. 12.16

a) Vizatoni në fletoren me katrorë dy figurat që vijojnë.
b) Plotësoni tabelën për 6 figurat e para.

Numri i figurës	Numri i kutive të blerta	Numri i kutive të verdha
1	2	10
2	4	12
3		
4		
5		

c) Shkruani rregullën për vargun e numrave të kutive të blerta. Shkruani rregullën për vargun e numrave të kutive të verdha.
d) Sa kuti të blerta do të ketë në figurën e 15-të?
e) Sa kuti të verdha do të ketë në figurën e 20-të?
f) A ka figurë me 31 kuti të blerta? Po me 41 të verdha?

2 Gjeni rregullën e formimit të vargut:
a) 2; 5; 8; 11; ...; ...; ...; b) 41; 46; 51; 56; ...; ...; ...; c) 19; 22; 25; 28; ...; ...; ...;

3 Gjeni rregullën e formimit të vargut:
a) 17; 14; 11; 8; ...; ...; ...; b) 180; 170; 160; 150; ...; ...; ...; c) 41; 38; 35; 32; ...; ...; ...;

4 Gjeni rregullën e formimit të vargut:
a) 1; 1; 2; 3; 5; 8; ...; ...; ...; b) 10 000; 1000; 100; ...; ...; ...;

12.7 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Elementet që formojnë bashkësi; mënyrat e përshkrimit të një bashkësie:	1. Cili nga grumbujt e mëposhtëm formon bashkësi? a) ditët e bukura të javës; b) ditët e javës. 2. Paraqitni me tri mënyra, bashkësinë e numrave dyshifrorë që janë shumëfisha të dhjetës.
Formimi i dysheve të renditura me elementet e dy bashkësive:	3. Jepen bashkësitë E = {2; 4; 5} dhe F = {1; 2}. Jepni me diagram shigjetor dhe me tabelë, shoqërimin e elementeve të E me ata të F, sipas rregullës: "x është dy herë më i madh se y".
Formimi i funksionit si shoqërim i elementeve të dy bashkësive:	4. Cili nga shoqërimet e mëposhtme është funksion? a) shkronjat e alfabetit me shkronjën e parë të emrit të nxënësit; b) çdo nxënës me vlerësimin e tij në test; c) çdo nxënës me numrin e tij në ditar. Argumentoni përgjigjen.
Paraqitja e funksionit si lidhje e dy bashkësive; me diagram, me tabelë dhe si dyshe të renditura në rrjetin koordinativ:	5. Funksioni është dhënë me tabelë: <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr></table> a) Jepni funksionin me diagram shigjetor. b) Shkruani gjithë dyshet e renditura që formohen gjatë këtij shoqërimi. c) Ndërtoni grafikun e funksionit.

Plotësimi me kufiza të tjera i një vargu me figura dhe një vargu numerik:	6. Plotësoni vargun me tri kufiza të tjera: □ ○ △ □ ○ △ ___; ___; ___; 7. Gjeni rregullën e formimit të vargut dhe plotësoni dy kufizat e tij të fundit. a) 2; 6; 10; ...; ...; ...; b) 200; 100; 50; ...; ...; ...; c) 1,1; 1,3; 1,5; ...; ...; ...; d) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{8}{16}$; ...; ...; ...; 8. Shkruani 5 kufizat e para të vargut të dhënë sipas rregullës: “Filloni nga 1,2. Shtoni çdo herë numrin 0,2”.
Përdorimi i funksionit dhe i vargut në jetën e përditshme:	9. Anës i duhen 30 sekonda për të mbushur me ujë një kovë 5-litërshe. Nëse prurja e rubinetit të ujit nuk ndryshon, sa sekonda i duhet për të mbushur një kovë 10-litërshe? Po 12-litërshe? 10. Një aeroplan përshkon 210 km për gjysmë ore. Sa km përshkon ai për 50 minuta? 11. Një parfum kushton 12 euro për 50 ml. Sa kushton parfumi për 10 ml, 30 ml, 40 ml? Tregoni në mënyrë grafike koston e parfumit, në varësi të sasisë në ml.

12.8 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Jepni me emërtim dhe me diagram të Venit, bashkësinë e numrave dyshifrorë, formuar me shifrat 2, 3, pa përsëritje të shifrave. **(3 pikë)**

2 Jepni me përshkrim bashkësinë A = {2; 4; 6; 8}. **(2 pikë)**

3 Janë dhënë bashkësitë A = {1; 3; 5} dhe B = {0; 1; 2; 3}. Jepni me dyshe të renditura lidhjen (shoqërimin) sipas rregullës: “*x* është më i vogël se *y*”:
a) të elementeve të A me elementet e B ; b) të elementeve të B me elementet e A.
(4 pikë)

4 Shqyrtoni tabelën:

x	1	2	3	5
y	2	3	4	6

a) Nëse i shoqërojmë çdo numri të rreshtit të parë, numrin që ndodhet pikërisht nën të, në rreshtin e dytë, a kemi funksion? Cila është bashkësia e përcaktimit? Po bashkësia e vlerave?
b) Ç’ndodh nëse çdo numri të rreshtit të dytë i shoqërojmë numrin që ndodhet mbi të, në rreshtin e parë?
(4 pikë)

5 Funksioni është dhënë me tabelë:

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

a) Jepni funksionin me diagram shigjetor.
b) Shkruani të gjitha dyshet e renditura që formohen gjatë këtij shoqërimi.
c) Ndërtoni grafikun e funksionit. **(4 pikë)**

6 Vazhdoni më tej vargjet numerike:
a) 1; 3; 5; ...; ...; ...; b) 1; 11; 21; ...; ...; ...; c) 3; 7; 11; ...; ...; ...; **(3 pikë)**

7 Shkruani 5 kufizat e para të vargut të dhënë sipas rregullës:
a) Filloni nga 2. Pastaj shumëzoni çdo herë me 5.
b) Filloni nga 225. Pastaj pjesëtoni çdo herë me 5. **(4 pikë)**

8 Zbuloni rregullën e krijimit të vargut, pastaj shkruani kufizën që mungon.
a) 3; 23; 33, ..., 53; 63;
b) 3; 23; 13; 33; ...; 43; 33; **(4 pikë)**

9 Gjeni rregullën e formimit të vargut:
1; 2; 3; 5; 8; 13;... **(2 pikë)**

13 STATISTIKË DHE PROBABILITET

Në fund të kësaj teme, nxënësi/ja:

- *grumbullon, klasifikon, lexon, interpreton dhe paraqet të dhënat (duke përfshirë: pyetësorë, eksperimente, media elektronike, etj.) për të nxjerrë konkluzione;*
- *llogarit mesataren aritmetike, modën, medianën nëpërmjet të dhënave;*
- *përkufizon konceptin e ngjarjes, e paraqet në formë numerike përmes shembujve (p.sh. hedhja e zarit, hedhja e monedhës metalike etj.);*
- *përcakton ngjarjet e mundshme, të sigurta dhe të pamundura duke përdorur shprehjet: me siguri, ka mundësi, me mundësi të barabartë, ka më pak mundësi, nuk ka mundësi;*
- *përkufizon probabilitetin e një ngjarjeje dhe cakton probabilitetin e saj;*
- *zgjidh problema nga jeta e përditshme, duke përdorur statistikën dhe probabilitetin.*

Fjalë kyçe:

statistikë, mbledhje, organizim i të dhënave, piktogrami, denduri, diagram me shtyllë, mesore (mediana), mesatare aritmetike, modë, amplitudë, probabilitet, ngjarje të rastit, probabilitet, hapësirë të rezultateve, probabilitet statistikor.

A E DINI SE...?

Ideja e probabilitetit është pothuajse po aq e vjetër sa vetë njerëzimi. Dëshmia e parë e regjistruar e teorisë së probabilitetit mund të gjendet qysh në vitin 1550. Ndërsa, në vitin 1654, një mosmarrëveshje e lojtarëve të lojërave të fatit, çoi në krijimin e një teorie matematikore të probabilitetit nga dy matematikanë të njohur francezë, Blez Paskal (*Blaise Pascal*) dhe Pier dë Ferma (*Pierre de Fermat*). Një fisnik francez kërkonte të vinte bast në një lojë me zare, gjatë së cilës hidheshin dy zare 24 herë. Gjatë këtyre hedhjeve, duhet të binin të paktën një herë të dy zaret me të njëjtin numër. Zgjidhja e këtij problemi çoi në formulimin e parimeve themelore të teorisë së probabilitetit. Më pas, këto ide u zbatuan në shumë probleme shkencore dhe praktike.

13.1 Mbledhja dhe organizimi i të dhënave. Piktogramet

A Kërkoni dhe zbuloni

Nëpërmjet shenjës së  (si ajo e figurës 13.1), që paraqet 4 libra, ne mund të tregojmë sa libra ka lexuar secili nga 5 nxënësit (Agimi, Besniku, Drita, Edlira, Genci), gjatë pushimeve verore, si në figurën 13.2.

Fig. 13.1

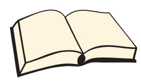
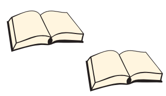
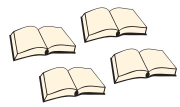
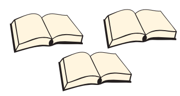
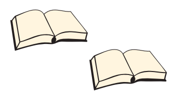
Agimi	Besniku	Drita	Edlira	Genci
				
4	8	16	12	8

Fig. 13.2

a) Cili nxënës ka lexuar më shumë?
b) Cilët nxënës kanë lexuar të njëjtin numër librash?
c) Cili nxënës ka lexuar më pak?

B Vrojtoni dhe mësoni

Për t'iu përgjigjur pyetjeve të mësipërme është e nevojshme që:

- të mblidhen të dhënat për problemën që duam të shqyrtojmë;
- të sistemohen këto të dhëna;
- të përpunohen këto të dhëna;
- të interpretohen këto të dhëna.

Me probleme të tilla merret një degë e veçantë e matematikës, **statistika matematike**. Në një problem statistikor, kemi të bëjmë me një bashkësi që do të jetë objekt studimi; kjo bashkësi quhet **popullim**. Elementet e popullimit quhen **individë.**
Për individët e popullimit studiohet një veti, e cila quhet **tipar statistikor**.

Shembull

a) Popullimi është bashkësia e nxënësve të një klase. Tipari është nota e marrë në testimin e fundit në matematikë.
b) Popullimi është bashkësia e muajve të vitit 2018. Tipari është sasia e reshjeve (në mm) që kanë rënë në Prizren.

Të dhënat mblidhen në forma dhe në rrugë të ndryshme. Pas mbledhjes së tyre, të dhënat sistemohen sipas një rregulle të caktuar. Një formë e paraqitjes së të dhënave, me anë të figurave, quhet **piktogram**.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në piktogramin për numrin e ditëve me diell, gjatë 5 muajve (janar, shkurt, mars, prill, maj), shenja  tregon 2 ditë me diell.

Muaji	Numri i shenjave	Numri i ditëve me diell
Janar		$4 \times 2 = 8$
Shkurt		...
Mars		...
Prill		...
Maj		...

Plotësoni piktogramin. Përgjigjuni:
a) Sa ditë me diell kishte muaji shkurt?
b) Cili muaj kishte më tepër ditë me diell?
c) Sa ditë pa diell kishte muaji mars?

2. Në figurën 13.3 kemi të dhëna për numrin e orëve që kanë kaluar në det, gjatë verës, secili nga fëmijët: Blerina, Gëzimi, Ylli. (shkronja B tregon që Blerina ka kaluar 2 orë në det; shkronja G tregon që Gëzimi ka kaluar 2 orë në det dhe shkronja Y tregon që Ylli ka kaluar 2 orë në det).

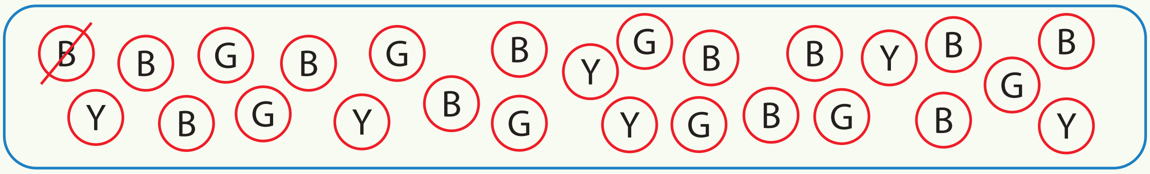


Fig. 13.3

a) Paraqitni të dhënat në tabelë, ku për çdo nxënës të jepet numri i orëve që ka kaluar gjithsej në det.
b) Cili nga fëmijët ka kaluar më pak orë në det?
c) Sa është ndryshimi i orëve në det midis Blerinës dhe Yllit?

3. Bëni një studim me shokët e shoqet e klasës për llojin e sportit me të cilin merren ata. Drejtoni pyetjen: Me cilin sport merreni në kohën e lirë?
Mblidhni të dhënat. Dalloni popullimin dhe tiparin. Përcaktoni një simbol dhe sistemoni të dhënat e grumbulluara.
Përgjigjuni:
a) Sa nxënës ka klasa juaj?
b) Cili është sporti që u pëlqen më tepër nxënësve?
c) Sa % e klasës merret me futboll?

USHTRIME

1 Një librashitës ka studiuar numrin e librave që ka shitur gjatë 7 muajve (janar-korrik). Të dhënat e grumbulluara ai i ka paraqitur me piktogramin e figurës 13.4.
Shenja 📖 tregon 5 libra.

Muaji	Numri i shenjave	Numri i librave të shitur
Janar	📖 📖 📖	$5 \cdot 3 = 15$
Shkurt	📖 📖 📖 📖	...
Mars	📖 📖 📖 📖	...
Prill	📖 📖 📖 📖 📖	...
Maj	📖 📖 📖 📖	...
Qershor	📖 📖 📖 📖 📖 📖	...
Korrik	📖 📖 📖	...

Duke përdorur piktogramin, përgjigjuni pyetjeve:
a) Në cilin muaj, shitjet kanë qenë më të mëdha?
b) Në cilin muaj, shitjet kanë qenë më të ulëta?
c) Cili numër shitjesh haset më shpesh?

13.2 Tabelat statistikore

A Kërkoni dhe zbuloni

Emri i oqeanit	Syprina (milionë km^2)
Paqësor	178
Indian	75
Atlantik	92
Arktik	15

Në tabelë janë dhënë syprinat e oqeaneve të Tokës (matur në milionë km^2).

a) Radhitni oqeanet sipas syprinës, nga më i vogli te më i madhi.

b) Tregoni oqeanet që i kanë syprinat midis 50 dhe 100 (milionë km^2).

B Vrojtoni dhe mësoni

Një nga mënyrat më të thjeshta për t'i sistemuar të dhënat është hartimi i një tabele, në të cilën, për çdo vlerë të tiparit, tregohet numri i individëve që e kanë atë. Ky numër quhet **denduri** e kësaj vlere.

Shembull

Për një klasë me 25 nxënës (popullimi), notat e marra në testimin e fundit në matematikë (tipari) janë këto: 4, 3, 2, 2, 1, 5, 5, 3, 4, 5, 3, 3, 4, 5, 3, 5, 4, 2, 2, 3, 3, 4, 3, 4, 3.

Ky varg me vlerat e marra të tiparit quhet **varg statistikor**.

I sistemojmë këto nota në këtë tabelë me dy shtylla ose dy rreshta.

Nota e marrë	1	2	3	4	5
Numri i nxënësve (denduria)	1	4	9	6	5

Vini re që shuma e dendurive është $1 + 4 + 9 + 6 + 5 = 25$, d.m.th. është sa numri i individëve në këtë popullim.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Duke iu referuar tabelës së shembullit të testimi të matematikës, përgjigjuni:

a) Sa nxënës janë jokalues? b) Sa nxënës kanë marrë vlerësimin më të lartë?

c) Cila notë është marrë më shpesh? Më rrallë? d) Sa për qind e nxënësve janë vlerësuar me notën 4?

2. Është matur temperatura më e lartë në një qytet, për çdo ditë të një jave (në gradë celsius): 30^o; 32^o; 34^o; 33^o; 35^o; 34^o; 32^o .

Vendosni të dhënat në tabelë. Gjeni dendurinë për secilën nga vlerat e temperaturës.

3. Për nxënësit e një klase, u matën peshat dhe rezultatet janë vendosur në këtë tabelë:

Pesha (kg)	45	44	43	42	41	40
Numri i nxënësve	2	5	10	8	3	2

Përgjigjuni:

a) Sa nxënës ka klasa?

b) Ç'përqindje e nxënësve kanë peshën më të madhe?
c) Sa është mesatarja e peshës?
d) Ç'përqindje e nxënësve kanë peshë nën mesatare?

4. Në vitin 2009, disa nga qytetet më të populluara të botës ishin: Tokio – 37,2 milionë banorë; Nju-Jork – 25,9 milionë banorë; Meksiko – 23,3 milionë banorë; Seul – 22,6 milionë banorë; San-Paolo – 20,2 milionë banorë.
Në vitin 2002, popullsitë e tyre ishin: Tokio – 34,9 milionë banorë; Nju-Jork – 21,6 milionë banorë; Seul – 21,2 milionë; Meksiko – 20,8 milionë; San-Paolo – 20,3 milionë. Krijoni një tabelë për të paraqitur ndryshimet që kanë ndodhur me popullsitë e këtyre qyteteve.

USHTRIME

1 Secilit prej 4 punëtorëve u duhej të hapnin mesatarisht 6 m kanal. Tre prej tyre hapën nga 7 m kanal. Sa m kanal mbetën për t'i hapur i katërti?

2 Drejtori i një parku lojërash ka mbajtur shënime për numrin e fëmijëve që kanë luajtur në park gjatë një jave. Të dhënat i ka hedhur në këtë tabelë.

Lloji i lojës	Çiklizëm	Futboll	Volejboll	Atletikë	Basketboll
Numri i fëmijëve	126	132	78	84	60

a) Cila lojë ka më tepër pjesëmarrës?
b) Shkruani dy përfundime të tjera që mund të nxirrni nga të dhënat.

3 Një juri prej 15 vetash vlerësoi një këngë me këto nota:
[9] [8] [10] [7] [9] [8] [8] [9] [7] [7] [10] [9] [8] [8] [9]
a) Paraqitini të dhënat në një tabelë.
b) Cila është nota që është marrë më dendur? Më rrallë?

5 Në figurën 13.5 jepen të dhënat për sipërfaqen dhe thellësinë e disa deteve.
a) Cili prej tyre ka sipërfaqen më të madhe? Më të vogël?
b) Cilat dete kanë sipërfaqe më të vogël se 500 000 km^2?
c) Cilat dete e kanë sipërfaqen midis 500 000 km^2 dhe 1 milion km^2?

Detet	Sip. në km^2	Thell. maksimale në m
Deti i Beringut	2 270 000	4191
Deti i Ohotskut	1 580 000	3372
Deti i Japonisë	978 000	4230
Deti i Verdhë	417 000	105
Deti i Kinës Lindore	3 447 000	5560
Deti i Kinës Lindore	752 000	2720
Deti Sulu	348 000	5580
Deti i Celebes	435 000	6220
Deti i Molukëve	291 000	4970
Deti Caram	187 000	5319
Deti i Bandës	695 000	7440
Deti i Javës	480 000	68
Deti i Balit	119 000	1296
Deti i Florës	121 000	6960
Deti Savo	105 000	3370
Deti i Arafureve	1 037 000	3680
Deti i Koraleve	4 791 000	9165

Fig.13.5

13.3 Diagramet me shtylla

A Kërkoni dhe zbuloni

Në tabelë tregohet koha që harxhojnë disa nxënës për rrugën shtëpi-shkollë.

Emri i nxënësit	Tani	Besa	Edoni	Irma	Vlora
Koha (në min)	10	25	15	30	15

Vizatoni një kënd të drejtë dhe vendosni në brinjën horizontale emrat e nxënësve (secili emër të paraqitet me një segment). Në brinjën vertikale vendos një shkallëzim për kohën (p.sh. 5 min = 1 cm). Kohën për rrugën shtëpi-shkollë, për secilin nxënës, mund ta paraqitni me një shtyllë me lartësi të caktuar. Shtylla ka:

a) si bazë emrin e nxënësit;

b) si lartësi kohën përkatëse.

Krahasoni punën tuaj me figurën 13.6.

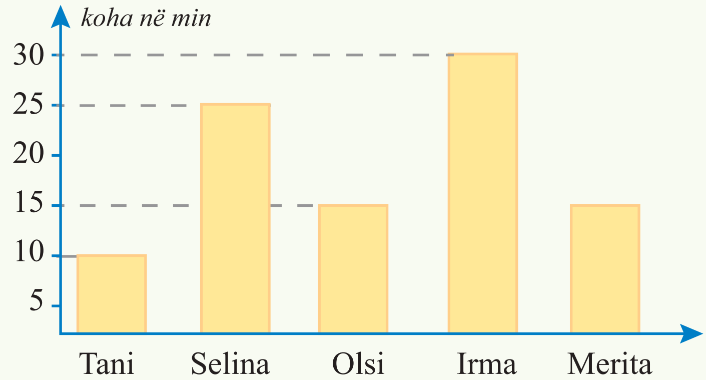


Fig. 13.6

Pra, ndërtuat një diagram me shtylla.

B Vrojtoni dhe mësoni

Të dhënat mund të paraqiten edhe me mënyra të tjera, përveç tabelës. Paraqitja me diagrame është një mënyrë tjetër mjaft e dobishme, për të gjykuar për shpërndarjen e vlerave të tiparit.

Le të rishqyrtojmë shembullin e mësimit të kaluar, për notat në testimin e matematikës, me këtë tabelë.

Nota e marrë	1	2	3	4	5
Numri i nxënësve (denduria)	1	4	9	6	5

Marrim dy drejtëza normale. Drejtëzën vertikale e shndërrojmë në bosht numerik, duke zgjedhur origjinën dhe njësinë e gjatësisë.

Ndërtojmë shtylla (drejtkëndësha) me bazë të njëjtë (sipas dëshirës), mbështetur mbi drejtëzën horizontale.

Numri i këtyre shtyllave është sa numri i vlerave të tiparit.

Lartësia e çdo shtylle është sa denduria e kësaj vlere të tiparit, shumëzuar me njësinë e gjatësisë (fig. 13.7).

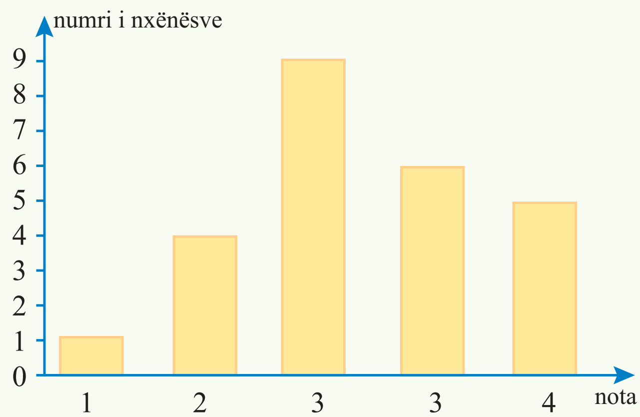


Fig. 13.7

Punë në grup

Paraqitni të dhënat e mësipërme me diagrame të tjera.
Punoni në kompjuter me programet përkatëse.
Bashkëpunoni me shokun/shoqen.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. a) Paraqitni me diagram me shtylla të dhënat e tabelës për numrin e blerësve në dyqan, gjatë 5 ditëve të para të javës.
b) Sa është mesatarja e numrit të blerësve në ditë?

Dita	I	II	III	IV	V
Numri i blerësve	25	15	30	20	35

2. Një nxënës i kushtoi përgatitjes së mësimeve: 35 minuta, ditën e hënë; 50 minuta, ditën e martë; 25 minuta, ditën e mërkurë; 55 minuta, ditën e enjte; 20 minuta, ditën e premte; dhe 30 minuta, ditën e shtunë.
a) Plotësoni tabelën.

Ditët e javës	H	M	M	E	P	SH
Koha e mësimit (në minuta)						

b) Ndërtoni një diagram me shtylla. Zgjidhni në mënyrë të përshtatshme lartësinë e shtyllës për të paraqitur kohën prej 10 min.

3. Paraqitni të dhënat në tabelë, në diagram me shtylla.

Kontinenti	Europa	Azia	Amerika e Veriut	Amerika e Jugut	Australia	Antarktida
Sipërfaqja (në milionë km²)	10	44	24	18	12	13

USHTRIME

1 Ariana dhe Edi matën sasinë e shiut (në mm) të rënë çdo muaj, nga janari në qershor, në qytetin e tyre. Ariana plotësoi një tabelë dhe Edi e paraqiti atë me anë të një diagrami (fig. 13.8).
a) Plotësoni tabelën e Arianës, duke parë diagramin.
b) Kopjoni diagramin dhe plotësojeni atë për muajt korrik dhe gusht, sipas të dhënave të tabelës.

Tabela e Arianës

Janar	20 mm
Shkurt	35 mm
Mars	
Prill	
Maj	
Qershor	
Korrik	20 mm
Gusht	15 mm

Diagrami i Edit

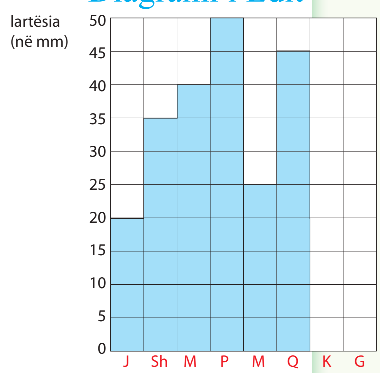


Fig. 13.8

2 Me nxënësit e klasave të pesta u bë një anketë për kafshët shtëpiake që kishin. Rezultatet paraqiten në tabelë.

Emri i kafshës	Qen	Mace	Lepuj	Zogj	Peshq
Sasia	45	40	15	25	10

Ndërtoni një diagram me shtylla.

3 Nga çasti në të cilin shoferi shkel frenat deri në çastin që makina ndalon, përshkohet një largësi (largësia e ndalimit), që varet nga shpejtësia e makinës, siç tregohet në figurën 13.9.
Sa është largësia e ndalimit për shpejtësinë 50 km/h? Po për 130 km/h?

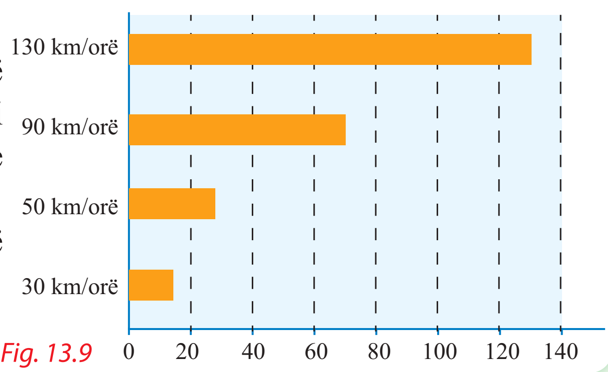


Fig. 13.9

13.4 Si të realizojmë një anketë

A Kërkoni dhe zbuloni

Tregoni si mund të mblidhni të dhëna për pyetjet e mëposhtme (me anketë, me vëzhgim apo me matje).

1. Si ndryshon temperatura e ujit në një enë, gjatë kohës që ai ngrohet?
2. Cilët janë filmat e preferuar nga shokët e mi të klasës?
3. Sa nxënës në klasën time kanë flokë gështenjë?
4. A mendoni se do të bjerë shi gjatë 20 minutave të ardhshme?

B Vrojtoni dhe mësoni

Të dhënat që i grumbullojmë vetë, quhen të dhëna të dorës së parë (parësore).
Për të kryer një anketë, mund të ndiqet ky plan pune:

I. Formulohet pyetja për çështjen që na intereson.
Ajo duhet të jetë e qartë, nuk duhet të ketë shumë përgjigje të mundshme. Njëra nga përgjigjet mund të jetë "tjetër" (tjetër gjë).

II. Të pyeturve u jepet një sasi përgjigjesh të mundshme, nga të cilat ata duhet të zgjedhin njërën.

III. Hartohet një fletë shënimesh për përgjigjet që merren (për çdo përgjigje të mundshme shënohet sa herë është zgjedhur ajo).

IV. Të dhënat paraqiten në mënyrë të përshtatshme:
   a. me tabelë;
   b. me diagram me shtylla;
   c. me grafik.

V. Përfundimet nxirren duke interpretuar tabelën, diagramin ose grafikun.

Të dhënat që i marrim nga burime të tjera, si p.sh. studime statistikore, artikuj, arshiva, etj., quhen të dhëna të dorës së dytë (dytësore).

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në përgjigjet e pritshme të pyetjeve të mëposhtme shtoni "tjetër" nëse është e nevojshme.
- Cili është sporti i parapëlqyer për ju?
  a) futbolli; b) atletika; c) volejbolli.
- Cila stinë ju pëlqen më shumë?
  a) pranvera; b) vera; c) vjeshta; d) dimri.

2. Shkruani një pyetje për një anketë mbi llojin e picës që preferojnë shokët e klasës.

3. Kryeni me nxënësit e klasës këto anketa:
a) Cili lloj sporti u pëlqen më shumë nxënësve të klasës suaj?
b) Cili lloj zhanri letrar u pëlqen më shumë nxënësve të klasës suaj?

4. Realizoni një studim për temperaturat më të larta ditore në qytetin tuaj, për një periudhë njëmujore. Rezultatet pasqyrojini në një diagram me shtylla. Nxirrni përfundime për mesataren e temperaturës më të lartë.

USHTRIME

1 Në stinën e verës, nxënësit shkojnë për pushime. Ana pyeti shokët e klasës së saj se ku do të shkonin dhe plotësoi këtë tabelë.

Vendi i pushimeve	Plazh	Mal	Fshat	Jashtë shtetit
Numri i nxënësve	12	8	10	5

a) Përgjigjuni pyetjeve:
- Në cilin vend do të shkonin më shumë nxënës? Po më pak?
- Sa nxënës ka klasa gjithsej?

b) Ndërtoni një diagram me të dhënat e tabelës.

2 Një bukëpjekës vizaton një diagram me shtylla për të paraqitur numrin e bukëve që ka shitur. Për çdo 10 bukë të shitura, ai vizaton një shtyllë me 4 cm lartësi. Për tri ditët e para të javës, shitjet janë paraqitur në këtë tabelë.

Ditët	E hënë	E martë	E mërkurë
Numri i bukëve	40	25	30

a) Të enjten, ai shiti 8 bukë; kurse të premten, 12 bukë. Sa do të jenë lartësitë e shtyllave përkatëse të diagramit?

b) Të shtunën, ai vizatoi në diagram një shtyllë 20 cm. Sa bukë u shitën të shtunën? Ndërtoni diagramin me të dhënat e tabelës.

3 Nxënësit e klasës VI shkuan në një park. Ata kërkuan të vërenin insekte, duke bërë shënime siç tregohet më poshtë:

Nusepashke	Flutura	Bletë	Brumbuj
I I I I I	I I	I I I I	I I I

a) Përgjigjuni pyetjeve:
- Sa insekte kanë parë nga secili lloj?
- Krahasoni numrin e fluturave me të brumbujve.
- Sa insekte kanë parë gjithsej?

b) Ndërtoni diagramin me të dhënat e tabelës.

4 Në periudhën 1-10 shkurt u mat temperatura më e lartë ditore. Të dhënat janë paraqitur në tabelë:

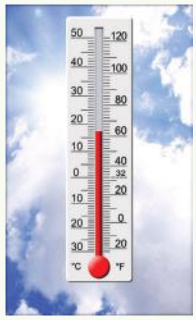
Data	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura	10°C	8°C	6°C	6°C	7°C	9°C	10°C	12°C	12°C	10°C

a) Përgjigjuni pyetjeve:
- Cila është temperatura më e ulët që është matur?
- Cila është temperatura më e lartë që është matur?
- Sa është ndryshimi midis temperaturës më të lartë dhe asaj më të ulët?

b) Ndërtoni diagramin me të dhënat e tabelës.

13.5 Mesataret

A Kërkoni dhe zbuloni



Agimi mati temperaturën më të lartë të ditës për një javë. Gjatë matjeve, ai mori përkatësisht vlerat: 30ºC; 32ºC; 29ºC; 27ºC; 30ºC; 33ºC; 35ºC. Gjeni temperaturën mesatare të javës.

B Vrojtoni dhe mësoni

Për të lexuar e komentuar të dhënat statistikore, është e udhës të përdoren disa karakteristika numerike.

I. Mesorja (**mediana**) është vlera që i ndan të gjitha të dhënat e gjetura "më dysh", kur ato janë radhitur nga më e vogla deri te më e madhja. Kur numri i të dhënave është i vogël dhe ato nuk grupohen, për të gjetur medianën, të dhënat radhiten sipas rritjes. Kur vargu ka një numër tek vlerash, mesorja është vlera e mesit. Kur vargu ka një numër çift vlerash, mediana përcaktohet nga dy vlerat e mesit: çdo vlerë midis tyre mund të merret si medianë. Zakonisht merret gjysmëshuma e tyre.
Në shembullin e mësipërm, vlerat e temperaturave renditen: 27ºC; 29ºC; 30ºC; 30ºC; 32ºC; 33ºC; 35ºC. Vlera e mesit është e katërta: 30 gradë.
Për të gjetur medianën e të dhënave: 4,5; 4; 5; 6; 5,5; 6, në fillim i radhitim ato sipas rritjes: 4; 4,5; 5; 5,5; 6; 6. Vlera e mesit është midis 5 dhe 5,5. Atëherë, medianën e marrim të barabartë me gjysmëshumën e tyre: 5,25.

II. Mesatarja aritmetike
Në testimet e historisë, gjatë një viti, nxënësi A mori pjesë në 9 testime dhe u vlerësua me notat 1; 2; 3; 4; 3; 4; 3; 3; 4, ndërsa nxënësi B në 7 testime mori notat 2; 2; 3; 4; 3; 4; 4. Cili prej këtyre nxënësve është më i suksesshëm?
Përgjigjja e kësaj pyetjeje nuk mund të jepet menjëherë, vetëm duke vrojtuar notat, por duke i analizuar ato. Për këtë përdoret "mesatarja", e cila është mesatarja aritmetike e të gjitha notave të marra dhe gjendet me formulën:

$$\text{Nota mesatare} = \frac{\text{Shuma e notave që ka marrë nxënësi}}{\text{Numri i notave}}$$

Mesatare (aritmetike) e të dhënave $x_1, x_2, \dots, x_n$ është numri $\dfrac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
Në rastin e shqyrtuar më sipër, kemi:

$$\text{Për nxënësin A}: \text{Nota}_{\text{mes.}} = \frac{1+2+3+4+3+4+3+3+4}{9} = 3$$

$$\text{Për nxënësin B}: \text{Nota}_{\text{mes.}} = \frac{2+2+3+4+3+4+4}{7} = 3$$

III. Moda
Le të vrojtojmë edhe njëherë notat e secilit nxënës.
Notat e nxënësit A: 1; 2; 3; 4; 3; 4; 3; 3; 4.
Notat e nxënësit B: 2; 2; 3; 4; 3; 4; 4.

Vëmë re se nota që përsëritet më shumë për nxënësin A është nota 3, ndërsa për nxënësin B është nota 4. Këto janë notat me denduriné më të madhe dhe quhen **modë**. Pra, modë quhet vlera që ndeshet më shpesh. Shpërndarja mund të ketë edhe 2 moda, p.sh. 3; 5; 4; 4; 3; 6; 7.

IV. Amplitudë (rang) quhet ndryshimi ndërmjet vlerës më të madhe dhe vlerës më të vogël. Në rastin e nxënësit A, ajo është 4 – 1 = 3, ndërsa në rastin e nxënësit B, është 4 – 2 = 2.

Nxënësi B ka modën më të madhe dhe një amplitudë më të vogël. Tani, mund të themi që nxënësi B ka rezultate më të larta.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Jepet shpërndarja: 3; 6; 8; 4; 4; 5; 10; 7; 6.
Gjeni modën, mesoren, mesataren dhe amplitudën.

2. Në tabelë jepet shpërndarja.

Tipari	0	1	2	3	4	5
Denduria	5	8	6	10	5	2

Gjeni modën, medianën, mesataren dhe amplitudën.

3. Një grup nxënësish të klasës VI njehsuan vëllimin e kuboidëve që kishin ndërtuar vetë. Të dhënat në cm^3 janë: 60; 27; 54; 64; 60; 120; 27; 120; 60; 60.
Përcaktoni modën, medianën dhe mesataren aritmetike të vargut.

USHTRIME

1 Në një fshat, u numërua numri i personave për secilën familje dhe u hartua tabela:

Numri i fëmijëve	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Numri i familjeve	7	12	8	5	11	10	14	8	1

Gjeni modën, medianën, mesataren dhe amplitudën.

2 Në tabelë janë shënuar rezultatet e nxënësve të shkollës në një testim:

Pikët	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60
Numri i nxënësve	7	13	15	40	25	20

a) Sa është numri i pikëve të fituara mesatarisht nga secili nxënës?
b) Gjeni modën.

3 Jepet popullimi i ngjyrave: blu, e verdhë, blu, e zezë, e zezë, e kuqe, blu, e verdhë e bardhë. Cila është moda?

4 Në një studim të bërë me 15 familje, për numrin e pjestarëve në to, u morën këto të dhëna: 3; 2; 4; 3; 5; 7; 7; 6; 5; 4; 3; 2; 2; 6; 5.
a) Gjeni mesataren e numrit të pjestarëve në familje.
b) Gjeni modën.
c) Gjeni medianën.

13.6 Kuptimi i probabilitetit

A Kërkoni dhe zbuloni

Bashkëbisedoni me shokët.

a) A do të bjerë shi nesër?

b) Nëse hidhni një zar, cili numër do t'ju bjerë?

c) Nga një kuti me tri gogla të kuqe, dy të verdha dhe pesë të zeza, tërhiqet rastësisht njëra prej tyre. Çfarë ngjyre mendoni se ka gogla e marrë?

B Vrojtoni dhe mësoni

Ne shpesh dëgjojmë dhe përdorim shprehje të tilla si: "kjo është e mundur", "kjo është e pamundur", "kjo do të ndodhë patjetër", "kjo ka pak mundësi të ndodhë", "kjo ka shumë mundësi të ndodhë". Shprehje të tilla, zakonisht, i përdorim kur bëhet fjalë për mundësinë e ndodhjes së një ngjarjeje, e cila në kushte të caktuara, mund të ndodhë apo mund të mos ndodhë. Ngjarje të tilla quhen **të rastit**.

Shembulli 1

Në një kuti ndodhen 5 karamele të njëjta, katër të mbështjella me letër të kuqe dhe një e mbështjellë me letër të bardhë.
Pa e parë kutinë, nxjerrim rastësisht njërën karamele. A mund të themi pa e parë, ç'ngjyrë ka letra mbështjellëse? Natyrisht që jo.
Gjatë kryerjes një herë të kësaj veprimtarie mund të nxirret cilado nga karamelet. Pra, kjo veprimtari ka pesë rezultate të mundshme. Meqë karamelet janë njëlloj, të pesë rezultatet janë njëlloj të mundshme. Por meqenëse katër rezultate japin nxjerrje karamelesh të kuqe dhe vetëm njëra të bardhë, themi që nxjerrja e një karameleje të kuqe është më e mundshme (ka më shumë mundësi që të ndodhë).

Shembulli 2

Shqyrtojmë veprimin e hedhjes së shortit me një monedhë.
Kemi dy rezultate të mundshme: rënia e kokës (ose e stemës); rënia e numrit.
Këto dy rezultate janë njësoj të mundshme. Në një hedhje të caktuar, ne nuk mund të përcaktojmë dot që më parë se ç'do të bjerë. Por kur ky veprim (hedhja e shortit) përsëritet një numër të madh herësh, është e natyrshme të presim që numri i herëve kur bie kokë të jetë afërsisht i barabartë me numrin e herëve kur bie ana tjetër, d.m.th. afërsisht sa $\frac{1}{2}$ e numrit të përgjithshëm të herëve të hedhjes.

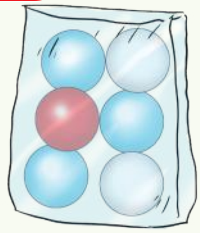
Ky numër $\frac{1}{2}$, që shërben si masë për mundësinë e ndodhjes së një ngjarjeje të caktuar (rënies së stemës), quhet **probabilitet** i kësaj ngjarjeje.

Shembulli 3

Eksperimentimi që do të shqyrtojmë është hedhja me rrokullisje e një zari kubik, në faqet e të cilit janë shënuar, nëpërmjet pikave, numrat 1, 2, 3, 4, 5, 6 (si te loja "Mos u nxeh"). Kemi 6 rezultate të mundshme, që janë njëlloj të mundshme.
Ngjarja "të bjerë numër më i vogël se 3" ka 2 rezultate të mundshme (rënien e faqes me numër 1, rënien e faqes me numër 2).

Është e natyrshme të pritet që kur bëhet një numër i madh hedhjesh, afërsisht në $-$ e herëve, kjo ngjarje të ndodhë. Themi që probabiliteti i kësaj ngjarjeje është $\frac{2}{6}$.

C Ushtrohuni duke zbatuar



1. Në hedhjen e zarit kubik, sa është probabiliteti i ngjarjes:
a) “bie numri 5”? b) “ bie numri 3”? c) “bie numër çift”?

2. Në hedhjen e zarit kubik, sa është probabiliteti i ngjarjes:
a) bie numri 1? b) bie numër tek? c) bie numër më i madh se 2?

3. Është dhënë fjala PRISHTINA. Zgjedhim rastësisht një prej shkronjave të saj. Sa është probabiliteti i ngjarjes:
a) zgjidhet shkronja P? b) zgjidhet shkronja I? c) zgjidhet bashkëtingëllore?

4. Në një qese janë futur 5 sfera me ngjyra të ndryshme: dy të bardha; një e kuqe; dy të kaltra. Tërheqim rastësisht një sferë, pa e parë qesen. Sa është probabiliteti i ngjarjes që të dalë sferë:
a) e bardhë? b) e kuqe? c) e kaltër? d) e kuqe ose e kaltër?

USHTRIME

1 Në një klasë ka 30 nxënës, nga të cilët 15 janë vajza. Pyetet në mësim, rastësisht, një nxënës. Sa është probabiliteti i ngjarjes, që nxënësi i pyetur të jetë:
a) djalë?
b) vajzë?
c) djalë ose vajzë?

2 Janë 10 bileta lotarie, shënuar me numrat nga 1 në 10. Tërhiqet rastësisht një biletë (pa parë numrin e saj). Sa është probabiliteti i ngjarjes, që bileta të ketë numrin:
a) 1? b) 15?
c) çift? d) shumëfish i numrit 3?

3 Në hedhjen e zarit kubik, a është e saktë të themi që kur bëjmë 10 hedhje, 5 herë do të dalë numër çift, meqë probabiliteti i kësaj ngjarje është $\frac{1}{2}$?

4 Në një tavolinë janë rreshtuar 20 teza provimi, me numrat nga 1 te 20, të kthyera përmbys. Tërheqim rastësisht një tezë. Sa është probabiliteti i ngjarjes, që teza të ketë numër:
a) 13? b) më të madh se 10?
c) çift? d) më të vogël se 5?

5 Tërheqim rastësisht një letër nga kutia e letrave. Gjeni probabilitetin që letra e tërhequr të jetë:
a) me numër 7 ose 9;
b) me mbretin ose mbretëreshen;
c) me numër nga 4 deri më 9 spathi.
a) me numrin 1.
Shprehni probabilitetin me përqindje.

13.7 Probabiliteti për ngjarjet me rezultate njëlloj të mundshme

A Kërkoni dhe zbuloni

Hedhim një zar kubik me 6 numra të lojës “Mos u nxeh”.

I. Cilat janë rezultatet e mundshme të kësaj prove?

II. A janë njëlloj të mundshme rezultatet: a) bie 2; b) bie 5; c) bie 6?

III. A ka rezultat tjetër veç rezultatit “Zari bie ose 1, ose 2, ose 3, ose 4, ose 5, ose 6”?

B Vrojtoni dhe mësoni

Ka rëndësi që në njëfarë mënyre të parashikojmë rezultatet e mundshme në ngjarje të caktuara. Për këtë duhet të kemi parasysh këto rregulla:

1) Cilat janë rezultatet e mundshme në një ngjarje të caktuar?
2) Këto rezultate, a janë njëlloj të mundshme?

   Mundësia e ndodhjes së një ngjarjeje të caktuar matet matematikisht me anën e një numri të quajtur probabilitet i ngjarjes.

Mbani mend:

Hapësirë e rezultateve të një ngjarjeje quhet bashkësia e të gjitha rezultateve të mundshme. Probabiliteti i një ngjarjeje është raporti i numrit $\underline{m}$ të rasteve që favorizojnë këtë ngjarje me numrin $\underline{n}$ të rezultateve të mundshme në hapësirën e rezultateve të ngjarjes. Pra $p = \frac{m}{n}$

Shembull

Hedhim zarin kubik. Të gjendet probabiliteti:

a) Zari bie 3.

Numri i rasteve të mundshme është 6. (Zari bie ose 1, ose 2, ose 3, ose 4, ose 5, ose 6).
Kemi $n = 6$. Rasti për të cilin interesohemi është vetëm 1 (zari bie 3). Shënojmë $m = 1$.

Kemi $p = \frac{m}{n} = \frac{1}{6}$.

b) Zari bie numër çift. Numra çift janë 2, 4, 6, gjithsej 3. Pra, $m = 3$ dhe $p = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

c) Zari bie 7. Në këtë rast, $m = 0$, sepse zari asnjëherë nuk mund të bjerë 7.

$$p = \frac{m}{n} = \frac{0}{6} = 0$$

Ngjarja me probabilitet të barabartë me zero quhet ngjarje e pamundur.

d) Zari bie numër natyror. Në këtë rast, $m = 6$, sepse numrat 1, 2, 3, 4, 5, 6 janë natyrorë dhe $p = \frac{m}{n} = \frac{6}{6} = 1$.

Ngjarja me probabilitet të barabartë me një, quhet ngjarje e sigurt.

Nga shembujt e mësipërm del qartë fakti që probabiliteti i një ngjarjeje është një numër ndërmjet 0 dhe 1. Shkruajmë $0 \le p \le 1$.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Në tri fletë të njëjta, Arbeni, Besniku dhe Mira kanë shkruar emrat dhe fletët i palosin. Arbeni tërheq njërën prej tyre. Përgjigjuni pyetjeve.
a) Cilat janë përfundimet e mundshme?
b) A janë ato njëlloj të mundshme?
c) Sa është probabiliteti që Arbeni të tërheqë fletën me emrin Besnik?
d) Sa është probabiliteti që Arbeni të mos tërheqë fletën e vet?
e) Sa është probabiliteti që Arbeni të mos tërheqë fletë me emrin e një djali?

2. Faqet e një kubi janë lyer me ngjyra të ndryshme. Tri të kuqe, dy jeshile dhe një e bardhë. E rrokullisim kubin. Sa është probabiliteti që të bjerë:
a) faqe e bardhë?
b) faqe jojeshile?
c) faqe e bardhë ose jeshile?

3. Në tabelë u shënuan muajt e lindjes të 40 nxënësve të klasës.

Muaji	Janar	Shkurt	Mars	Prill	Maj	Qersh.	Korr.	Gusht	Shtat.	Tet.	Nën	Dhj.
Djem	1	3	-	-	2	2	2	2	-	1	4	1
Vajza	1	2	-	3	2	1	5	3	1	1	2	1

Mësuesi ngre në mësim njërin prej tyre. Gjeni probabilitetin që:
a) nxënësi të ketë lindur në muajin qershor;
b) nxënësi të jetë djalë;
c) nxënësi të jetë vajzë që ka lindur në verë;
d) nxënësi të jetë djalë ose vajzë që nuk ka lindur në muajin mars.

USHTRIME

1 Shkronjat e fjalës TRYEZA i ndajmë njëra nga tjetra. Zgjedhim njërën prej tyre. Gjeni probabilitetin që:
a) shkronja e zgjedhur të jetë zanore;
b) shkronja e zgjedhur të jetë bashkëtingëllore;
c) shkronja e zgjedhur të jetë T ose Z.

2 Në 36 shkronjat e alfabetit zgjedhim njërën prej tyre. Gjeni probabilitetin që:
a) shkronja e zgjedhur të jetë zanore;
b) shkronja e zgjedhur të jetë bashkëtingëllore e shkruar me dy shkronja (p.sh. Zh);
c) shkronja e zgjedhur të ndodhet para shkronjës A.

3 Veçojmë nga njëra-tjetra shkronjat e fjalës MATEMATIKA. Zgjedhim njërën prej tyre. Gjeni probabilitetin që:
a) shkronja e zgjedhur të jetë zanore;
b) shkronja e zgjedhur të jetë bashkëtingëllore;
c) shkronja e zgjedhur të jetë zanore ose bashkëtingëllore.

13.8 Probabiliteti statistikor

A Kërkoni dhe zbuloni

Në një kuti shkrepësesh shënojmë me A, B, C faqet duke filluar nga faqja më e madhe deri te faqja më e vogël (fig. 13.10).

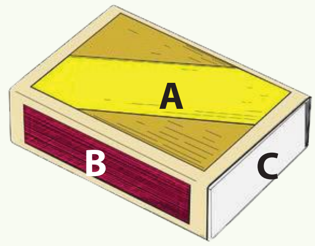


Fig.13.10

Hedhim kutinë dhe shqyrtojmë ngjarjet:
1) bie faqja A;
2) bie faqja B;
3) bie faqja C.

Nëse do të luanit lojën "Zgjidh faqen", cilën faqe do të zgjidhni?
Është e kuptueshme se tri ngjarjet e mësipërme "Bie faqja A"; "Bie faqja B" dhe "Bie faqja C" nuk janë njëlloj të mundshme. Pra, nuk është e saktë nëse themi që $p(A)=\frac{1}{3}; p(B)=\frac{1}{3}; p(C)=\frac{1}{3}$.

Rrjedhimisht, nëse përfundimet e një prove nuk janë njëlloj të mundshme, probabiliteti i ngjarjes nuk mund të gjendet si në rastin e hedhjes së monedhës apo zarit kubik. Atëherë, si mendoni se duhet të veproni?

B Vrojtoni dhe mësoni

Duke e hedhur 1000 herë kutinë e shkrepëseve që paraqitëm më lart dhe duke shënuar rezultatet e secilës hedhje, një nxënës ka ndërtuar këtë tabelë:

Faqja	Denduria	Denduria relative në %
A	884	88,4%
B	85	8,5%
C	31	3,1%

Duke gjykuar nga të dhënat e tabelës, arrijmë në përfundimin se afërsisht në 88% të rasteve kutia bie A, afërsisht në 9% të rasteve bie B; në rreth 3% të rasteve bie C.

Themi që $p(A)=\frac{884}{1000}$.

Pra, pikërisht dendurinë relative e quajmë probabilitet të ngjarjes A. Në dallim nga probabiliteti i ngjarjeve të mësimit të kaluar ky quhet **probabilitet statistikor.**

Nga tabela gjejmë që $p(B)=\frac{85}{1000}=0{,}085$ dhe $p(C)=\frac{31}{1000}=0{,}031$.

Punë në grup

Nga këto rezultate, a mund të arrijmë në përfundimin se, nëse e hedhim kutinë 30 herë, ajo do të bjerë 26 herë A, 3 herë B dhe 1 herë C? Argumentoni përgjigjen.

Meqë në rastin e 1000 hedhjeve, numri i tyre është shumë i madh, pranohet se në rreth 1000 prova, 884 herë do të bjerë A. Ndërsa, në 10 prova, nuk është e saktë të thuhet se 8 apo 9 herë do të bjerë A. Në këtë rast, praktika tregon se mundësia më e madhe është të bjerë 10 herë A.

C Ushtrohuni duke zbatuar

1. Shënoni në fleta letre emrat e pjesëtarëve të familjes suaj. Përziejini fletët. Tërhiqni njërën prej tyre, shënoni emrin dhe vendoseni përsëri mbi tryezë. Përziejini përsëri letrat dhe tërhiqni njërën. Realizojeni këtë provë disa herë (sa më shumë, p.sh. 100 apo 200 herë). Plotësoni një tabelë se sa herë doli secili emër. Çfarë vini re? Diskutoni dhe bëni krahasimin me dendurinë relative sipas shembullit të tekstit.

2. Hidhni një kub 100 herë dhe plotësoni tabelën:

Numri	1	2	3	4	5	6
Denduria						
Denduria relative						

Duke u bazuar në të dhënat e tabelës, përgjigjuni pyetjeve:

a) Sa është probabiliteti që të bjerë 4?

b) Sa është probabiliteti që të bjerë numër tek?

c) Sa është probabiliteti që të bjerë numër më i madh se 5?

d) Sa është probabiliteti që të bjerë numër më i vogël se 3?

e) Sa është probabiliteti që të bjerë numri 8?

USHTRIME

1 Një lagje ka 52 shtëpi, me numra nga 1-52. Njëra nga këto shtëpi është në shitje. Gjeni probabilitetin që:

a) shtëpia në shitje të ketë shifrën 5 në numrin e saj;

b) shtëpia në shitje të jetë me numrin 30;

c) shtëpia në shitje të jetë me numër çift;

d) shtëpia në shitje të ketë numrin 64.

2 Realizoni 100 hedhje të kutisë së shkrepëses dhe hartoni një tabelë të ngjashme me atë të shembullit të mësimit. Krahasoni denduritë për rëniet e faqeve A, B dhe C me atë të mësimit. Diskutoni.

3 Në një kuti kemi 25 karta, ku secila kartë është shënuar me numrat nga 1 deri në 25, pa i përsëritur ato. Sa është probabilititeti që karta e tërhequr të jetë:

a) numri 7?

b) një numër më i madh se 20?

c) një shumëfish i numrit 5?

d) një numër i thjeshtë?

e) një numër jo shumëfish i numrit 7?

13.9 Çfarë mësuam (përsëritje)

Tashmë kemi mësuar	*Provoni të zgjidhni*
Popullimi, individi dhe tipari në një problem statistikor:	1. Dalloni popullimin, individin dhe tiparin: a) gjatë studimit të numrit të votuesve në një qendër votimi; b) gjatë studimit të numrit të popullsisë në vendet e Ballkanit.
Leximi dhe interpretimi i të dhënave të marra nga një pyetësor apo eksperiment:	2. Në periudhën 1-10 shkurt u mat temperatura më e lartë ditore: 10°C; 8°C; 6°C; 6°C; 7°C; 9°C; 10°C; 12°C; 12°C; 10°C. a) Cila është temperatura më e lartë? Po më e ulët? b) Në sa ditë është regjistruar temperatura më e lartë? Po më e ulta? c) Paraqitini të dhënat me ndihmën e një piktogrami.
Paraqitja e të dhënave me tabelë dhe gjetja e dendurisë në një problem statistikor:	3. a) Paraqitni të dhënat e ushtrimit të mësipërm në tabelë. Gjeni denduritë. b) Ndërtoni një diagram me shtylla, për të paraqitur të dhënat.
Llogaritja e modës, medianës dhe mesatares aritmetike në disa të dhëna:	4. Në provimin e Matematikës nxënësit e klasave VI_A dhe VI_B morën notat e mëposhtme: Klasa VI_A (20 nxënës): 2, 2, 3, 3, 4, 3, 1, 4, 5, 4, 3, 4, 4, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 5. Klasa VI_B (25 nxënës): 2, 2, 3, 3, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 3, 2, 2, 1, 3, 4, 4, 3, 4, 4, 1, 1, 2. a) Gjeni modën, medianën dhe mesataren e secilës klasë. b) Sa nxënës të klasës VI_A morën notë mbi mesataren? c) Sa nxënës të klasës VI_B morën notë nën mesataren?

Ngjarja e mundshme, e sigurt dhe e pamundur:	5. Përdorni një nga fjalët për të treguar mundësinë që kanë për të ndodhur ngjarjet e mëposhtme: “e pamundur”, “ka pak mundësi”, “ka mundësi” ose “e sigurt”. a) Do të bjerë borë në Prishtinë këtë verë. b) Në një pako me biskota nuk ka biskota të thyera. c) Njerëzit janë në gjendje të fluturojnë. d) Nesër do të bjerë shi. e) Dita e nesërme ka 24 orë.
Probabiliteti i një ngjarjeje dhe njehsimi i tij. Sa është probabiliteti i një ngjarjeje: a) të sigurt; b) të pamundur; c) të mundshme.	6. Në një kuti janë futur topa pingpongu me ngjyra të ndryshme. 5 të kuq, 3 të bardhë, 4 të zinj dhe 2 jeshilë. Kutia ka një vrimë ku mund të futet dora për të marrë një top, por pa e parë ngjyrën e tij. Futim dorën dhe marrim një top. Sa është probabiliteti që: a) topi të jetë i bardhë? b) topi të mos jetë i zi? c) topi të jetë i bardhë ose jeshil, ose i zi?
Zgjidhja e problemave në jetën e përditshme, duke përdorur statistikën dhe probabilitetin.	7. Mesatarja e peshës për një familje me 6 persona është 72 kg. A mund të hipin ata të gjithë në një ashensor me kapacitet 420 kg? 8. Nëse hedhim një zar kubik, cila është mundësia që të marrim: a) një numër të thjeshtë; b) një numër faktor i numrit 6; c) një numër çift; d) një numër më të vogël se 5; e) numrin 7; f) një numër dyshifror; g) një numër natyror më të vogël se numri 7.

13.10 Vlerësim

Koha: 45 minuta

1 Në tabelë jepet përqindja e sipërfaqes që zënë kontinentet:

Azia	Afrika	Australia	Amerika e Veriut	Amerika e Jugut	Europa	Antarktida
30%	20%	5%	16%	12%	7%	10%

Paraqiteni këtë tabelë me diagram me shtylla. **(3 pikë)**

2 Jepet shpërndarja: 3, 6, 8, 4, 4, 5, 10, 7, 6.
Gjeni modën, medianën, mesataren dhe amplitudën. **(3 pikë)**

3 Jepet shpërndarja:

Tipari	2 m	4 m	3 m	5 m	6 m	8 m
Denduria	5	8	6	10	5	2

Gjeni modën, medianën, mesataren dhe amplitudën. **(3 pikë)**

4 Mesatarja aritmetike e 7 numrave është 30 dhe e tre numrave të tjerë është 25. Sa është mesatarja aritmetike e 10 numrave së bashku? **(3 pikë)**

5 Klasa ka 25 nxënës, nga të cilët 20 janë djem. Në një testim, mesatarja e djemve të klasës është 86 pikë. Sa duhet të jetë mesatarja e vajzave të klasës, në mënyrë që mesatarja e klasës të jetë 88 pikë? **(3 pikë)**

6 Jepen numrat 3, 7, 10, 12. Cili numër duhet të shtohet në fund në mënyrë që:
a) moda e 5 numrave të jetë 10;
b) mediana e të 5 numrave të jetë 10;
c) mesatarja e të 5 numrave të jetë 10. **(3 pikë)**

7 Në një klub sportiv, 15 nxënës luajnë futboll, 3 shah, 10 basketboll, 4 pingpong, 8 volejboll. Paraqitni këto të dhëna me diagram me shtylla. **(3 pikë)**

8 Në një kuti janë vendosur 5 karamele të bardha, 3 karamele të kuqe, 7 karamele të verdha. Tërheqim rastësisht një karamele. Sa është probabiliteti që:
a) të bjerë karamele e bardhë?
b) të bjerë karamele jo e kuqe?
c) të bjerë karamele e kuqe ose e bardhë? **(3 pikë)**

9 Shkronjat e fjalës LIBRA i ndajmë njëra nga tjetra. Zgjedhim njërën prej tyre. Gjeni probabilitetin që:
a) shkronja e zgjedhur të jetë zanore;
b) shkronja e zgjedhur të jetë A;
c) shkronja e zgjedhur të jetë L ose B. **(3 pikë)**

10 Një qendër shëndetësore shqyrtoi 1000 fëmijë të qytetit dhe evidentoi ata që përdorin syze. Për këtë qëllim u hartua tabela:

Fëmijë me syze	Fëmijë pa syze
85	915

a) Shkolla juaj ka 600 nxënës, a mund të parashikoni afërsisht sa janë me syze?
b) Nëse i gjithë qyteti ka 7000 fëmijë, sa prej tyre kanë nevojë për syze? **(3 pikë)**

FJALOR

Në këtë fjalor, fjalët e reja janë vendosur sipas krerëve dhe radhitjes që haset nga nxënësit gjatë punës me tekstin mësimor.

Kreu 1

- **Mbledhorë** quhen numrat që mblidhen.
- **Shumë** quhet numri që merret nga mbledhja.
- **Zbritje** quhet veprimi, me anën e të cilit gjejmë një mbledhor, kur njohim shumën dhe mbledhorin tjetër, **i zbritshëm** quhet numri nga i cili zbresim, **zbritës** quhet numri që zbresim.
- **Ndryshim** quhet rezultati i veprimit të zbritjes.
- **Vlerë e shprehjes numerike** quhet numri që merret si rezultat i kryerjes së të gjitha veprimeve, të treguara në shprehjen numerike.
- **Shprehje shkronjore** quhet shprehja që merret nga numrat dhe shkronjat duke përdorur shenjat e veprimeve aritmetike dhe kllapat.

Kreu 2

- **Prodhim *ab*** quhet shuma e a mbledhorëve, secili prej të cilëve është b. Vetë numrat a dhe b quhen **faktorë**.
- Në barazimin $a : b = c$, numri a është i **pjesëtueshmi**, numri b është **pjesëtuesi**, numri c është **herësi**.
- **Shumëfish** i një numri quhet çdo numër që merret duke e shumëzuar atë me numër natyror.
- **Faktor** *i* një numri quhet çdo numër natyror me të cilin ai plotpjesëtohet (pjesëtohet pa mbetje).
- **Numër i thjeshtë (prim)** quhet numri që ka vetëm dy faktorë të ndryshëm.
- **Numër i përbërë** quhet numri që ka më shumë se dy faktorë të ndryshëm.

Kreu 3

- **Drejtëza** ka pafundësi pikash dhe zgjatet pa mbarim nga të dyja anët.
- **Gjysmëdrejtëz** quhet pjesa e drejtëzës që përmban një pikë O dhe pikat e drejtëzës nga e djathta (nga e majta) e saj.
- **Segment** quhet pjesa e drejtëzës që ndodhet ndërmjet dy pikave të saj. Segmenti me skaje A dhe B shënohet [AB] ose [BA].
- **Vijë e thyer** quhet vija e formuar nga disa segmente të njëpasnjëshme.
- **Gjatësi e segmentit** quhet numri që tregon se sa herë segmenti njësi përmbahet në segmentin e dhënë, shënohet AB.
- **Kënd** quhet figura që formohet nga dy gjysmëdrejtëza (rreze) që dalin nga e njëjta pikë. Kjo pikë quhet **kulm** i këndit; dy gjysmëdrejtëzat quhen **krahë** (**brinjët)** të këndit.
- **Kënde fqinje** quhen dy kënde që kanë kulmin O të përbashkët, njërën krah të përbashkët dhe dy krahët e tjerë në anë të ndryshme të këtij krahu.
- **Kënde kryqëzuese (të kundërta** në kulm) quhen dy kënde të tilla, për të cilat krahët e njërit janë gjysmëdrejtëza të kundërta me krahët e tjetrit.
- **Kënd 1 shkallë** është këndi sa pjesë e këndit të plotë. Shënohet 1^{o}.
- **Simetrale e këndit** quhet drejtëza me origjinë në kulmin e këndit, e cila e ndan atë në dy pjesë të barabarta.
- **Simetrale (përmesore) e segmentit [AB]** quhet drejtëza që kalon nga mesi i segmentit dhe është normale me drejtëzën (AB).

- **Largesë e pikës A nga drejtëza *d*** quhet gjatësia AO e segmentit të normales së hequr nga kjo pikë mbi drejtëzën *d*.

Kreu 4

- **Thyesë e rregullt** është thyesa me numërues më të vogël se emëruesi.
- **Thyesë e parregullt** është thyesa me numërues më të madh se emëruesi.
- **Thyesë e pathjeshtueshme** quhet thyesa ku numëruesi dhe emëruesi nuk kanë pjesëtues të përbashkët.
- **Numër i përzier** quhet shuma $a+\frac{b}{c}=a\frac{b}{c}$, ku a, b, c janë numra natyrorë dhe $b < c$.
- **Thyesë e anasjellë e thyesës** $\frac{a}{b}$ quhet thyesa $\frac{b}{a}$**.**

Kreu 5

- **Shumëkëndësh** është figura që përbëhet nga një vijë e thyer e mbyllur, që nuk pret veten e saj.
- **Sipërfaqe shumëkëndëshe** quhet bashkësia e pikave të planit që ndodhet brenda shumëkëndëshit ose në brinjët e tij.
- **Diagonale e shumëkëndëshit** quhet segmenti që bashkon dy kulme të shumëkëndëshit që nuk janë fqinje.
- **Perimetri i shumëkëndëshit** është shuma e gjatësive të brinjëve të tij.
- **Shumëkëndësh i rregullt** quhet shumëkëndëshi që ai i ka të gjitha brinjët të barabarta dhe të gjitha këndet të barabarta.
- **Trekëndësh** është shumëkëndëshi që ka tri brinjë (tri kulme, tri kënde).
- **Trekëndësh barabrinjës** është trekëndëshi që ka tri brinjë të barabarta .
- **Trekëndësh barakrahës** është trekëndëshi që ka dy brinjë të barabarta.
- **Trekëndësh kënddrejtë** është trekëndëshi që ka një kënd të drejtë.
- **Trapez** quhet katërkëndëshi që ka vetëm një çift brinjësh të kundërta paralele.
- **Trapez barakrahës** quhet trapezi që ka brinjët joparalele të barabarta.
- **Paralelogram** quhet katërkëndëshi që i ka brinjët e kundërta dy e nga dy paralele.
- **Drejtkëndësh** quhet paralelogrami që ka një kënd të drejtë.
- **Romb** quhet paralelogrami që ka dy brinjë të njëpasnjëshme të barabarta.
- **Katror** quhet rombi që ka një kënd të drejtë.
- **Rrethi** është bashkësia e pikave në rrafsh, të baraslarguara nga e njëjta pikë fikse O. Kjo pikë quhet **qendër** e rrethit.
- **Qark** quhet bashkësia e pikave të planit që ndodhet brenda një rrethi ose në vetë rrethin.
- **Korda (sekante)** është segmenti që bashkon dy pika të rrethit.
- **Diametër** i rrethit quhet korda që kalon nga qendra e rrethit.

Kreu 6

- **Thyesë dhjetore** quhet thyesa që e ka emëruesin 10, 100, 1000 etj.
- **Numër dhjetor** është numri që ka **pjesën e plotë** dhe, të ndarë me presje prej saj, **pjesën dhjetore**.
- **"Një për qind"** është thyesa $\frac{1}{100}$, që shënohet "1%" **.**

Kreu 7

- **Matje e një madhësie** është krahasimi i saj me një madhësi të të njëjtit lloj, të zgjedhur si njësi.

- **Masë e madhësisë** është numri që tregon sa herë përmbahet njësia e zgjedhur në këtë madhësi.
- **Metri** është njësia bazë për matjen e gjatësisë (shënohet m).
- **Metri katror** është njësia bazë për matjen e syprinave, shënohet m^2.
- **1 dynym** = 1000 m^2; **1 hektar** = 10 000 m^2.
- **Njësi e vëllimit** është vëllimi i kubit që e ka brinjën sa njësia e gjatësisë. 1 m^3; 1 km^3 etj.

Kreu 8

- **Numra të plotë pozitivë** janë numrat natyrorë 1, 2, 3, 4... që shënohen ndryshe +1, +2, +3 etj.
- **Numra të plotë negativë** janë numrat –1, –2, –3, –4 etj.
- **Numra të kundërt të njëri-tjetrit** janë numrat n dhe $-n$, ku n është numër natyror.
- **Numra të plotë** janë numrat natyrorë, numrat e plotë negativë dhe numri zero. Bashkësia e numrave të plotë shënohet me shkronjën Z.

Kreu 9

- **Shprehje shkronjore** janë shprehjet që formohen nga numra e shkronja të lidhura me shenjat e veprimeve aritmetike dhe kllapat.
- **Kufiza të ngjashme quhen** kufizat e shprehjes që kanë të njëjtën pjesë shkronjore.
- **Barazimi numerik** formohet duke lidhur dy numra ose dy shprehje numerike me shenjën “=”.
- **Ekuacion** quhet barazimi shkronjor (me ndryshore), për të cilin kërkohet vlera e shkronjës (ndryshores), që e kthen atë në barazim numerik të vërtetë.
- **Rrënjë (zgjidhje) e ekuacionit** quhet vlera e shkronjës (ndryshores), që e kthen atë në barazim numerik të vërtetë.
- **Mosbarazimi numerik** formohet nga dy numra ose dy shprehje numerike, të lidhura midis tyre me shenjën > (më e madhe) ose < (më e vogël).
- **Inekuacion** quhet mosbarazimi me një ndryshore, për të cilin kërkohen vlerat e ndryshores që e vërtetojnë atë (e kthejnë në mosbarazim numerik të vërtetë me të njëjtin kah). Çdo vlerë e tillë e ndryshores quhet **zgjidhje e inekuacionit**.

Kreu 10

- **Kilogrami** është njësia bazë për matjen e masës. Shënohet 1 kg.
- **Sekonda** është njësia bazë e matjes së kohës. Shënohet sek.
- **1 minutë** (shënohet 1 min.) = 60 sekonda
- **1 orë** (shënohet 1 h) = 60 minuta
- **Ditë-nata** ka 24 orë (shkurt thuhet **dita**).
- **Nxënësi** e një ene quhet sasia e lëngut që përmban ena.
- **litri** (shënohet l) është njësia themelore e nxënësisë.

Kreu 11

- **Rrafsh koordinativ** është rrafshi ku janë marrë dy boshte koordinative $x'x$ dhe $y'y$ normale njëri me tjetrin, me origjinë të përbashkët pikën e prerjes së tyre O dhe me të njëjtën njësi gjatësie. Pikën O e quajmë **origjinë të koordinatave**. Boshtin horizontal $x'x$ e quajmë **bosht të abshisave**, kurse boshtin vertikal $y'y$ e quajmë **bosht të ordinatave**.
- **Shumëfaqësha** quhen trupat, sipërfaqja e të cilëve përbëhet nga pjesë të sheshta (të rrafshëta), kubi, kuboidi, prizmi, piramida janë shumëfaqësha.

Kreu 12

- **Bashkësia** është përcaktuar (ose është dhënë), kur për çdo objekt ne mund të dallojmë me siguri nëse i përket apo nuk i përket bashkësisë.
- **Ndryshore që përshkon bashkësinë** është shkronja që përdoret për t'i paraqitur elementet e bashkësisë, kur ata nuk i tregojmë dot një për një. Në vend të kësaj shkronje, mund të vihet cilido prej elementeve të bashkësisë. Secili nga elementet e bashkësisë quhet **vlerë e kësaj ndryshoreje**.
- **Funksion të bashkësisë A në bashkësinë B** kemi nëse çdo elementi të bashkësisë A, i shoqërohet një element i vetëm i bashkësisë B**.** Përdoret shënimi "$f : A \to B$".
- Bashkësia A quhet **bashkësia e përcaktimit të funksionit (domena e funksionit),** kurse bashkësia B quhet **bashkësia e vlerave te funksionit (kodomena)**.
- Nëse elementi $a \in A$ shoqërohet me elementin $b \in B$, duke formuar dyshen e renditur (a, b), atëherë numri b quhet **vlerë e funksionit** të shqyrtuar për $x = a$ dhe shënohet $f(a)$.
- **Grafik i funksionit** $f : A \to B$ **:** quhet bashkësia e pikave të rrafshit koordinativ xOy, të cilat kanë si abshisë elementë të A dhe si ordinatë vlerën përgjegjëse të funksionit.

Kreu 13

- **Mesorja** (**mediana**) është vlera e mesit e një vargu statistikor kur kufizat e tij janë radhitur nga më e vogla deri te më e madhja.
- **Mesatare (aritmetike)** e vargut të të dhënave $x_1, x_2, \dots, x_n$ quhet numri $\dfrac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
- **Modë** quhet vlera e vargut statistikor që ndeshet më shpesh. Ajo ka dendurinë më të madhe.
- **Amplitudë** quhet ndryshimi ndërmjet vlerës më të madhe dhe vlerës më të vogël në vargun statistikor.
- **Ngjarje e rastit** është ngjarja, e cila në kushte të caktuara të njëjta mund të ndodhë apo mund të mos ndodhë.
- **Probabiliteti** është numri që shërben si masë për mundësinë e ndodhjes së një ngjarjeje të caktuar.
- **Hapësirë e rezultateve** të një ngjarjeje quhet **bashkësia e të gjithë rezultateve të mundshme.**
- **Ngjarje e pamundur** është ngjarja me probabilitet të barabartë me zero**.**
- **Ngjarje e sigurt** është ngjarja me probabilitet të barabartë me një.

REFERENCA

- Korniza kurrikulare e Arsimit Parauniversitar e Republikës së Kosovës (e rishikuar), Prishtinë, gusht 2016.
- Kurrikula bërthamë e arsimit të mesëm të ulët të Republikës së Kosovës, Prishtinë, gusht 2016.
- Kurrikula lëndore/programi mësimor për *Matematikën 6*, Prishtinë, 2019.
- Standarde për tekstet shkollore, Prishtinë, 2011.
- *Oxford International Math for Cambridge Secondary 1, Deborah Barton etc. Oxford University Press*, 2013.
- *Oxford International Primary, Maths 6, Anthony Cotton etc, Oxford University Press*, 2014.
- *Mathematiques "Triangle", Giselle Chapiron etc, editions Hatier*, Paris, 2013.
- *Maths 6 "Zephyr", Martin Lafon etc,editions Bordas*, Paris, 2014.
- *"Matematica e mondo reale A-B",Teresa Genovese etc, Lattes editori*, Torino, 2014.
- *Cap Maths, Manuel de l'élève,* Roland Charnay, Georges Combier, Marie-Paule Dussuc, *Dany Madier*, Paris, 2007.
- *Cap Maths, Guide de l'enseignant, Roland Charnay, Georges Combier, Marie-Paule Dussuc, Dany Madier,* Paris, 2010.
- *Macimillian Mathematics, Pupil's book, Paul Broadbent,* Paris, 2012.
- *Investigations in number, data and space, Cambridge,* MA, 2008.

BURIMET E FOTOGRAFIVE:

- *https://www.dreamstime.com/*
- *https://www.wikipedia.org/*

ISBN: 978-9951-843-14-0
9 789951 843140

Katalogimi në botim – (CIP)
Biblioteka Kombëtare e Kosovës "Pjetër Bogdani"

37.016:51(075.2)

Lulja, Edmond
Matematika 6 : për klasën e 6-të të arsimit 9-vjeçar / Edmond Lulja. - Prishtinë : Pegi, 2024. - 280 f. : ilustr. ; 20.7 x 29 cm

1. Tafani, Irena 2. Berisha, Artan 3. Baxhaku, Behar

ISBN 978-9951-843-14-0