

Edona Shasivari Arbnore Kursani

Libër për mësuesin

Matematika **12**



Librin për mësuesin mund ta shkarkoni në linkun: <https://www.botimepegi.al/>

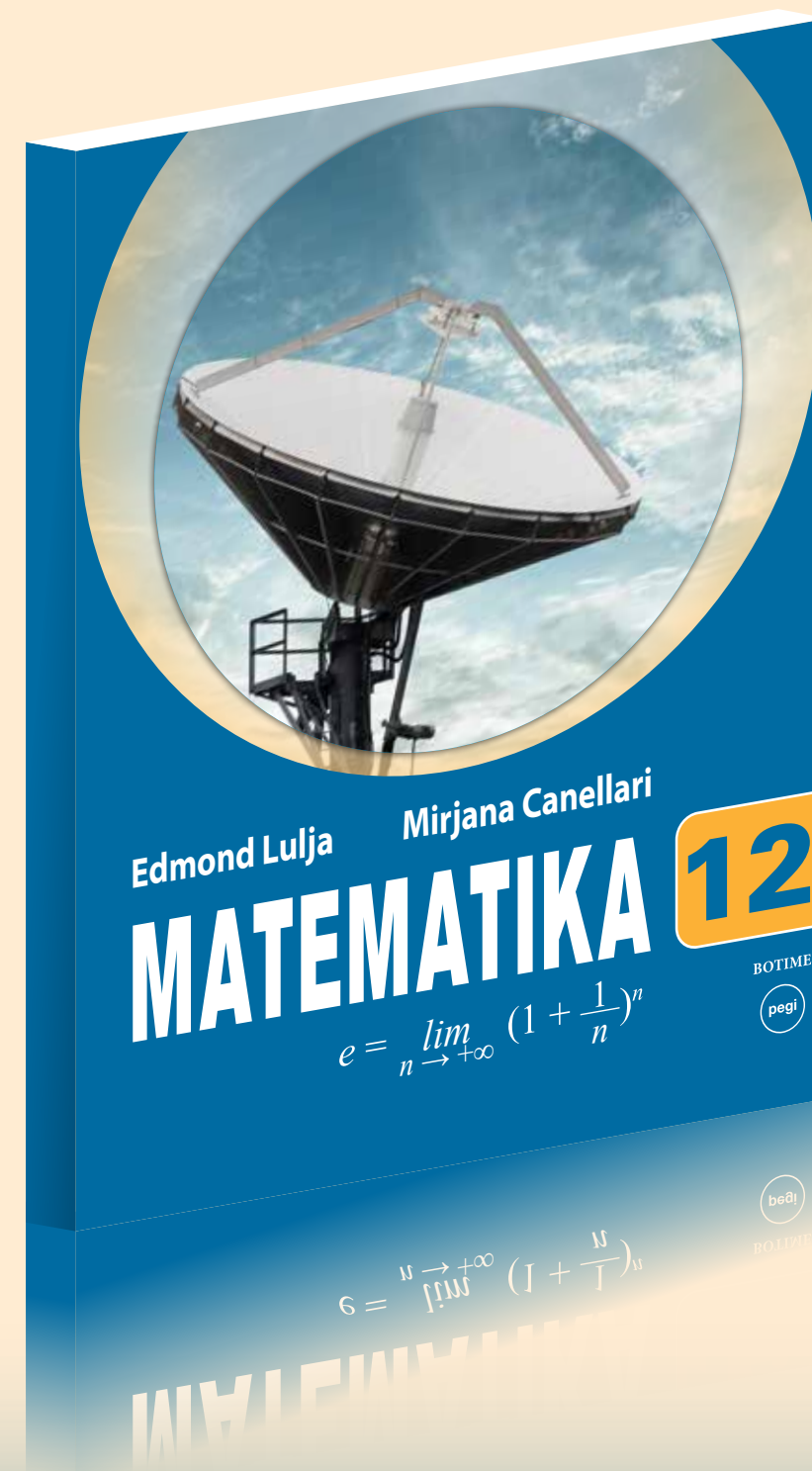
Libër për mësuesin

Matematika **12**

ISBN: 978-9951-786-61-4



9 789951 786614



BOTIME



Edona Shasivari

Arbnore Kursani

LIBËR PËR MËSUESIN MATEMATIKA 12

Për klasën e 12-të të arsimit të mesëm

BOTIME



Prishtinë, 2022



Lejohet për botim teksti shkollor për klasën e dymbëdhjetë, me vendim të
Ministrit të Arsimit, Shkencës, Teknologjisë dhe Inovacionit, nr. xxx, të datës xxx.

BOTIME



Drejtoi botimin: Arlinda RRUSHI

Recensentë të MASHTi-t: Faton Mazreku, Qëndresë Elshani Mazreku,

Njomza Dragusha

Korrektor: Beniamin SHURDHI

Paraqitja grafike: Elidor KRUJA

Kopertina: Elvis BEJTJA

Shtypi: Shtypshkronja Pegi, Lundër, Tiranë

ISBN: 978-9951-786-61-4

© Botime Pegi sh.p.k, dega në Kosovë, gusht 2022

Të gjitha të drejtat për këtë botim në gjuhën shqipe janë tërësisht të zotëruara
nga Botime Pegi shpk. Ndalohet çdo riprodhim, fotokopjim, përshtatje,
shfrytëzim ose çdo formë tjetër qarkullimi tregtar, pjesërisht ose tërësisht, pa
miratimin paraprak nga botuesi.

Botime Pegi: cel: +355 069 40 075 02;

e-mail: botimepegi@botimepegi.al; web: www.botimepegi.al

Spektori i shpërndarjes: cel: +355 069 20 267 73; 069 40 106 88;

e-mail: marketing@botimepegi.al

Shtypshkronja Pegi: cel: +355 069 40 075 01;

e-mail: shtypshkronjapegi@yahoo.com

Përmbajtje

Hyrje	5
Plani vjetor	7
Plani dymujor: shtator – tetor	8
Plani dymujor: nëntor – dhjetor	15
Plani dymujor: janar-shkurt-mars	22
Plani dymujor: Prill-Maj	33
Modele të orës mësimore	37

Hyrje

Libri i mësuesit *Matematika 12*, drejtimi *Shkenca të natyrës*, ju vjen si një ndihmë për punën tuaj të përditshme në formën e një udhëzuesi dhe që është mbështetur në dokumentet bazë për Arsimin Parauniversitar të MASH-TI-t. Libri *Matematika 12* që është hartuar për nxënësit e klasës 12, do të jetë më kuptimplotë për ju, të dashur mësues/e, kur do të përdorni përkrah tij edhe *Librin e mësuesit*. Këtë libër do ta keni udhërrëfyes për punën tuaj gjatë vitit shkollor me të gjitha dokumentet bazë që i duhen një mësuesi/eje të Matematikës për planifikim, zbatim dhe vlerësim.

Një planifikim i mirë nuk do të thotë vetëm një letër më shumë në portofolin e mësuesit/es, por një skenar se si do të zhvillohet mësimdhënia, të nxënit, arritja e rezultateve të synuara dhe vlerësimi në klasë.

Në të do të gjeni: planin vjetor, planin dymujor, plane ditore. Të gjitha këto janë punuar në formatin e dhënë në Udhëzuesin praktik për zbatimin e Kurrikulës (fusha e kurrikulës Matematika).

Për ta pasur më të lehtë përdorimin dhe zbatimin në praktikë të planeve dhe materialeve të tjera, do t'u japim udhëzime dhe sqarime veç e veç për secilën nga to.

Plani vjetor

Plani vjetor është i ndarë në tri periudha, në të cilat janë shpërndarë temat që janë marrë nga libri bazë *Matematika 12*. Ndarja e periudhave është e përcaktuar me pushimet stinore të nxënësve. Plani vjetor përmban rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore, të cilat merren nga Kurrikula Bërthamë e Arsimit të Mesëm të Kosovës dhe përcaktohen duke u bazuar në temat që do të shtjellohen për një vit shkollor.

Plani dymujor

Planet dymujore janë vazhdimësi e planifikimit vjetor të fushës/lëndës së Matematikës. Në planin dymujor fillimisht përzgjidhen temat (nga plani vjetor), përcaktohen rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohet të arrihen gjatë shtjellimit të temave për këtë dymujorësh. Gjithashtu, ky planifikim përcakton dhe rezultatet e të nxënit të fushës kurrikulare të shkallës që synohet të arrihen për temat e përzgjedhura.

Në planin dymujor përfshihen edhe rezultatet e të nxënit për tema mësimore (nga plani lëndor), nga të cilat mësuesi/ja përcakton njësitë mësimore dhe orët për temën mësimore. Pjesë e planit dymujor janë edhe metodologjitë e mësimdhënies, metodologjia e vlerësimit, lidhja me lëndë të tjera mësimore dhe çështjet ndërkurrikulare e burimet. Të gjitha këto elemente të planit dymujor janë elemente që do t'i përdorim për planin ditor.

Për periudhën e parë janë planifikuar dy plane: Shtator-Tetor dhe Nëntor-Dhjetor, për periudhën e dytë: Janar-Shkurt dhe Mars, dhe për periudhën e tretë: Prill-Maj dhe Qershor.

Plani ditor

Plani i orës mësimore ka për qëllim që të gjitha planifikimet e mëhershme t'i bëjë të zbatueshme në punën me nxënësit në klasë dhe jashtë saj, brenda një ore mësimore. Plani ditor është rrjedhojë e planit vjetor, dymujor dhe javor.

Aspektet e përgjithshme të planit të orës mësimore janë:

Fusha dhe lënda kurrikulare

Shkalla e kurrikulës dhe klasa

Tema (nga plani dymujor)

Rezultatet e të nxënit të temës (nga plani dymujor)

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara)

Rezultatet e fushës kurrikulare (të synuara)

Aspektet specifike të orës mësimore janë:

Njësia mësimore (nga rezultati/et e të nxënit të temës)

Fjalët kyçe – Në planifikimet e orëve të punuara në këtë libër janë dhënë fjalët dhe togfjalëshat kyçë për secilën njësi mësimore.

Rezultatet e të nxënësve për orë mësimore – Këto përcaktohen nga mësuesi/ja dhe duhet të arrihen brenda një ore mësimore duke shtjelluar njësinë mësimore. Ato duhet të përcaktohen duke zbatuar Taksonominë e Blumit dhe nivelet e njohjes të nxënësit. Në planifikimet e orës që janë dhënë në këtë libër, bashkë me rezultatet janë përfshirë dhe kriteret.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore – Përveç librit bazë *Matematika 12*, në planet e dhëna janë paraparë të përdoren dhe shfrytëzohen edhe burime të tjera që mësuesi/ja mund t'i sigurojë lehtë. P.sh.: veglat e gjeometrisë, kubet lidhëse, fletushkat e dyqaneve, TIK-un etj.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situata jetësore

Mësimdhënia dhe nxënia është një zinxhir lëndor që nuk mund të paramendohet si i ndarë. Nuk do të kishte kuptim të mësuarit të Matematikës pa u lidhur me Gjuhën shqipe, gjuhën e huaj, Shkencat e natyrës, Shkencat shoqërore, Jetën dhe punën. Me lëndën e Matematikës lidhen shumë situata jetësore dhe zhvillime në jetën reale. Kot nuk thuhet: “Matematika është mbretëreshë dhe shërbëtore e shkencave”.

Përshkrimi i metodologjisë dhe veprimtarisë e punës me nxënësit gjatë orës mësimore

Fazat e orës, metodologjitë e mësimdhënies, teknikat dhe strategjitë e mësimdhënies dhe format e punës janë pjesët kryesore të kësaj pjese të planit të orës mësimore.

Ora mësimore në planifikim ndahet në tri faza, të cilat duhet të kenë një lidhje të fortë dhe të pandarë.

Lidhja e temës me njohuritë e mëparshme (Rikujtimi i njohurive, gjithëpërfshirja, motivimi apo vendosja e qëllimit për të nxënë)

Ndërtimi i njohurive të reja (ndërtimi i njohurive, kontrollimi i njohurive)

Prezantimi dhe demonstrimi i rezultateve të arritura (Përforsimi i njohurive, krijimi i shkathtësive për komunikim, përgatitja e nxënësve si mendimtarë kritikë, krijues dhe zgjidhës të mirë të problemeve.)

Metodologjitë e mësimdhënies – Me nxënësin në qendër dhe gjithëpërfshirje, bazuar në qasjen e integruar, bazuar në kompetenca, e diferencuar, e çështjeve ndërkurrikulare dhe çështjeve jashtëkurrikulare janë përfshirë në planifikimin e bërë në të gjitha planet e këtij libri.

Teknikat dhe strategjitë e mësimdhënies, si dhe aktivitete të ndryshme të të nxënësve që janë përdorur në planet e orës mësimore, u janë përshtatur niveleve dhe stileve të ndryshme të të nxënësve të nxënësit, duke synuar arritjen e rezultateve të të nxënësve dhe zhvillimin e kompetencave të përcaktuara me kurrikulë. Gjithashtu, teknikat, strategjitë dhe aktivitetet zhvillojnë dhe zbulojnë shkathtësitë e nxënësve të përcaktuara për arritjen gjashtë kompetencave. Përmendim këtu disa nga ato që i kemi përdorur dhe përshkruar në planet e orëve mësimore në këtë libër.

Vlerësimi i nxënësve

Vlerësimi në orët mësimore është bazuar në parimet e vlerësimit: transparencë, vlefshmëri, besueshmëri dhe paanshmëri. Ai është vlerësim i vazhdueshëm (nëpër orët mësimore me anë të instrumenteve të përcaktuara me listën e kontrollit të njohurive dhe formave të tjera.

Detyrat dhe puna e pavarur

Janë paraparë detyrat dhe puna e pavarur, të cilat u jepet nxënësve t'i punojnë në shtëpi dhe që janë të dhëna në *Matematikën 12*.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

Kjo pjesë plotësohet pas përfundimit të orës mësimore. Mësimdhënësi/ja bën një vetëreflektim, vetëvlerësim për cilësinë e orës mësimore në raport me përbushjen e planifikimit të orës mësimore, në mënyrë të veçantë në raport me ndikimin e orës në arritjet dhe rezultatet e nxënësve.

Si mësues/e matematike duhet të nxitim të nxënësit idenë se të dish matematikën, do të thotë të kuptosh marrëdhëniet ndërmjet koncepteve të ndryshme matematikore, të zgjidhësh problema të vërteta në mënyrë konkrete dhe që kanë kuptim për jetën, dhe jo thjesht të dish të bësh llogari me numra.

Shpresojmë që ky *Libër i mësuesit* i lëndës *Matematika 12*, të jetë udhëzues për një punë të suksesshme, të frytshme dhe lehtësisht të realizueshme për ju. Qëllimi madhor i Kurrikulës që mësimdhënia dhe nxënia të jenë të bazuara në kompetenca që udhëhiqen nga qëllimet dhe parimet e arsimit parauniversitar, le të jetë abc-ja e punës së mësuesit/es.

Suksese!

PLANI VJETOR

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Shkalla: VI Klasa: 12
Mësimdhënësi/ja: _____

Lënda e fushës kurrikulare	TEMAT MËSIMORE TË SHPËRNDARA GJATË MUAJVE			Kontributi në rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës
	PERIUDHA(I)		PERIUDHA(II)	PERIUDHA(III)
	Shtator-fetor	Nëntor-dhjetor	Janar-shkurt-mars	Prill-maj
MATEMATIKA	FUNKSIONI (Funksioni numerik)	PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV	DERIVATET VIJAT E GRADEËS SË DYTË (Rrethi dhe elipsa)	I. <u>KOMUN. EFEKTIV</u> I.2,5,8,9
	VARGJET DHE PROGRESIONET			
	LIMITET KUR X SHKON NË INFINIT. LIMITET E VARGJEVE	LIMITET E FUNKSIONEVE	ZBATIME TË DERIVATEVE	II. <u>MENDIMTAR KREATIV</u> II.1,3,5,8
	PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV	VAZHDUESHMËRIA E FUNKSIONIT	VIJAT E GRADEËS SË DYTË (Hiperbola dhe parabola)	III. <u>NXËNËSI SUKSESSHËM</u> III.1,2,3,4
			VIJAT E GRADEËS SË DYTË (Hiperbola dhe parabola)	IV. <u>KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;</u>

PLANI DYMUJOR: SHTATOR – TETOR

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda mësimore: MATEMATIKË

Klasa: _____ Mësimdhënësi/ja: _____

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohen të arrihen përmes shpjellimit të temës/ve:

Tema -1 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 2, 8, 9; II.** kompetenca e të menduarit: **II. 1, 5, 8 ;**

III. kompetenca e të nxënit: **III.2 ,3, 4;**

Tema -2 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **i. 2, 9; II.** Kompetenca e të menduarit: **II. 1, 3, 5, 8;**

III. Kompetenca e të nxënit: **III. 2, 3, 4;**

Tema -3 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **i. 2, 9; II.** Kompetenca e të menduarit: **II. 1, 5, 8;**

III. Kompetenca e të nxënit: **III. 2, 3, 4;**

Tema -4 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **i. 9; II.** Kompetenca e të menduarit: **II. 1, 5;**

III. Kompetenca e të nxënit: **III. 2, 3, 4; IV.** Kompetenca për jetë, për punë dhe për mjedis: **IV. 5;**

Rezultatet e të nxënit të fushës kurrikulare të shkallës që synohen të arrihen përmes shpjellimit të temës/ve:

Tema -1 : 3. Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 6.** Modelimi matematik- **2;**

7. Strukturimi i të menduarit matematik- **1;**

Tema -2 : 2. Arsyetimet dhe vërtetimet matematike- **1, 2; 3.** Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1;**

6. Modelimi matematik- **2; 7.** Strukturimi i të menduarit matematik- **1;**

Tema -3 : 3. Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 6.** Modelimi matematik- **2;**

7. Strukturimi i të menduarit matematik- **1;**

Tema -4 : 1. Zgjidhja e problemeve- **1; 3.** Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 6.** Modelimi matematik- **2;**

7. Strukturimi i të menduarit matematik- **1;**

Temat mësimore	Rezultatet e të nxëniet për temat mësimore	Njësitë mësimore	Koha e nevojshme (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndë të tjera mësimore, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
FUNKSIONI	-Liston llojet e funksionit -Përkufizon funksionin real(numerik) -Identifikon fushën e përkufizimit (domenin) dhe bashkësinë e vlerave (kodomenin) të funksionit -Njehson zerot e funksionit (nëse ekzistojnë)	1. Funksioni numerik (Kuptimi i funksionit numerik) 2. Kuptimi i grafikut të funksionit numerik 3. Studimi i monotonisë së funksionit numerik 4. Vlera më e madhe (më e vogël) e funksionit numerik (ekstremumet)	32 orë	Stuhi mendimesh Leksoni i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve. Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve	Fizikë (Temperatura) Ekonomi (Investimet)	Libri
	-Shqyrton shenjën, paritetin dhe periodën e funksionit, si dhe i interpreton ato në formën gjeometrike -Përkufizon monotoninë (ritës dhe zvogëluës), kufizueshmërinë, vlerat ekstreme (min, max), lakueshmërinë, pikat e lakesës së një funksioni -Përkufizon funksionin e përbërë -Interpreton kompozimin e funksioneve -Përkufizon funksionin invers (të anasjelltë)	5. Veprime me funksione numerike (Kufizueshmëria e funksionit) 6. Çiftësia e funksionit. Funksionet periodike.		Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i punës bashkëpunimi i tyre me të tjerët Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve dhe punës së tyre gjatë zhvillimit të orës mësimore Vlerësimi i punës së nxënësve në çifte	Ekonomi (Investimet) Meteorologji (Temperatura e ajrit) Ekonomi (Investimet) Fizikë (Mekanika kuantike)	Interneti
FUNKSIONI			(8 orë)				

VARGJET DHE PROGRESIONET	-Njehson funksionin invers të një funksioni, (nëse ekziston) -Klasifikon funksionet -Zbaton funksionet për zgjidhjen e problemeve nga jeta reale -Përdorë gjuhën matematike dhe teknologjinë -Përkufizon vargun numerik -Identifikon kufizat e vargut numerik -Paraqet vargun numerik nëpërmjet kufizës së përgjithshme -Kupton përkufizimin e formulave rekurrente -Analizon logjikën e dhënies së vargut numerik në mënyrë rekurrente -Përkufizon kufizueshmërinë dhe monotoninë e vargjeve numerike dhe e shqyrton atë për vargje të ndryshme	7. Përbërja e funksioneve numerike 8. Funksioni i anasjellë (invers)	(8 orë)	Klaster Leksion i përpunuar Diskutim në çift	Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës në çift	Ekonomi (Blerja e produkteve) Gjeografi (Popullsia)
	VARGJET DHE PROGRESIONET	9. Ushtrime për përsëritje 10. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit) 11. Vargu numerik 12. Vargje të dhëna në mënyrë rekurrente		Stuhi mendimesh Këndet Rishikim në grupin Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Leksion i përpunuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Stuhi mendimesh Di/Dua të di/Mësova Ditari dypjesësh	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore dhe i punës së tyre në dyshe/grupe Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët	Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike (Dizajnimi i sistemeve kompjuterike) Biologji (Qeliza) Statistikë (Lojërat sportive) Bankat (Kursimet)

LIMITET KUR X SHKON NË INFINIT. LIMITET E VARGJEVE	-Përkufizon vargjet monotone (ritëse dhe zvogëluese)	16. Progresioni gjeometrik (Formula për kufizën e përgjithshme të tij)		Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore	Banka (Financat)
	-Kupton përkufizimin e vargjeve të kufizuara			Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore	Fizikë (Shtypja e ajrit)
	-Përkufizon vargun aritmetik dhe gjeometrik dhe i dallon ato me ndihmën e shembujve	17. Shuma e n kufizave të fillimit të progresionit gjeometrik 18. Ushtrime 19. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit).		Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore	
	-Identifikon ndryshesën (diferencën) e një progresioni (varg) aritmetik	20. Funksionet që kanë limit $+\infty$ kur $x \rightarrow \infty$		Bashkëbisedim Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh		Ekonomi (Çmimet)
	-Kupton shumën e kufizave të vargu gjeometrik	21. Disa teorema 22. Funksionet që kanë limit zero, kur $x \rightarrow +\infty$ 23. Limiti i polinomit, kur $x \rightarrow +\infty$ 24. Funksione që kanë limit l , kur $x \rightarrow +\infty$	(8 orë)	Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Këndet Rishikim në grupim	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup	Fizikë Ekonomi (Bankat)
	-Zbaton formulën e shumës së vargut të fundmë aritmetik			Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve	Gjeografi Mjekësi
	-Zbaton vargjet aritmetike dhe gjeometrike në zgjidhjen e problemeve të ndryshme praktike					

LIMITET KUR X SHKON NË INFINIT. LIMITET E VARGJEVE PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV	-Përvetëson termat, faktet, parimet dhe konceptet bazë të limitit të vargut -Përkufizon limitin e vargut -Përkufizon limitin e funksionit në pambarim -Interpreton grafikisht limitin e funksionit në pambarim -Kupton se për vlera të mëdha të x -it, edhe $f(x)$ arrin vlera të mëdha -Vërteton teoremën e krahasimit të dy funksioneve -Kupton teoremën e shumëzës (ndryshimit) të dy funksioneve -Shqyrton limitin e funksionit negativ kur $+x \rightarrow \infty$ -Përkufizon funksionin f që ka limit zeron kur $x \rightarrow +\infty$ -Komunikon në gjuhën e matematikës gjatë arsyetimeve matematike	25. Limite të funksionit kur $x \rightarrow -\infty$ 26. Asimptota horizontale 27. Limiti i funksionit racional thyesor, kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$) 28. Limiti i vargut 29. Veprimet me limitet e vargjeve. Numri e 30. Limiti i vargut (Vazhdim) 31. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit)	(8 orë)			Karrigia e autorit Kubimi Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Stuhi mendimesh Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit	Vlerësimi i përgjigjes me gojë Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Fizikë Fizikë Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura)
---	---	--	----------------	--	--	---	--	--

	-Vërteton shembuj me funksionet që kanë limit zero kur $x \rightarrow +\infty$ -Shqyrton natyrën (konvergjencën, divergjencën) e vargut -Përvetëson limitin e vargut numerik përmes shembujve konkretë -Shqyrton konvergjencën e disa vargjeve monotone dhe të kufizuara -Kryen veprimet me vargjet konvergjente -Zbaton vetitë e limitit të vargut në gjetjen e limiteve të vargjeve -Identifikon në grafik asimptotën e funksionit -Përkufizon asimptotën horizontale të funksionet -Përcakton numrin “e” si limit i vargut $\left(\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right)_{n=1}^{\infty}$ dhe e zbaton atë në gjetjen e limiteve të vargjeve të ndryshme	32. Pika në boshthin dhe në planin koordinativ. Prodhiimi numerik i dy vektorëve		Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Rishikim në grupim Stuhi mendimesh Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Rishikim në grupim	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Fizikë Fizikë (Mekanikë) Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike (Dizajnimi i sistemeve kompjuterike) Aerodinamika (Lëvizja e aeroplanëve)	
--	---	--	--	--	---	--	--

-Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për vargje për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultatet e kësaj teme -Përvetëson konceptet bazë për pikën -Njehson distancën ndërmjet dy pikave në boshitin numerik në rrafsh dhe në hapësirë -Interpreton në formë gjeometrike dhe analitike pikën simetrike të pikës së dhënë në sistemin koordinativ (në simetri ndaj boshteve, ndaj drejtëzës të çfarëdo forme) -Interpreton në formë gjeometrike pikën simetrike ndaj drejtëzës				Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore				
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PLANI DYMUJOR: NËNTOR – DHJETOR

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda mësimore: MATEMATIKË

Klasa: _____ Mësimdhënësi/ja: _____

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohen të arrihen përmes shtjellimit të temës/ve:

Tema -1 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 9; II.** Kompetenca e të menduarit: **II. 1, 5;**

III. Kompetenca e të nxënit: **III. 2, 3, 4; IV.** Kompetenca për jetë, për punë dhe për mjedis: **IV. 5.**

Tema -2 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 2, 5, 9; II.** Kompetenca e të menduarit: **II.1, 5;**

III. Kompetenca e të nxënit: **III. 1, 2, 3, 4.**

Tema -3 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I.2,9; II.** Kompetenca e të menduarit: **II.1, 5, 8;**

III. Kompetenca e të nxënit: **III. 2, 3, 4.**

Rezultatet e të nxënit të fushës kurrikulare të shkallës që synohen të arrihen përmes shtjellimit të temës/ve:

Tema -1 : 1. Zgjidhja e problemeve- **1; 3.** Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 6.** Modelimi matematik- **2;**

7. Strukturimi i të menduarit matematik- **1; 8.** Përdorimi i TIK-ut në/për matematikë- **2;**

Tema -2 : 1. Zgjidhja e problemeve- **1; 2.** Arsyetimet dhe vërtetimet matematike- **1, 2; 3.** Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 6.** Modelimi matematik- **2; 7.** Strukturimi i të menduarit matematik- **1;**

Tema -3 : 3. Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 6.** Modelimi matematik- **2;**

7. Strukturimi i të menduarit matematik- **1.**

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për temat mësimore	Njësitë mësimore	Koha e nevojshme (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndë të tjera mësimore, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV	-Përveçetson konceptet bazë për pikën -Njehson distancën ndërmjet dy pikave në boshtin numerik në rrafsh dhe në hapësirë	33. Syprina e trekëndëshit në planin koordinativ. Syprina e shumëkëndëshit të mysët.	31 orë	Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh	Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore	Ndërtimtari (Matjet e objekteve)	Libri Interneti
	-Interpreton në formë gjeometrike dhe analitike pikën simetrike të pikës së dhënë në sistemin koordinativ (në simetri ndaj boshteve, ndaj drejtëzës të çfarëdo forme)	34. Ndarja e vektorit në raport të dhënë. Mesi i segmentit. 35. Ekuacioni i vijës. Ekuacioni i drejtëzës që kalon nga një pikë e dhënë me vektor drejtues të dhënë. 36. Ekuacioni i përgjithshëm i drejtëzës.	(8 orë)	Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Diskutim në çift Mendo/ Puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Rishikim në grupim	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët Vlerësimi i punës së nxënësve në çifte Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup	Ndërtimtari (Matjet e objekteve) Gjeografi (Hartat) Ekonomi (Normat e interesit)	
	-Interpreton në formë gjeometrike pikën simetrike ndaj drejtëzës						
	-Ndan një segment në raport të dhënë -Njehson koordinatat e mesit të një segmenti të dhënë	37. Koefficienti këndor. Ekuacioni i drejtëzës që kalon nëpër dy pika. 38. Zbatime. Pika e prejes së mesoreve të trekëndëshit.					

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV	-Njehson koordinatat e ortoqendrës së trekëndëshit -Njehson syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit nëse dihen koordinatat e kulmeve të tij -Njehson syprinën e sipërfaqes së shumëkëndëshave të çfarëdoshëm nëse dihen koordinatat e kulmeve të tij -Zgjidh probleme të ndryshme praktike -Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për kuptimin e pikës -Përcakton pozitën e drejtëzave në formë gjeometrike dhe analitike -Përcakton format e ndryshme të ekuacionit të drejtëzës në rrafsh	39. Kushtet e paralelizmit dhe pingultisë së dy drejtëzave. 40. Ekuacioni i drejtëzës që kalon nga një pikë e dhënë paralel ose pingul me një drejtëz të dhënë. 41. Zbatime. Ekuacioni i përmesores së segmentit 42. Këndi ndërmjet dy drejtëzave. 43. Largesia e pikës nga drejtëza. 44. Ekuacioni i përgjyسمores së këndit. (8 orë)	Stuhi mendimesh Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Rishikim në grupim Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup Vlerësimi i punës individuale të nxënësve	Statistikë (Të dhënat) Arkitekturë (Projeksionet) Ndërtimtari (Objektet) Fizikë (Vektorët) Edukatë fizike (Fusha e basketbollit)
	-Dallon format e ndryshme të ekuacionit të drejtëzës në rrafsh				
LIMITET E FUNKSIONEVE					

LIMITET E FUNKSIONEVE	-Shndërron ekuacionin e drejtëzës në rrafsh nga një trajtë në një trajtë tjetër -Paraqet grafikisht ekuacionin e drejtëzës së dhënë në cilëndo formë të tij -Arsyeton në mënyrë analitike dhe interpreton në trajtë gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh -Përcakton pozitën në mes të drejtëzës dhe boshteve të sistemit koordinativ -Arsyeton në mënyrë analitike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh -Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh -Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave -Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh -Njehson distancën e pikës nga drejtëza	45. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit). 46. Funksionet që kanë limit 0, kur $x \rightarrow a$ (Funksionet p.m.v.). 47. Limiti i funksionit kur $x \rightarrow a$. 48. Teoremat themelore për limitin e funksionit.	(8 orë)	Leximi në dyshe Di/Dua të di/Mësova Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Ditari dypjesësh Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit. Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Leximi në dyshe Leksion i përparuar Ditari dypjesësh Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës së nxënësve në çift Vlerësimi i punës individuale dhe në çift Vlerësimi i punës së nxënësve në çift	Aerodinamika (Lëvizja e aeroplanëve) Gjeografi (Hartat topografike) Aerodinamika (Lëvizja e aeroplanëve) Ndërtimtari (Matjet e objekteve) Statistikë (Paraqitja grafike e të dhënave) Probabiliteti (Probabiliteti i ngjarjes) Fizikë (Shpejtësia e trupit)
-------------------------------------	--	--	-----------------------	---	--	--

VAZHDOESHMËRIA E FUNKSIONIT	-Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike -Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultate të temës -Përkufizon $\varepsilon - \delta$ rrethinën e një numri -Përkufizon limitin e funksionit në gjuhën $\varepsilon - \delta$ rrethinë -Përkufizon limitet e njëanshme të funksionit dhe paraqet në formën gjeometrike të tyre -Dallon format e pacaktuara të limiteve të funksioneve -Konstaton format e pacaktuara të limiteve të funksioneve -Zbaton vetitë e limitit për njehsimin e limitit të funksioneve të thjeshta	53. Disa limite të rëndësishme. 54. Format e pacaktuara (vazhdim). 55. Ushtrime për përpunimin e njohurive. 56. Vlerësim i kapitullit.	(7 orë)	Stuhi mendimesh Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit, Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh_	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i punës së nxënësve në çift Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore	Fizikë (Shpejtësia e trupit) Ekonomi (Oferta) Bankat (Kreditë dhe pagesat e kredive) Gjeometri (Matjet e sipërfaqeve)
		57. Funksionet e njëanshme. 58. Përkufizimi i funksionit të vazhdueshëm. 59. Veprime me funksionet e vazhdueshme. 60. Vazhdueshmëria e funksioneve të zakonshme.		Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Këndet Rishikim në grupim	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup	Statistikë (Paraqitja grafike e të dhënave) Gjeometri (Matjet e sipërfaqeve) Kimi (Reaksionet kimike)

-Interpreton limitet e njëanshme të funksioneve të ndryshme -Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera -Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme -Zbaton limitin e funksionit për gjetjen e formës analitike të asimptotave të funksionit -Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për njehsimin e limitit të funksionit -Përkufizon shtesën e argumentit dhe shtesën e funksionit dhe i njehson ato -Interpreton shpejtësinë mesatare të ndryshimit të funksionit				Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve	Kimi (Reaksionet kimike) Fizikë (Teoria e relativitetit)
61. Vetitë e funksioneve të vazhdueshme në segment. 62. Ushtrime dhe përsëritje. 63. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit).				Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyçe Leksion i përparuar Diskutim në çift Stuhi mendimesh Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Fizikë Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike Fizikë Kimi Inxhinieri Fizikë Kimi Biologji Fizikë (Temperatura)
				Bashkëbisedim Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh		Fizikë Kimi Biologji

PLANI DYMUJOR: JANAR-SHKURT-MARS

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda mësimore: MATEMATIKË

Klasa: _____ Mësimdhënësi/ja: _____

Rezultatet e të nxënësve për kompetencat kryesore të shkallës që synohen të arrihen përmes shpjegimit të temës/ve:

Tema -1 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 9; II. Kompetenca e të menduarit: II. 1; III. Kompetenca e të nxënësve: III. 2, 3;**

Tema -2 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 2, 5, 9; II. Kompetenca e të menduarit: II. 1, 5, 8;**

III. Kompetenca e të nxënësve: III. 1, 2, 3, 4;

Tema -3 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 9; II. Kompetenca e të menduarit: II. 1; III. Kompetenca e të nxënësve: III. 2, 3, 4;**

Tema -4 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 2, 5, 9; II. Kompetenca e të menduarit: II. 1, 5;**

III. Kompetenca e të nxënësve: III. 1, 2, 3, 4;

Rezultatet e të nxënësve të fushës kurrikulare të shkallës që synohen të arrihen përmes shpjegimit të temës/ave:

Tema -1 : 3. Komunikimi në/përmes matematikës- 1; 5. Përfaqësimet matematike- 1; 7. Strukturimi i të menduarit matematik- 1;

Tema -2 : 1. Zgjidhja e problemeve- 1.; 2. Arsyetimet dhe vërtetimet matematike- 1, 2; 3. Komunikimi në/përmes matematikës- 1, 2; 5. Përfaqësimet matematike- 1; 6. Modelimi matematik- 2; 7. Strukturimi i të menduarit matematik- 1; 8. Përdorimi i TIK-ut në/për matematikë- 2;

Tema -3 : 3. Komunikimi në/përmes matematikës- 1, 2; 5. Përfaqësimet matematike- 1; 6. Modelimi matematik- 2;

Tema -4 : 1. Zgjidhja e problemeve- 1.; 2. Arsyetimet dhe vërtetimet matematike- 1, 2; 3. Komunikimi në/përmes matematikës- 1, 2; 5. Përfaqësimet matematike- 1; 6. Modelimi matematik- 2; 7. Strukturimi i të menduarit matematik- 1;

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për temat mësimore	Njësitë mësimore	Koha e nevojshme (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndë të tjera mësimore, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
DERIVATET	-Paraqet konceptin e derivatit (tangjentja, shpejtësia, norma e ndryshimit)	64. Probleme që çojnë në kuptimin e derivatit. Përkufizimi i derivatit.	49 orë	Bashkëbisedimi Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve.	Fizikë (Shpejtësia e trupit)	Libri
	-Përkufizon konceptin e derivatit të funksionit	65. Derivatet e disa funksioneve të thjeshta.		Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit	Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve	Fizikë (Shpejtësia e trupit)	Interneti
	-Përkufizon derivatin nga ana e majtë dhe djathtë	66. Derivati si shpejtësi e ndryshimit të funksionit.		Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët	Meteorologji (Temperatura e ajrit)	
	-Zbaton përkufizimin e derivatit për të njehsuar derivatin e disa funksioneve elementare	67. Derivatet e njëanshme. Vazhdueshmëria e funksionit që ka derivat.		Stuhi mendimesh Leksion i përparuar Rishikim në grupim	Vlerësimi i punës individuale të nxënësve	Fizikë Elektroteknikë	
DERIVATET	-Lidh vazhdueshmërinë e funksionit me derivatin e tij	68. Rregullat e derivimit. 69. Rregullat e derivimit - vazhdim.	(8 orë)				
	-Interpreton kuptimin gjeometrik dhe kinematik të derivatit të funksionit						

DERIVATET	-Identifikon rregullat bazë të derivatit - formulat për derivatin (derivati i konstantës, derivati i shumë, ndryshimit, prodhimit dhe herësit të funksioneve, zinxhiror) -Njehson derivatin e disa funksioneve elementare -Zbaton rregullat e derivatit për njehsimin e derivatit të funksionit -Përkufizon derivatin e funksionit të anasjelltë -Zbaton rregullat për njehsimin e derivatit të disa funksioneve të anasjella (inverse) -Zbaton formulën për njehsimin e derivatit të funksionit të përbërë -Përkufizon derivatin e rendit të dytë për funksionin e përbërë -Përkufizon derivatet e rendeve të larta dhe gjen derivatet e rendit të lartë për funksione të ndryshme	70. Tangjentja në një pikë të vijës. (Kuptimi gjeometrik i derivatit.) 71. Derivatet e funksioneve logaritmike, funksioneve fuqi dhe atyre eksponenciale.	(8 orë)	Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Kllaſter Leksion i përparuar Diskutim në çift Bashkëbisedim Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve dhe punës së tyre gjatë zhvillimit të orës mësimore Vlerësimi i punës së nxënësve në çifte Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës në çift	Fizikë Fizikë (Temperatura) Ekonomi Fizikë (Temperatura, lëvizja e trupave)
	VIJAT E GRADËS SË DYTË (RRETHI, ELIPSA)					

VIJAT E GRADËS SË DYTË (RRETHI, ELIPSA)	-Zbaton derivatin e funksionit në shqyrtimin dhe paraqitjen grafike të tij -Interpreton kuptimin kinematik dhe gjeometrik të derivatit -Derivon funksione të ndryshme duke përdorur përkufizimin, si dhe rregullat e derivimit - Të derivojë funksionet e thjeshta duke përdorur përkufizimin, teoremat -Problemeve nga fizika iu jep zgjidhje matematikore me anë të derivateve -Argumenton që çdo funksion i vazhdueshëm është i derivueshëm, e anasjella nuk vlen çdo herë - Zbaton rregullat e derivimit për shumën dhe prodhimin e funksioneve -Analizon rrjedhimet për funksionet fuqi -Zbaton rregullat e derivimit për funksionet polinom dhe racionale	76. Ushtrime detyrash. 77. Vlerësim i kapitullit. 78. Rrethi dhe ekuacioni i tij. 79. Raste të veçanta të ekuacionit të rrethit.	(8 orë)	Bashkëbisedim Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Bashkëbisedimi Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyçe Leksion i përparuar Diskutim në çift	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore dhe i punës së tyre në dyshe/grupe Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore	Fizikë Fizikë Fizikë Kinematografia (Kamerat) Kinematografia (Kamerat)	

VIJAT E GRADËS SË DYTË (RRETHI, ELIPSA)	Kupton që tangjentja e pikës A ka për koeficient këndor limitin e koeficientit këndorë prerës -Dallon derivatin e funksionit varësisht nga funksioni -Zbaton rregullat e derivimit të funksionet elementare	82. Elipsi dhe ekuacioni i tij._ 83. Jashtëqendërsia e elipsit.	(8 orë)	Leximi në dyshe Di/Dua të di/Mësova Diskutim në çift	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i punës së nxënësve në çift dhe punës individuale të tyre	Kinematografia (Kamerat)
	-Dallon derivatin e funksionit varësisht nga funksioni -Zbaton rregullat e derivimit të funksionet elementare	84. Rrezet vatrore të elipsit. 85. Vijat drejtuese të elipsit. 86. Gjendja e ndërsjellë e drejtëzës dhe elipsit. 87. Ekuacioni i tangjentes në një pikë të elipsit._		Mendo/puno në dyshe/ thua grupit Leksion i përparuar Rishikim në grupim	Vlerësimi ndihmës në grupe Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Kinematografia (Kamerat) Kimi (Lëvizja e elektroneve)
	-Kupton derivatin e dytë të funksionit si nxitim -Kupton rregullën e derivatit të rendit të dytë	88. Ushtrime. 89. Ushtrime për përpunim të njohurive.		Stuhi mendimesh Leksion i përparuar Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit	Vlerësimi i punës në çifte dhe angazhimit të nxënësve gjatë orës mësimore	Kimi (Lëvizja e elektroneve)
	-Të derivojë funksione të ndryshme duke përdorur tabelën e funksioneve të përbëra, si dhe rregullat e derivimit -Zbaton rregullat e derivimit për funksionet inverse -Zgjidh problemet e thjeshta praktike duke zbatuar derivatin e funksioneve					
ZBATIME TË DERIVATEVE						

VIJAT E GRADËS SË DYTË (HIPERBOLA, PARABOLA)	-Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë -Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike) -Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh -Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën) -Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike -Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze	90. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit). 91. Teorema Ferma. Teorema e Lagranzhit. 92. Studimi i monotonisë së funksionit. 93. Kushte të mjaftueshme për ekzistencën e ekstremumeve. 94. Ushtrime. 95. Vlera më e madhe (më e vogël) e funksionit të vazhdueshëm. 96. Problema në kërkim të vlerës më të madhe (më të vogël) të funksionit. 97. Problema (Zbatime të derivateve).	(8 orë)	Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim Leksion i përparuar Ditari dypjesësh Klashter Leksion i përparuar Diskutim në çift Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Të lexuarit në dyshe Diskutim në çift Mendo/puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore dhe i punës së tyre në dyshe/grupe Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës në çift Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve dhe punës së tyre gjatë zhvillimit të orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës së nxënësve në çift	Kimi (Lëvizja e elektroneve) Kimi (Lëvizja e elektroneve) Kimi (Lëvizja e elektroneve) Astronomi (Lëvizja e planetëve rreth Diellit) Astronomi (Lëvizja e planetëve rreth Diellit) Astronomi (Lëvizja e planetëve rreth Diellit) Inxhinieri kompjuterike (Grafika kompjuterike)	
--	---	---	-----------------------	---	--	---	--

-Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë në një pikë të saj	98. Lakueshmëria e vijës. Pikat e lakesës (infleksionit). 99. Studimi i variacionit të funksionit $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$, ku $A \neq 0$		Mendo/puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Rishikim në grupim Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i punës dhe aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore	Fizikë (Lëvizja drejtvizore)
-Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë nga një pikë jashtë saj	100. Variacioni i funksionit $y = \frac{cx + d}{ax + b}$ 101. Ushtrime. 102. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit). 103. Hiperbola dhe ekuacioni i saj.				Kimi (Elementet kimike) Kimi (Elementet kimike)
-Interpreton në formën gjeometrike zgjidhjet e sistemeve të barazimeve jolineare me pozitën reciproke të vijave të shkallës së dytë dhe drejtëzës			Bashkëbisedim Të lexuarit në dyshe Diskutim në çift		Biologji (Përhapja e baktereve)
-Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike			Mendo/puno në dyshe/ thuaja grupit Leksion i përparuar Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës së tyre në çift Vlerësimi i ndihmës në grupe	Ekonomi (Llogaritja e kostos)
-Paraqet e ekuacionin e tangjentes dhe normales së vijave të gradës së dytë në rrafsh	104. Jashtëqendërsia e hiperbolës. Hiperbola barabrinjëse. 105. Rrezet vatrore dhe vijat drejtuese të hiperbolës.	(9 orë)			Fizikë (Lëvizja drejtvizore)
-Zbaton vijat e shkallë së dytë në zgjidhjen e problemeve të ndryshme					

	-Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultatet e temës -Zbaton derivatin e funksionit në shqyrtimin dhe paraqitjen grafike të tij -Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat tjera dhe jeta reale -Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit -Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike) -Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh		Mendo/puno në dyshe/ thuaja grupit Ditari dypjesësh Diskutim në çift Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Stuhi mendimesh Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim Leksion i përparuar Ditari dypjesësh Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët Vlerësimi i punës individuale të nxënësve Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve gjatë orës mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore dhe i punës së tyre në dyshe/grupe	Fizikë (Shpejtësia e zërit) Konstruksione (Kullat e termocentraleve) Fizikë (Orbitat e Keplerit) Optika (Thjerrëzat optike) Fizikë (Sinjalet) Kimi (Lëngjet)	
--	--	--	---	---	--	--

PLANI DYMUJOR: PRILL-MAJ

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda mësimore: MATEMATIKË

Klasa: _____ Mësimdhënësi/ja: _____

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës që synohen të arrihen përmes shtjellimit të temës/ave:

Tema -1 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 2, 5, 9; II. Kompetenca e të menduarit: II. 1, 5, 8;**

III. Kompetenca e të nxënit: III. 2, 3, 4;

Tema -2 : I. Kompetenca e komunikimit dhe e të shprehurit: **I. 9; II. Kompetenca e të menduarit: II. 1; III. Kompetenca e të nxënit: III. 2, 3;**

Rezultatet e të nxënit të fushës kurrikulare të shkallës që synohen të arrihen përmes shtjellimit të temës/ave:

Tema -1 : 1. Zgjidhja e problemeve- **1.; 2.** Arsyetimet dhe vërtetimet matematike- **1, 2; 3.** Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 6.** Modelimi matematik- **2; 7.** Strukturimi i të menduarit matematik- **1**

Tema -2 : 3. Komunikimi në/përmes matematikës- **1, 2; 5.** Përfaqësimet matematike- **1; 7.** Strukturimi i të menduarit matematik- **1**

Temat mësimore	Rezultatet e të nxënit për temat mësimore	Njësitë mësimore	Koha e nevojshme (orë mësimore)	Metodologjia e mësimdhënies	Metodologjia e vlerësimit	Ndërlidhja me lëndë të tjera mësimore, me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore	Burimet
VIJAT E GRADËS SË DYTË (HIPERBOLA, PARABOLA)	-Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike)	113. Ekuacioni i përbashkët i konikeve. 114. Detyra dhe ushtrime të zgjedhura (Vlerësim i kapitullit).	(18 orë)	Kllaster Leksion i përparuar Ese 10 min. Stuhi mendimesh Ditari dypjesësh Ditari dypjesësh	Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës individuale të tyre Vlerësimi i punës individuale të nxënësve	Arkitekturë (Projeksionet) Fizikë (Trajektorja) Arkitekturë (Projeksionet)	Libri Interneti
	-Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike	115. Integrali i pacaktuar. 116. Integrimi i drejtpërdrejtë. Shndërrime nën shenjën e diferencialit.		Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Diskutim në çift	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Fizikë Arkitekturë Ndërtimtari	
	-Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike	117. Gjetja e integraleve të pacaktuara me metodën e zëvendësimit.		Kllaster Di/Dua të di/ Mësova Diskutim në çift	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Fizikë (Temperatura)	
	-Zbaton vijat e shkallës së dytë në zgjidhjen e problemeve të ndryshme	118. Gjetja e integraleve të pacaktuara me metodën e integritit me pjesë. 119. Integrimi i thyesave racionale.		Bashkëbisedim Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura)	
INTEGRALET							

-Përkufizon integralin e pacaktuar të funksionit -Përvetëson vetitë e integralit të pacaktuar (pa vërtetim) -Përvetëson integralët tabelore -Zbaton integralët tabelore për zgjidhjen e integraleve të funksioneve elementare -Përvetëson metodat themelore të integritit dhe zgjidh integrale të funksioneve të ndryshme -Përvetëson metodën e integritit me pjesë dhe zgjidh integralët -Përvetëson metodat themelore të integritit dhe zgjidh integrale të funksioneve racionale dhe trigonometrike -Përkufizon integralin e caktuar si limit të shumave integrale	120. Integrimi i thyesave racionale (vazhdim). 121. Ushtrime. 122. Syprina e trapezit vijëpërkulur. Përkufizimi i integralit të caktuar. 123. Vetë të integralit të caktuar. 124. Ushtrime (Integrali i caktuar). 125. Zbatime të integralit të caktuar për njehsimin e syprinave të figurave. 126. Ushtrime (Zbatime të integralit të caktuar për njehsimin e syprinave të figurave).	(6 orë)	Bashkëbisedim Ditari dy pjesësh Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyçe Leksion i përparuar Diskutim në çift Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift Bashkëbisedim DRTA Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim Leksion i përparuar Diskutim në çift	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore	Fizikë Arkitekturë Ndërtimtari Fizikë Arkitekturë Ndërtimtari Fizikë (Temperatura) Arkitekturë Ndërtimtari Arkitekturë Ndërtimtari Arkitekturë Ndërtimtari	
INTEGRALET						

	-Dallon vetitë themelore të integralit të caktuar (formula përdoret pa vërtetim) -Zbaton formulën e Njuton – Lajbnicit për njehsimin e integralit të caktuar (pa vërtetim) -Zbaton integralin e caktuar për njehsimin e syprinave të sipërfaqeve të rrafshëta, gjatësisë së harkut të lakores, vëllimin dhe syprinën e sipërfaqes së trupave rrotullues -Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultatet e kësaj teme	127. Njehsimi i vëllimeve të trupave. 128. Gjatësia e harkut të vijës. Syprina e sipërfaqes së rrotullimit. 129. Zbatime të integralit të caktuar në fizikë. 130. Vlerësim i kapitullit.		Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyçe Ditari dypjesësh Diskutim në çift Bashkëbisedim Di/Dua të di/ Mësova Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyçe Të lexuarit në dyshe Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim DRTA Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Bashkëbisedim Të lexuarit në dyshe Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit Leximi në dyshe Di/Dua të di/ Mësova Ditari dypjesësh Matrica e testit	Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore Vlerësimi i punës individuale të nxënësve	Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Temperatura) Fizikë (Lëvizja drejtvizore) Kimi (Përqendrimi i substancave)	
--	---	--	--	--	---	---	--

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor)

- Liston llojet e funksionit.
- Përkufizon funksionin real (numerik).
- Identifikon fushën e përkufizimit (domenin) dhe bashkësinë e vlerave (kodomenin) të funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3.KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerik Nr.: 1

Fjalët kyçe: relacion, funksion numerik, vlera, formulë, domena, kodomena

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Dallon funksionin numerik.
- Dallon domenën dhe kodomenën e funksionit.
- Cakton domenën (bashkësinë e përcaktimit) e funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Ilustron me anë të diagramit domenën dhe kodomenën e funksionit $y = x^2 - 1$ për $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.
- Me anë të $y = f(x)$, cakton sasinë y të nxënësve që mbeten në një sallë nga shembulli i dhënë.
- Përcakton bashkësinë e vlerave të mundshme të x -it për bashkësinë E .

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi.

Lidhja me lëndët tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë (temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Leksion i përparuar

R Mendo/puno në dyshe/thua grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë: Funkzioni f është dhënë me anë të formulës $y = x^2 - 1$ dhe $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

a) Gjeni $f(-2), f(0), f(1)$.

b) Për ç'vlera të x kemi

$$f(x) = 8 ?$$

c) Jepni këtë funksion me anë të tabelës :

x	y

d) Paraqitni grafikun e funksionit f në rrafshin(planin) xOy .

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimmëdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm vërejmë se:

“Relacioni f me bashkësi fillimi X dhe bashkësi mbarimi Y quhet funksion, kur çdo element i X lidhet me një element të vetëm të Y ”.

Shënohet: $f: X \rightarrow Y$ apo $f: x \rightarrow y, x \in X, y \in Y$

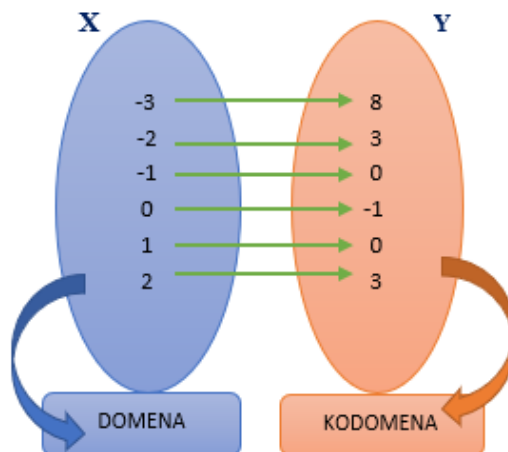
Funksioni $f: X \rightarrow Y$, ku X dhe Y janë nënbashkësi të bashkësisë së nr. realë R quhet funksion numerik.

Funksioni numerik $f: X \rightarrow Y$ mund të jepet me diagram shigjetor, me tabelë, me anë të formulës etj.

Funksionet numerike $f: y = f(x), x \in E_1$ dhe $g: y = g(x), x \in E_2$ janë të barabarta **atëherë dhe vetëm atëherë** ku plotësohen njëherësh dy kushtet:

1. Kanë të njëjtën bashkësi përcaktimi (domena) $E_1 = E_2$

2. $f(x) = g(x), \forall x \in E_1$



Nr.	Funksioni	Domena
1	$f(x) = a^x$	$D(f) = R$
2	$f(x) = \log_a x$ ($f(x) = \ln x$)	$D(f) = (0, \infty)$
3	$f(x) = x^2$	$D(f) = (-\infty, \infty)$
4	$f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$	$D(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$
5	$f(x) = 3x^2 - 4x + 6$	$D(f) = (-\infty, \infty)$
6	$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$	$D(f) = [-1, 1]$
7	$f(x) = \sin x$	$D(f) = (-\infty, \infty)$
8	$f(x) = \cos x$	$D(f) = (-\infty, \infty)$
9	$f(x) = \tan x$	$R - (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$
10	$f(x) = \cot x$	$R - n \cdot \pi$

Shembulli 1

Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksioneve:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$; b) $f(x) = 9 - x^2$; c) $f(x) = \ln(2 - x)$.

Zgjidhja:

a) $f(x) = \frac{1}{x}, \forall x \in R$; b) $f(x) = 9 - x^2, \forall x \in R$; c) $f(x) = \ln(2 - x)$.

$x \neq 0, D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ $9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 2 - x > 0$

$x^2 \leq 9 \Rightarrow x < 2, D(f) = (-\infty, 2)$

$x \leq \pm 3, D(f) = [-3, 3]$ (njëjtë vlen edhe për funksionet logaritmike).

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe gjërat e reja që janë mësuar radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shprehje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimimit. Por nëse kemi shprehje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillojmë procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë: Në një sallë ka 20 nxënës. Prej saj dalin x nxënës.

a) Jepni me formulë të trajtës $y = f(x)$ sasinë y të nxënësve që mbeten.

b) Cila është bashkësia E e vlerave të mundshme të x ?

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njëri prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Në tabelë është dhënë funksioni numerik:

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	1	0	1	4	9	16

a) Tregoni bashkësinë e përcaktimit dhe bashkësinë e vlerave.

b) Paraqitni grafikun në planin xOy .

c) Jepni funksionin me formulë.

2. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksioneve: **a)** $y = \frac{x^2-1}{3}$, **b)** $y = \frac{1}{x^2+x-2}$, **c)** $y = \log\left(\frac{x-2}{3-x}\right)$, **d)** $y = \sqrt{x^2-4} + \ln x$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Njehson zerot e funksionit (nëse ekzistojnë).
 -Shqyrton shenjën, paritetin dhe periodën e funksionit, si dhe i interpreton ato në formën gjeometrike.
 -Përkufizon monotoninë (rritës dhe zvogëlues), kufizueshmërinë, vlerat ekstreme (*min*, *max*), lakueshmërinë, pikat e lagesës së një funksioni.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerik Nr.: 2

Fjalët kyçe: funksion numerik, grafik, domena, kulmi, pikat e prerjes me boshtin Ox, monotonia

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Interpretin grafikun e funksionit numerik.
- Përcakton domenën dhe bashkësinë e vlerave të funksionit numerik.
- Ndërton grafikun e funksionit numerik dhe përcakton kulmin dhe pikat e prerjes me boshtin Ox.

Kriteret e suksesit:

- Duke u bazuar në grafikun e figurës së dhënë, përcakton domenën dhe bashkësinë e vlerave të funksionit.
- Ndërton grafikun e funksionit $y = x^2 - 4$.
- Cakton nga grafiku i funksionit $y = x^2 - 4$, kulmin dhe pikat e prerjes me boshtin Ox.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, markeri/shkumësi, materialet ndihmëse për nxënësit (tabela e funksioneve/monotonia/grafiku), vizore.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ekonomi (investimet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë: Në figurën e mëposhtme është paraqitur rrethi me qendër në origjinën e koordinatave dhe me rreze 1 njësi.



a) A mund të shërbejë kjo vijë si grafik i një funksioni numerik? Pse?

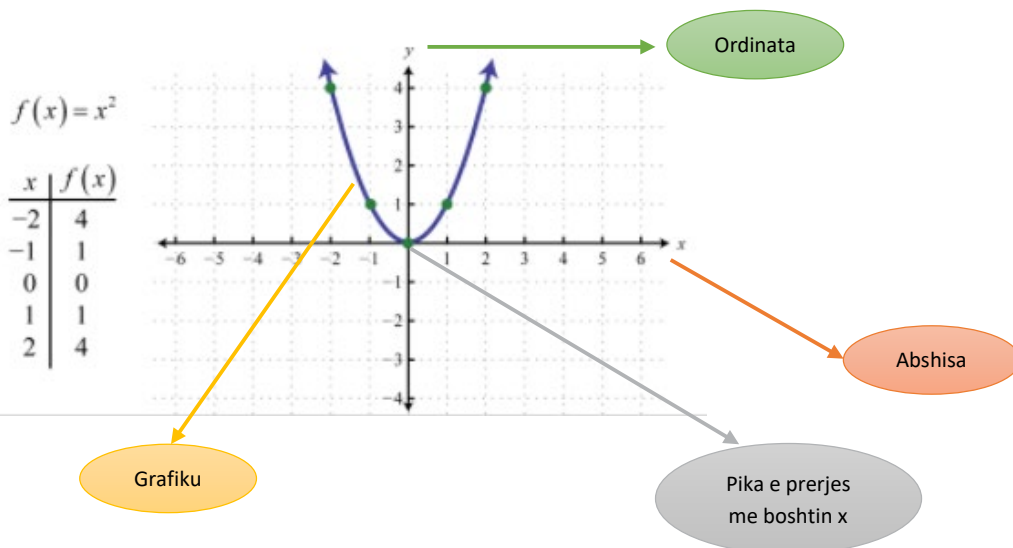
b) Duke ditur ekuacionin e rrethit ($x^2 + y^2 = r^2$), jepni me formulë funksionin, si grafik i të cilit shërben gjysma e sipërme e rrethit. Tregoni bashkësinë e përcaktimit dhe bashkësinë e vlerave të këtij funksioni.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Dimë që grafiku i funksionit numerik është bashkësia e të gjitha pikave të planit xOy , që kanë si abshisa fytyrat (elementet e bashkësisë së përcaktimit), kurse si ordinata kanë vlerat përgjegjëse të funksionit.

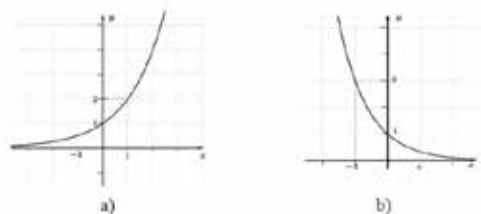
Grafik i funksionit numerik $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ në planin koordinativ xOy quhet bashkësia e të gjitha pikave $(x, f(x))$ ku $x \in X$.



Mësimdhënësi i udhëzoi nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Ata lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur, që dëshirojnë të dinë rreth asaj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Detyrë: Në figurën 1.5 a),b), jepet grafiku i funksionit eksponencial $y = a^x$, $x \in \mathbb{R}$.

- Përcaktoni, nga trajta e grafikut, nëse $0 < a < 1$ apo $a > 1$.
- Gjeni vlerën e a prej grafikut.



Kujtojmë dy përkufizime:

- Funksioni numerik f quhet rritës në bashkësinë A , nëse për çdo çift numrash $x_1, x_2 \in A$, nga mosbarazimi $x_2 > x_1$ rrjedh mosbarazimi $f(x_2) > f(x_1)$.
- Funksioni numerik f quhet zbritës në bashkësinë A , nëse për çdo çift numrash $x_1, x_2 \in A$, nga mosbarazimi $x_2 > x_1$ rrjedh mosbarazimi $f(x_2) < f(x_1)$.

Në tabelë (fig. 1.7) janë përmbledhur përfundime të njohura për monotoninë e disa funksioneve, duke i ilustruar me grafikët e tyre.

Funksioni	Monotonia	Trajta e grafikut
$y = ax + b$	Rritës në $\mathbb{R}$ për $a > 0$ Zbritës në $\mathbb{R}$ për $a < 0$	
$y = ax^2$	Për $a > 0$, rritës në $\mathbb{R}^+$ dhe zbritës në $\mathbb{R}^-$. Për $a < 0$, rritës në $\mathbb{R}^-$ dhe zbritës në $\mathbb{R}^+$.	
$y = \frac{a}{x}$	Për $a > 0$, zbritës në $]-\infty; 0[$ dhe në $]0; +\infty[$. Për $a < 0$, rritës në $]-\infty; 0[$ dhe zbritës në $]0; +\infty[$.	
$y = \sqrt{x}$	Rritës në $\mathbb{R}^+$	
$y = a^x$	Për $a > 1$, rritës në $\mathbb{R}$. Për $0 < a < 1$, zbritës në $\mathbb{R}$.	
$y = \log_a x$	Për $a > 1$, rritës në $]0; +\infty[$. Për $0 < a < 1$, zbritës në $]0; +\infty[$.	
$y = \sin x$	Rritës në $]0; \frac{\pi}{2}[$ dhe në $]\frac{3\pi}{2}; 2\pi[$. Zbritës në $]\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}[$.	
$y = \cos x$	Rritës në $]\pi; 2\pi[$. Zbritës në $]0; \pi[$.	

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë: Ndërtimi grafikun e funksionit $y = x^2 - 4$, duke gjetur kulmin dhe pikat e prerjes me boshtin Ox.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Pastaj mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. a) Cila nga vijat e dhëna në figurën e mëposhtme (figura 1. 8) mund të shërbejë si grafik funksioni me bashkësi përcaktimi (domenë) $[-3, 3]$?

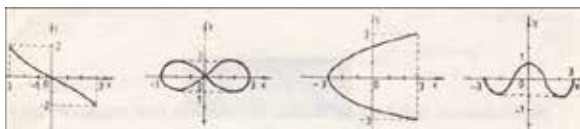


Fig. 1. 8

b) Për secilin funksion, tregoni bashkësinë e vlerave.

2. Duke përdorur grafikun e funksionit $y = ax^2$ të dhënë në figurën 1. 9 (rastet 1 dhe 2), gjeni shenjën dhe vlerën e a .

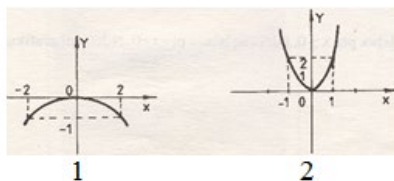


Fig. 1. 9

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Fusha kurrikulare: <u>MATEMATIKA</u> Lënda: <u>MATEMATIKË</u> Shkalla e kurrikulës: <u>VI</u> Klasa: <u>12</u>	
Tema (nga plani dymujor): FUNKSIONI NUMERIK	Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor): -Shqyrton shenjën, paritetin dhe periodën e funksionit, si dhe i interpreton ato në formën gjeometrike. -Përkufizon monotoninë (rritës dhe zvogëlues), kufizueshmërinë, vlerat ekstreme (<i>min</i> , <i>max</i>), lakueshmërinë, pikat e lakesës së një funksioni.
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara): <u>I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.8; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4</u>	
Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara): <u>3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;</u>	
ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Tipi i orës: <u>Zhvillim</u> Njësia mësimore: <u>Përsëritje. Funksioni numerik Nr.: 3</u>	
Fjalët kyçe: funksion, grafik, domena, monotonia, rritja, zvogëlimi	
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: - Dallon monotoninë e funksionit. - Përcakton rritjen dhe zvogëlimin (monotoninë) e funksioneve. - Ndërton grafikun e funksionit numerik dhe cakton domenën (bashkësinë e përcaktimit). - Interpreton monotoninë e funksionit.	
Kriteret e suksesit: - Cakton domenën e funksioneve $y = \frac{ x }{x}$; $y = x \cdot x$ - Konstrukton grafikun e funksioneve $y = \frac{ x }{x}$; $y = x \cdot x$ - Interpreton monotoninë e funksioneve të dhëna duke i paraqitur ato në trajtë shume.	
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi, vizore.	
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Ekonomi (investimet)	

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Bashkëbisedim

R Leksion i përparuar

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë: 1. Dihet se $|x| = x$ për $x \geq 0$, ndërkas $|x| = -x$ për $x < 0$. Ndërtoni grafikun e funksionit $y = x + |x|$.

2. Funksionet $y = x + 1$ dhe $y = 2x$ janë rritës në $[0, +\infty]$. Ç'mund të thoni për funksionin $y = (x + 1) + 2x$ në këtë interval? Pse?

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegon njësinë për të cilën bëhet fjalë.

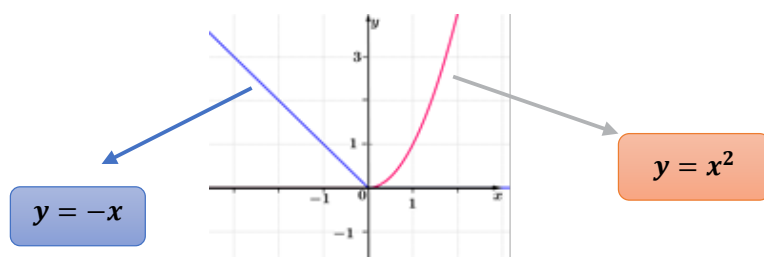
Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë në mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Shembulli 1

Le të ndërtojmë grafikun e funksionit f , me bashkësi përcaktimi $\mathbb{R}$, të dhënë në këtë mënyrë: $f: y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \geq 0 \\ -x & \text{për } x < 0 \end{cases}$

Në këtë shembull, bashkësia e përcaktimit është ndarë në dy pjesë, prandaj edhe grafiku i funksionit përbëhet nga dy pjesë.



Elemente të tjera të studimit të monotonisë së funksionit.

Pranojmë pa vërtetim teoremën:

Teorema 1

Nëse funksionet f, g janë rritëse në bashkësinë A , atëherë edhe funksioni $y = f(x) + g(x)$ është rritës në A .

Nëse funksionet f, g janë zbritëse në bashkësinë A , atëherë edhe funksioni $y = f(x) + g(x)$ është zbritës në A .

Shembulli 2

Funksioni $y = x^2 + \frac{1}{x}$ është zbritës në $[-\infty, 0]$, sepse është shumë e dy funksioneve $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$, të cilat janë zbritës në këtë bashkësi.

Do të pranojmë pa vërtetim teoremën:

Teorema 2

Për funksionet f, g që marrin vetëm vlera pozitive në bashkësinë A :

-nëse f, g janë rritëse në A , atëherë edhe funksioni $y = f(x) \cdot g(x)$ është rritës në A .

-nëse f, g janë zbritëse në A , atëherë edhe funksioni $y = f(x) \cdot g(x)$ është zbritës në A .

Shembulli 3

Funksioni $y = x \cdot \sqrt{x}$ është rritës në $[0, +\infty]$, sepse është prodhim i dy funksioneve që janë rritëse në këtë interval ($y = x^2, y = \sqrt{x}$) dhe marrin vetëm vlera pozitive në të.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë: 1. Për funksionin e mëposhtëm të gjendet bashkësia e përcaktimit dhe pastaj të ndërtohet grafiku:

a) $y = \frac{|x|}{x}$; b) $y = x \cdot |x|$.

2. Studioni monotoninë e funksionit të mëposhtëm, duke e paraqitur atë në trajtë shume:

a) $y = x^2 + 3x$ në $[0, +\infty]$; b) $y = \sqrt{x} + \ln x$ në $[0, +\infty]$; c) $y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{x}$ në $\mathbb{R}^*$.

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimmhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Është dhënë funksioni $y = 6x - x^2, x \in \mathbb{R}$:

- Gjeni koordinatat e kulmit të parabolës, që është grafik i këtij funksioni.
- Skiconi grafikun.
- Gjeni bashkësinë e vlerave të funksionit.
- Ç'mund të thoni për vlerën më të madhe (më të vogël) të funksionit?

2. Një person që ushtrohet në përdorimin e kompjuterit, pas një kohe t (javë) nga fillimi i kursit, arrin të shtypë n fjalë në (minutë), ku $n = 60 \left(1 - \frac{2}{t}\right), t \in \{3, 4, 5, \dots, 10\}$.

- Gjeni shpejtësinë mesatare të ndryshimit të n kur t rritet nga 4 në 8 javë.
- E njëjta kërkesë, kur n rritet nga 4 në 6 javë.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimmhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Shqyrton shenjën, paritetin dhe periodën e funksionit, si dhe i interpreton ato në formën gjeometrike.
-Përkufizon monotoninë (rritës dhe zvogëlues), kufizueshmërinë, vlerat ekstreme (*min*, *max*), lakueshmërinë, pikat e lakesës së një funksioni.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerik

Fjalët kyçe: funksion, grafik, domena, pika më e lartë, pika më e ulët, ekstremume, *min*, *max*

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon pikën më të lartë dhe pikën më të ulët të funksionit.
- Cakton ekstremumet e funksionit (*min*, *max*).

Kriteret e suksesit:

- Duke u bazuar në grafikun e figurës së dhënë, përcakton pikën më të lartë dhe pikën më të ulët të funksionit.
- Gjeni vlerën më të madhe të funksionit $y = x\left(\frac{5}{2} - x\right)$ dhe vlerën më të vogël të funksionit $y = (x - 3)^2$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Meteorologji (temperatura e ajrit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

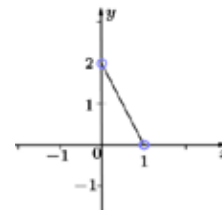
E Leximi në dysheR Di/Dua të di/MësovaR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë: Në fig. 1. 11 është dhënë grafiku i një funksioni numerik f me bashkësi përcaktimi intervalin $[0,1]$.

- a) A ekziston në grafikun e këtij funksioni pika më e lartë? Po pika më e ulët?
b) A ekziston vlera më e madhe e këtij funksioni? Po vlera më e vogël?



Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Ata lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur, që dëshirojnë të dinë rreth asaj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje, dhe shkruajnë informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Ka bashkësi numerike që nuk kanë as element më të madh, as element më të vogël, si p.sh. intervali $[0,2]$. Pra, mund të ndodhë që bashkësia F e vlerave të një funksioni numerik të mos ketë as element më të madh, as element më të vogël, d.m.th. të mos ekzistojë as vlera më e madhe dhe as vlera më e vogël e funksionit.

Themi që funksioni numerik f merr në bashkësinë A vlerën e vet më të madhe, nëse ekziston një element $x_1 \in A$ i tillë që: $f(x) \leq f(x_1)$, për çdo $x \in A$.

Themi që funksioni f merr në bashkësinë A vlerën e vet më të vogël, nëse ekziston një element $x_2 \in A$, i tillë që: $f(x) \geq f(x_2)$, për çdo $x \in A$.

Shembulli 1

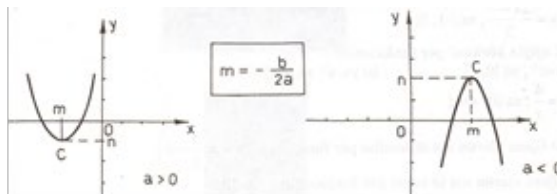


Fig. 1. 12

Në figurën 1.13 është dhënë grafiku i një funksioni numerik f me bashkësi përcaktimi segmentin $[-2, 8]$.

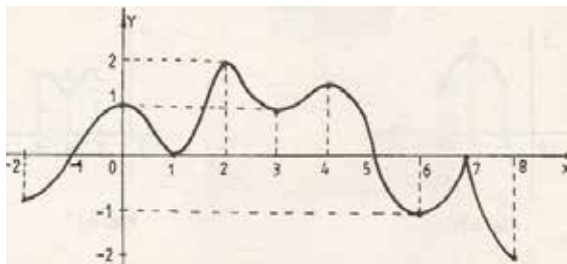


Fig. 1. 13

Detyrë:

- Nga grafiku i dhënë në figurën 1.13, gjeni të gjitha pikat ku funksioni i dhënë ka minimum.
- A ka ky funksion ndonjë minimum më të madh se ndonjë maksimum?

Vëmë re se minimumi i një funksioni, duke qenë vlera më e vogël e funksionit në një interval që rrethon, mund të mos jetë vlera më e vogël e funksionit në bashkësinë e përcaktimit. Po ashtu, maksimumi mund të mos jetë vlera më e madhe e funksionit në bashkësinë e përcaktimit.

Maksimumet dhe minimumet e funksionit quhen ekstremume të tij.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë:

- Gjeni vlerën më të madhe për funksionin $y = x \left(\frac{5}{2} - x \right)$.
- Gjeni vlerën më të vogël për funksionin $y = (x - 3)^2$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësit u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Mësuesi pastaj pyet nëse ka nxënësit që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësit gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Ndërtoni grafikun e një funksioni me bashkësi përcaktimi segmentin $[-1, 9]$, që të ketë maksimume për $x = 2$, $x = 5$, $x = 8$ dhe minimume për $x = 3$, $x = 6$.
- Është dhënë funksioni $f: y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \leq 1 \\ 2 - x & \text{për } x > 1 \end{cases}$. Ndërtoni grafikun dhe gjeni ekstremumet e tij nga grafiku.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Përkufizon monotoninë (rritës dhe zvogëlues),
kufizueshmërinë, vlerat ekstreme (*min*, *max*), lakueshmërinë,
pikat e lavesës së një funksioni.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.8; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerikFjalët kyçe: funksion numerik, grafik, domena, kulmi, pikat e prerjes me boshtin Ox , monotonia.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Cakton veprimet me funksione numerike.
- Përcakton bashkësinë e vlerave të funksionit.
- Interpretton kufizueshmërinë e funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Cakto shumën e dy funksioneve $f+g$, ku $f: y = x^3 + 3x$ dhe $g: y = -x$.
- Krahason funksionin e fituar $f+g$ me funksionin f .
- Konstrukto grafikun e një funksioni të kufizuar në $\mathbb{R}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ekonomi (investimet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë: Jepni me formulë funksionin $f+g$, ku $f: y = x^3 + 3x$ dhe $g: y = -x$. Krahasoni funksionin $f+g$ me funksionin f .

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj duke i shkëmbyer me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësit.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Ata lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur, që dëshirojnë të dinë rreth asaj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Le të jenë f dhe g dy funksione numerike me bashkësi përcaktimi përkatësisht A_1, A_2 . Shënojmë me D prerjen e bashkësive A_1, A_2 .

Pra, $D = A_1 \cap A_2$.

Për çdo vlerë të $x \in D$, ekziston një vlerë e vetme $f(x)$ e funksionit f dhe një vlerë e vetme $g(x)$ e funksionit g . Duke i çiftuar vlerës së x shumën $f(x) + g(x)$, marrim një funksion të ri të përcaktuar në D . Ky funksion i ri quhet shumë e funksioneve f dhe g dhe shënohet $f+g$.

Nga sa thamë, shumën $f+g$ e funksioneve f dhe g është funksioni i përcaktuar në D , i dhënë kështu: $f+g: y = f(x) + g(x)$ apo $f+g: x \rightarrow f(x) + g(x)$.

Fakti që vlera e funksionit $f+g$ në pikën x është sa shumën e vlerave të funksioneve f dhe g në këtë pikë, shënohet kështu:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x).$$

Shembulli 1:

a) Le të kemi funksionet f, g me bashkësi përcaktimi R : $f: y = 3 + x$; $g: y = 2^x$.

Shumën $f+g$ është funksioni (me bashkësi përcaktimi R) i dhënë me formulën $y = 3 + x + 2^x$.

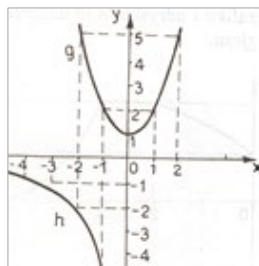
b) Le të kemi funksionet: $h: y = \ln x$, me bashkësi përcaktimi $[0, +\infty]$ dhe $k: y = \sqrt{1-x}$, me bashkësi përcaktimi $[-\infty, 1]$.

Shumën $h+k$ është funksioni me bashkësi përcaktimi prerjen e bashkësive $[0, +\infty]$ dhe $[-\infty, 1]$, d.m.th. bashkësia $[0, 1]$, e dhënë me formulën $y = \sqrt{1-x} + \ln x$.

Funksioni	Bashkësia e përcaktimit	Mënyra e çiftimit
$f \cdot g$	$A_1 \cap A_2$	$x \rightarrow f(x) \cdot g(x)$
$\frac{f}{g}$	$A_1 \cap B$, ku $B = \{x \in A_2 / g(x) \neq 0\}$	$x \rightarrow \frac{f(x)}{g(x)}$
$c \cdot f$	A_1	$x \rightarrow c \cdot f(x)$

Detyrë

Në të njëjtën figurë (fig. 1. 17) është paraqitur funksionit $g: y = x^2 + 1, x \in R$.



grafiku i funksionit $h: y = \frac{4}{x}, x \in [-\infty, 0]$ dhe grafiku i

Fig. 1.17

a) Tregoni bashkësinë e vlerave për secilin funksion.

b) Për funksionin g , a ka ndonjë numër që është më i madh se **të gjitha** vlerat e funksionit? Po ndonjë numër që është më i vogël se **të gjitha** vlerat e funksionit?

c) Të njëjtat pyetje për funksionin f .

Mund të ndodhë që **të gjitha vlerat** e një funksioni numerik f të jenë më të vogla se një numër i caktuar (për to ka një kufi nga lart).

Në këtë rast, funksioni f quhet i **kufizuar nga lart**.

Përkufizim 1:

Funksioni numerik f quhet i kufizuar nga lart në bashkësinë A , nëse ekziston një numër M i tillë që $f(x) < M$ për çdo $x \in A$.

Në këtë rast, grafiku i funksionit f ndodhet **nën** drejtëzën $y = M$.

Përkufizim 2:

Funksioni numerik f quhet i kufizuar nga poshtë në bashkësinë A , nëse ekziston një numër m i tillë që $f(x) > m$ për çdo $x \in A$.

Në këtë rast, grafiku i funksionit f ndodhet **mbi** drejtëzën $y = m$.

Shembulli 2

Një njeri jetoi 80 vjet. Në çdo çast të caktuar të jetës së tij, ai kishte një gjatësi të caktuar L . Funksioni $L = f(t)$, $t \in [0, 80]$, i cili shpreh lidhjen e gjatësisë së tij L (në cm) me kohën e jetuar t (në vjet), duket qartë se është i kufizuar nga lart dhe nga poshtë (p.sh. $L < 300$ cm dhe $L > 10$ cm, për çdo $t \in [0, 80]$).

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

1. Për funksionet h , k të shembullit 1/c jepni me formulë funksionin:

a) $\frac{h}{k}$; b) $2h - k$

dhe tregoni bashkësinë e përcaktimit të tij.

2. Vizatoni grafikun e një funksioni të kufizuar në $\mathbb{R}$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj atyre u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Mësuesi pastaj pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit dhe punës së tyre gjatë zhvillimit të orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Janë dhënë funksionet $f: y = \frac{x+2}{x(x-2)}$ dhe $g: y = \frac{x}{x^2-4}$.

a) Gjeni bashkësitë e përcaktimit të funksioneve f , g .

b) Gjeni funksionet $-3 \cdot f$; $f - g$; $f \cdot g$.

c) A është i barabartë funksioni $f \cdot g$ me funksionin $y = \frac{1}{(x-2)^2}$?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Shqyrton shenjën, paritetin dhe periodën e funksionit, si dhe i interpreton ato në formën gjeometrike.
-Përkufizon monotoninë (rritës dhe zvogëlues), kufizueshmërinë, vlerat ekstreme (*min*, *max*), lakueshmërinë, pikat e lakesës së një funksioni.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III.KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerik Nr.: 6

Fjalët kyçe: funksion, grafik, pariteti, çift, tek, perioda.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon grafikun e funksioneve numerike.
- Përcakton paritetin e funksioneve.
- Dallon periodën e funksioneve.

Kriteret e suksesit:

- Shqyrtoni paritetin (çift, tek) e funksioneve : a) $y = x^2 - 1$ b) $y = \frac{1}{2}x^5$ c) $y = \sqrt{x^4 + 1}$ d) $y = x^3 + \frac{1}{x^3}$
- Caktoni periodën e funksioneve : a) $y = -3$; b) $y = \sin^2 x + \cos^2 x$; c) $y = e^{\ln|x|}$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi, materialet ndihmëse për nxënësit (grafikët në fleta punuese).

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë (mekanika kuantike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

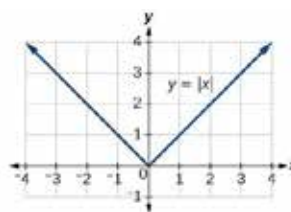
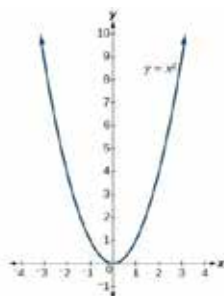
E Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupitR Ditari dypjesëshR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Interpretoni grafikët e mëposhtëm.



Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimsdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë pjesët karakteristike që ata kanë veçuar gjatë leximit dhe në anën e djathtë shënojnë pjesët përbërëse të tyre. Pastaj atyre u kërkohet që të lexojnë ato që kanë shkruar dhe mësimsdhënësi mund të bëjë pyetje kur dëgjon një koment. Mësimsdhënësi pastaj pyet nëse ka nxënës që kanë shënuar pjesët e njëjta dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimsdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit mësimin.

Funksionet $y = x^2$, $y = |x|$ gëzojnë vetinë:

$$(-x)^2 = x^2 \text{ dhe } |-x| = |x| \text{ për çdo } x \in R \text{ d.m.th. } f(-x) = f(x), \forall x \in R$$

Ka funksione numerike që për çdo vlerë të x nga një bashkësi e caktuar gëzojnë vetinë $f(-x) = -f(x)$. Të tilla janë p.sh. funksionet $y = x^3$, $y = x$, $x \in R$.

Le të jetë f një funksion numerik me bashkësi përcaktimi E .

Përkufizimi 1:

Funksioni f quhet çift në qoftë se për çdo $x \in E$ plotësohen njëherësh dy kushte: $(-x) \in E$ dhe $f(-x) = f(x)$.

Përkufizimi 2:

Funksioni f quhet tek në qoftë se për çdo $x \in E$ plotësohen njëherësh dy kushte: $(-x) \in E$ dhe $f(-x) = -f(x)$.

Shembulli 1

Diagrami më poshtë (fig. 1.21) paraqet një elektrokardiogram, në të cilin jepen ndryshimet e intensitetit të rrymës elektrike sipas aktivitetit të zemrës.



Fig. 1. 21

Nga figura shohim se pjesa e grafikut që i përgjigjet segmentit $[AB]$ përsëritet njëlloj për segmentin $[BC]$, po ashtu, për segmentin $[CD]$ e kështu më tej.

Ky është grafiku i një funksioni periodik.

Le të jetë f një funksion numerik me bashkësi përcaktimi E .

Përkufizim:

Funksioni f quhet periodik në qoftë se ekziston të paktën një numër $a \neq 0$ i tillë që për çdo $x \in E$ të kemi $(x - a) \in E$, $(x + a) \in E$ dhe $f(x + a) = f(x)$ (1).

Shembulli 2

Nëse grafiku i një funksioni të përcaktuar në $\mathbb{R}$ është dhënë në segmentin $[-1, 1]$ dhe dihet që ai është periodik me periodë 2, atëherë grafiku i tij do të ketë pamjen e dhënë në figurën 1.23.

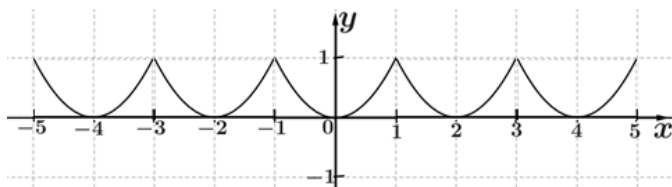


Fig. 1.23

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimsdhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

1. Shqyrtoni nëse funksioni i mëposhtëm është çift apo tek:

a) $y = x^2 - 1$ b) $y = \frac{1}{2}x^5$ c) $y = \sqrt{x^4 + 1}$ d) $y = x^3 + \frac{1}{x^3}$

2. A është periodik funksioni: a) $y = -3$; b) $y = \sin^2 x + \cos^2 x$; c) $y = e^{\ln|x|}$?

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës së nxënësve në çifte.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepni 3 shembuj funksionesh që nuk janë as çift, as tek.

2. Jepni një shembull funksioni që është edhe çift, edhe tek.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimsdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Fusha kurrikulare: <u>MATEMATIKA</u> Lënda: <u>MATEMATIKË</u> Shkalla e kurrikulës: <u>VI</u> Klasa: <u>12</u>	
Tema (nga plani dymujor): FUNKSIONI NUMERIK	Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor): -Përkufizon funksionin e përbërë. -Interpreton kompozimin e funksioneve.
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara): <u>I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.8; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1.5;</u> <u>III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2.3.4</u>	
Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara): <u>3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;</u> <u>6. MODELIMI MATEMATIK- 2; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1</u>	
ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Tipi i orës: <u>Zhvillim</u>	
Njësia mësimore: <u>Përsëritje. Funksioni numerik</u> Nr.: <u>7</u>	
Fjalët kyçe: funksion i përbërë, kompozim i funksioneve, domena.	
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: - Dallon funksionin e përbërë. - Përcakton kompozimin e funksioneve.	
Kriteret e suksesit: - Cakton kompozimin e dy pasqyrimeve f, g. - Me fillim e mbarim në R janë dhënë funksionet: $f: x \rightarrow 2x - 1$ dhe $g: x \rightarrow x^3$. Gjeni $f \circ g$ dhe $g \circ f$.	
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi.	
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Ekonomi (blerja e produkteve)	
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE	
Përshkrimi i metodologjisë:	

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe
R Di/Dua të di/Mësova
R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS**Evokim/Pjesa hyrëse****Detyrë**

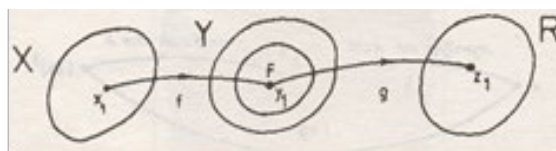
Jepet $y = u^2$ dhe $u = \sin x - 1$. Jepni me formulë varësinë e y nga x .

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të saj, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore**Shembull 1**

Në një qark të rrymës së vazhduar, fuqia e çliruar në rezistencën R , sipas Ligjit të Xhaulit, është $P = R \cdot I^2$, ku I është intensiteti i rrymës që e përshkon. Sipas Ligjit të Omit, nëse U është tensioni ndërmjet skajeve të rezistencës, kemi $I = \frac{U}{R}$. Meqë P varet nga I dhe I varet nga U , është e qartë se P varet nga U . Kemi: $P = R \cdot I^2 = R \cdot \left(\frac{U}{R}\right)^2$, d.m.th. $P = \frac{U^2}{R}$. Themi se funksioni h i dhënë me formulën $P = \frac{U^2}{R}$ është **përbërja** e funksionit $h: I = \frac{U}{R}$ me funksionin $g: P = R \cdot I^2$.

Në **përgjithësi**, le të na jenë dhënë dy funksione numerike f, g . Funksioni i parë (f) le të ketë bashkësi përcaktimi X dhe bashkësi vlerash F . Funksioni i dytë (g) le të ketë bashkësi përcaktimi Y , që e përmban bashkësinë F ($F \subset Y$) dhe bashkësi mbarimi R . Funksioni f , çdo element $x_1 \in X$ e çifton me një element të vetëm $y_1 \in F$. Është e qartë që $y_1 \in Y$ (sepse $F \subset Y$). Funksioni g i çifton çdo elementi y_1 të **bashkësisë së tij të përcaktimit** një element të vetëm $z_1 \in R$ (fig. 1. 25).

**Fig. 1. 25**

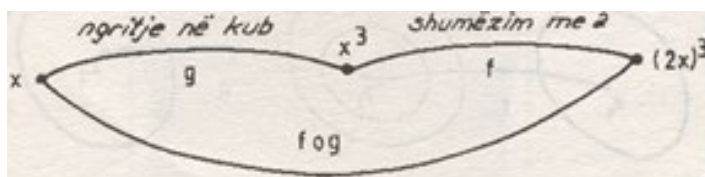
Duke zbatuar njëri pas tjetrit, në fillim funksionin f dhe pastaj funksionin g , çdo element x_1 i bashkësisë X çiftohet me një element të vetëm $z_1 \in R$. Merret kështu një funksion i ri numerik, me bashkësi përcaktimi X dhe me bashkësi vlerash R . Kjo quhet **përbërje** e funksionit f me funksionin g dhe shënohet me $g \circ f$ (lexohet g rreth f), duke nënkuptuar se i pari zbatohet funksioni f dhe pastaj, **mbi shëmbëllimet e tij**, zbatohet funksioni g . Pra, vlera e funksionit $g \circ f$ në pikën x është $g[f(x)]$.

Shembulli 2

Në R janë dhënë funksionet $f: x \rightarrow 2x$; $g: x \rightarrow x^3$. Të gjenden: a) $g \circ f$; b) $f \circ g$.

$$a) g \circ f = g(f(x)) = g(2x) = (2x)^3$$

$$b) f \circ g = f(g(x)) = f(x^3) = 2 \cdot x^3$$



Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Ata lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur, që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë informacionet e reja që ata i kanë marrë gjatë leximit.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Me fillim e mbarim në $\mathbb{R}$ janë dhënë funksionet: $f: x \rightarrow 2x - 1$ dhe $g: x \rightarrow x^3$. Gjeni $f \circ g$ dhe $g \circ f$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj atyre u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Mësimdhënësi pastaj pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Në tabelë jepen matjet për tri madhësi x, y, z të marra gjatë një eksperimenti (fig 1.28). f është funksioni që çdo vlerë të x nga rreshti i parë, i çiftohet vlerën përgjegjëse y nga rreshti i dytë. g është funksioni që çdo vlerë y nga rreshti i dytë, i çiftohet vlerën përgjegjëse të z nga rreshti i tretë.

x	5	10	15	20	25	30	35	40
y	4	6	9	11	12	10	8	7
z	8	12	18	22	24	20	16	14

Fig. 1. 28

Gjeni shëmbëllimet e elementeve 10, 15, 35 në funksionin $g \circ f$.

2. f, g janë dy funksione me bashkësi përcaktimi $\mathbb{R}$, të tillë që $f(x) = 3x - 2$; $g(x) = \frac{x-1}{4}$

- Gjeni shëmbëllimin e numrit 5 në funksionet $f \circ g$ dhe $g \circ f$.
- Shkruani $g[f(x)], f[g(x)]$.
- Jepni funksionet $f \circ g$ dhe $g \circ f$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon funksionin (anasjelltë) invers.
- Njehson funksionin invers të një funksioni (nëse ekziston).
- Klasifikon funksionet.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerik Nr.: 8

Fjalët kyçe: funksion i anasjelltë, invers, domena.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon funksionin e anasjelltë.
- Përcakton funksionin e anasjelltë të një funksioni.

Kriteret e suksesit:

- Cakton funksionin e anasjelltë të funksionit $y = x$.

DETYRA DHE PUNË E PAVARUR

- Me bashkësi fillimi $A = \{\text{Shkumbin, Vjosë, Osum, Erzen}\}$ dhe bashkësi mbarimi $B = \{\text{Elbasan, Fier, Përmet, Berat, Shijak, Tiranë}\}$, jepet relacioni F "x kalon nëpër qytetin y".
a) Konstruktioni grafikun e relacionit F . A është F funksion?
b) Konstruktioni grafikun e relacionit F^{-1} . A është F^{-1} funksion?
c) Shprehni me fjali me dy ndryshore relacionin F^{-1} .

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Gjeografi (popullsia)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE

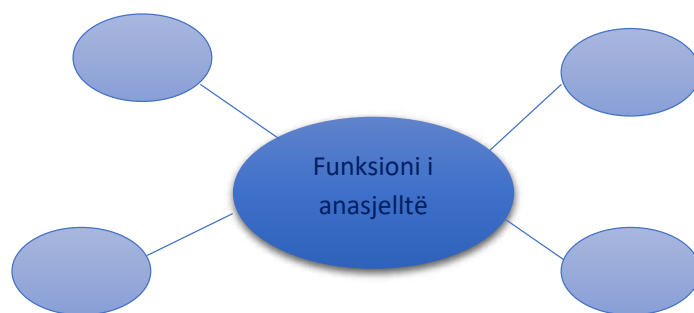
Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E KllasterR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse



Mësimdhënësi kërkon nga nxënësit në mënyrë të lirë të paraqesin mendimet e tyre lidhur me temën e përcaktuar nga ai.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë

Është dhënë funksioni f me fillim R e mbarim R . Tregoni që ai ka funksion të anasjelltë dhe jepni f^{-1} me formulë: $y = x$.

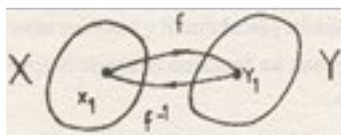
Përkufizim:

Relacion i anasjelltë (invers) i relacionit R me fillim X , mbarim Y dhe graf G , quhet relacion me fillim Y , mbarim X dhe graf G' , ku G' përbëhet nga çiftet e anasjella të çifteve të G . Ai shënohet R^{-1} .

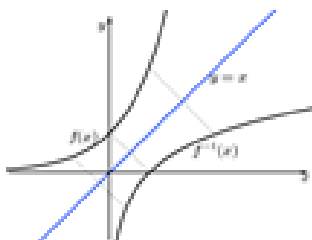
Kur relacioni R është dhënë me diagram shigjetor, diagramin shigjetor të relacionit të anasjelltë R^{-1} e marrim duke ndryshuar kahun e secilës shigjete në paraqitjen e R .

Kur relacioni R është dhënë me tabelë me dy rreshta, relacionin R^{-1} mund ta marrim duke këmbyer vendet e rreshtave.

Nëse për funksionin $f: X \rightarrow Y$ relacioni i anasjelltë f^{-1} është funksion, atëherë themi që funksioni f ka funksion të anasjelltë.



Grafiku i funksionit f^{-1} është simetrik me grafikun e funksionit f në lidhje me drejtëzën $d: y = x$ (fig. 1. 30)



Funksionet e anasjella të disa funksioneve të njohura

Për n tek, funksioni fuqi $y = x^n$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ ka funksion të anasjellë dhe ky është funksioni $y = \sqrt[n]{x}$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.

Për n çift, funksioni fuqi $y = x^n$, $x \in \mathbb{R}^+$, $y \in \mathbb{R}^+$ ka funksion të anasjellë dhe ky është funksioni $y = \sqrt[n]{x}$, $x \in \mathbb{R}^+$, $y \in \mathbb{R}^+$.

Funksioni $y = a^x$, $x \in \mathbb{R}$ ku $0 < a \neq 1$ ka funksion të anasjellë $y = \log_a x$, $x > 0$.

Funksioni $y = \sin x$, $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, ka funksion të anasjellë $y = \arcsin x$, $x \in [-1, 1]$.

Funksioni $y = \cos x$, $x \in [0, \pi]$, ka funksion të anasjellë $y = \arccos x$, $x \in [-1, 1]$.

Funksioni $y = \tan x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, ka funksion të anasjellë $y = \arctan x$, $x \in \mathbb{R}$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej atyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë

Me bashkësi fillimi $A = \{\text{Shkumbin, Vjosë, Osum, Erzen}\}$ dhe bashkësi mbarimi $B = \{\text{Elbasan, Fier, Përmet, Berat, Shijak, Tiranë}\}$, jepet relacioni F "x kalon nëpër qytetin y".

- Jepni grafikun e relacionit F . A është F funksion?
- Jepni grafikun e relacionit F^{-1} . A është F^{-1} funksion?
- Shprehni me fjali me dy ndryshore relacionin F^{-1} .

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësit gjatë orës mësimore dhe punës në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Funksioni f është dhënë me tabelë:

A)

fytyra	-2	-1	0	1	3
shëmbëllimi	6	3	0	-3	-9

B)

fytyra	-27	-8	0	1	8
shëmbëllimi	2	1	0	-2	-3

- Jepni me tabelë relacionin e anasjellë f^{-1} . A është funksion ai?
- Jepni me formulë funksionin f .
- Jepni me formulë funksionin f^{-1} .

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Zbaton funksionet për zgjidhjen e problemeve nga jeta reale.
 -Përdorë gjuhën matematike dhe teknologjinë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Ushtime (Përsëritje)Njësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerik Nr.: 9

Fjalët kyçe: domena, grafiku, funksioni, monotonia, funksioni i përbërë, funksioni i anasjelltë.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Cakton domenën e funksionit.
- Ndërtton grafikun e funksionit dhe cakton bashkësinë e vlerave.
- Shpjegon monotoninë e funksionit.
- Llogarit funksionin e përbërë.
- Arsyeton zgjidhjen e funksionit të anasjelltë.

Kriteret e suksesit:

- Cakton domenën e funksioneve a) $y = \frac{12}{x}$; b) $y = 1 - x^2$.
- Konstrukton grafikun e funksionit të mësipërm dhe, nga grafiku, cakton bashkësinë e vlerave.
- Shpjego monotoninë e funksionit $f: y = x^2 - 5x + 6$.
- Llogarit funksionin e përbërë të funksioneve $f: x \rightarrow x^2 + 2$; $g: x \rightarrow 2^x$; $h: x \rightarrow \sin x$, gof dhe hog.
- Arsyeton zgjidhjen e funksionit të anasjelltë për funksionin $y = \frac{2x-3}{2}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, materiale ndihmëse për nxënësit (fleta punuese).

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike (dizajnimi i sistemeve kompjuterike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Këndet****R Rishikim në grupim****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse****Detyrë 1**

Për funksionin e mëposhtëm, gjeni bashkësinë e përcaktimit, ndërtoni grafikun dhe gjeni prej tij bashkësinë e vlerave:

a) $y = \frac{12}{x}$; b) $y = 1 - x^2$.

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Nxënësit do të punojnë në çift duke i hedhur në letër mendimet e tyre në lidhje me detyrën dhe pastaj i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Realizim/Pjesa kryesore

Ky aktivitet është shumë i dobishëm kur mësimdhënësi dëshiron të theksojë faktin se jo të gjithë në klasë kanë pikëpamje të njëjta ose për të thënë se ka disa zgjidhje për disa probleme. Kjo metodë mësimore i lejon nxënësit, të cilët normalisht nuk komunikojnë në klasë, për të marrë pjesë dhe të komunikojnë me shokët e tyre.

Organizimi i nxënësve bëhet në këtë mënyrë:

Në katër këndet e klasës i vendosim etiketat me detyrat e caktuara varësisht prej numrit të nxënësve (pra, numri i etiketave të ngjashme për secilën detyrë), ku nxënësit do të fokusohen dhe i vendosim në vendet e caktuara për to. Mësimdhënësi prezanton para nxënësve llojet e detyrave të vendosura në katër këndet e klasës dhe u jep një kohë të caktuar nxënësve për të menduar në lidhje me to. Pastaj kërkohet prej tyre që të bëjnë përzgjedhjen e detyrave të dhëna, secili nga një etiketë. Pasi nxënësit bëjnë zgjedhjen e tyre, kërkohet prej tyre që prapa etiketave të përzgjedhura, të japin mendimet e tyre në lidhje me detyrat e caktuara. Pasi i zgjidhin detyrat, ata udhëzohen të drejtohen te këndet nga i kanë përzgjedhur detyrat. Te këndet ata bashkohen në grupe me anëtarët, d.m.th. secili kënd i klasës do të ketë grupe me nxënës, që ndajnë detyrat e ngjashme dhe diskutojnë në lidhje me përzgjedhjen e bërë. Pas një diskutimi të shkurtër, nxënësit thirren në mënyrë të rastësishme, pra nga një nxënës që prezanton grupin përkatës, për të dhënë një mendim të thjeshtë, e cila mbështet zgjedhjen e tyre.

Detyrë 2Është dhënë funksioni $f: y = x^2 - 5x + 6$.

a) Skiconi grafikun e tij dhe gjeni bashkësinë e vlerave.

b) Studioni monotoninë e funksionit.

Detyrë 3Jepen funksionet $f: x \rightarrow x^2 + 2$; $g: x \rightarrow 2^x$; $h: x \rightarrow \sin x$. Gjeni gof dhe hog.**Reflektim/Pjesa përfundimtare**

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan nga një fletë secilit grup, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë

mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë 4

Funksioni i anasjellë i funksionit $y = \frac{2x-3}{2}$ është:

a) $y = \frac{3-2x}{2}$; b) $y = \frac{2x+3}{2}$; c) $y = \frac{2x-3}{2}$; d) $y = \frac{2x+3}{2}$?

Arsyetoni përgjigjen tuaj.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepen funksionet $f: x \rightarrow x^3 - x$ dhe $g: x \rightarrow \sin 2x$. Gjeni:

a) $f[g(\frac{\pi}{2})]$; b) $g[f(1)]$; c) $g[f(2)]$; d) $f[f(1)]$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton funksionet për zgjidhjen e problemeve nga jeta reale.
- Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Vlerësim

Njësia mësimore: Përsëritje. Funksioni numerik Nr.: 10

Fjalët kyçe: domena, grafiku, funksioni, monotonja, funksioni i përbërë, funksioni i anasjelltë.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zgjidh detyra të ndryshme në lidhje me funksionet numerike.
- Cakton vlerat e funksioneve të dhëna.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit vlerën e funksioneve të dhëna në fletat punuese.
- Konstruktoren grafikun e funksioneve të caktuara në fletat punuese.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike (dizajnimi i sistemeve kompjuterike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËSIT GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Ditari dypjesësh****R Ditari dypjesësh****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale, duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave, mësimdhënësi i grumbullon ato për t'i vlerësuar.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave, mësimdhënësi i grumbullon ato për t'i vlerësuar.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR**Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore**

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor)

- Përkufizon vargun numerik
- Identifikon kufizat e vargut numerik
- Paraqet vargun numerik nëpërmjet kufizës së përgjithshme

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,3,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: VARGU NUMERIK Nr.:1

Fjalët kyçe: varg, kufizë, bashkësi, tabelë, grafik, funksion

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- cakton vargun numerik me bashkësi përcaktimi bashkësinë e numrave natyrorë N ;
- kupton vargun si funksion të dhënë në formë tabelore dhe përcakton kufizën e përgjithshme;
- paraqet grafikisht vargun numerik në planin Oxy.

Kriteret e suksesit:

- i shoqëron çdo elementi të bashkësisë $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, dyfishin e tij dhe e paraqet në mënyrë tabelore;
- shkruan vargun në trajtën $y_1, y_2, \dots, y_n$ nëse është dhënë formula e tij $y_n = \sqrt{n}$, $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dhe ndërton grafikun e atij vargu;
- cakton 4 kufizat e para të vargut $y_n = n^2 - 9$, $n \in N$, dhe e paraqet në planin Oxy;
- tregon nëse numrat 143 dhe 102 janë kufiza për vargun $y_n = n^2 - 1$, $n \in N$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Biologji
(Qeliza)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Leksion i përparuarR Mendo/puno në dyshe/thua grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë:

- a) Shkruani vargun e numrave natyrorë tek.
 b) Shkruani vargun e numrave natyrorë, që janë shumëfisha të numrit 5.
 c) Për secilin nga vargjet e mësipërme, tregoni kufizën e dytë, të gjashtë, të njëqindtë.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre. Mendimet e nxënësve shënohen në tabelë në mënyrë që të analizohen më tutje gjatë zhvillimit të orës mësimore.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrave. Pastaj, mësuesi udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Duke u nisur nga zgjidhjet e nxënësve të shënuara në tabelë, kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimi) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Shembulli 1

Çdo elementi të bashkësisë $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i shoqërojmë (çiftojmë) dyfishin e tij:

$1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 6, 4 \rightarrow 8, 5 \rightarrow 10$

Marrim kështu një funksion numerik me bashkësi përcaktimi E.

Ky funksion ka këtë paraqitje tabelore:

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

Shembulli 2

Çdo numri natyror i çiftojmë të anasjellin e tij:

$1 \rightarrow \frac{1}{1}; 2 \rightarrow \frac{1}{2}; 3 \rightarrow \frac{1}{3}; \dots; n \rightarrow \frac{1}{n}; \dots$

Në këtë mënyrë, merret një funksion numerik me bashkësi përcaktimi bashkësinë e numrave natyrorë N. Ai mund të jepet me formulën $y = \frac{1}{x}, x \in N$.

Përkufizim: Funksioni numerik f , që ka si bashkësi përcaktimi bashkësinë e numrave natyrorë N ose bashkësinë k të numrave të parë natyrorë, quhet varg numerik.

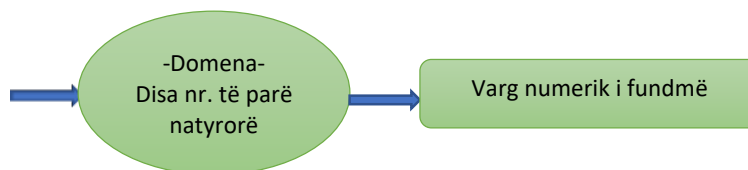
Vlerat e këtij funksioni quhen **kufiza** të vargut.



$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}$ - Varg numerik i pafundmë

$1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 6, 4 \rightarrow 8, 5 \rightarrow 10$

2,4,6,8,10- Varg numerik i fundmë



Vargun numerik $y = f(x)$, $x \in \mathbb{N}$, e shkruajmë në radhitjen $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$. Treguesi n i kufizës y_n s'është gjë tjetër veçse vlera e ndryshorit x ($x = n$), kurse vetë kufiza y_n përfaqëson, siç thamë, vlerën përgjegjëse të funksionit.

Vargun numerik $y = f(x)$, $x \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$, e shkruajmë në radhitjen $y_1, y_2, \dots, y_k$.

Vargun numerik shpesh e shënojmë edhe me simbolin (y_n) , ku $y_n = f(n)$.

Shembulli 3

Është dhënë vargu numerik i fundmë:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64. Ky varg është funksion, i cili mund të jepet me tabelën:

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	4	9	16	25	36	49	64

ose me formulën $y = x^2$, $x \in E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Vargun numerik, si çdo funksion numerik, mund ta paraqitim grafikisht në planin koordinativ xOy . Meqenëse vargu ka si bashkësi përcaktimi N ose bashkësinë $\{1, 2, 3, \dots, k\}$ të disa numrave të parë natyrorë, grafiku i tij do të jetë një bashkësi pikash në planin xOy , që kanë si **abshisa numrat natyrorë**, kurse si **ordinata kanë kufizat përgjegjëse të vargut**.

Shembulli 4

Le të na jepet formula $y_n = n^2 - 1$, $n \in \mathbb{N}$.

Duke vënë në këtë formulë në vend të n , njëri pas tjetrit, numrat natyrorë 1, 2, 3, 4, ..., marrim: $y_1 = 1^2 - 1 = 0$; $y_2 = 2^2 - 3$; $y_3 = 3^2 - 1 = 8$ etj.

Kështu, përftojmë vargun numerik 0, 3, 8, ..., $n^2 - 1, \dots$ ku $y_n = n^2 - 1$.

Formula që shpreh çdo kufizë të vargut nëpërmjet treguesit të saj n quhet formulë e **kufizës së përgjithshme** të vargut.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe nëse i kemi në listë, si dhe gjërat e reja që janë mësuar, radhiten në listë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Vargu numerik i fundmë është dhënë me anë të formulës $y_n = \sqrt{n}$, $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- Shkruani vargun në trajtën $y_1, y_2, \dots, y_5$.
- Ndërttoni grafikun e këtij vargu.

Detyrë 2

Cakto 4 kufizat e para të vargut $y_n = n^2 - 9$, $n \in \mathbb{N}$ dhe paraqit në planin Oxy .

Detyrë 3

Trego nëse numrat 143 dhe 102 janë kufiza për vargun $y_n = n^2 - 1$, $n \in \mathbb{N}$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë të japin mendimet e tyre lidhur me zgjidhjen e detyrave, njërës dyshe i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit e tjerë. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore dhe i punës së tyre në dyshe/grupe.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1.a) Shkruani vargun e numrave çift dyshifrorë.

b) Tregoni bashkësinë e përcaktimit dhe jepni këtë varg me formulë.

2. Tregoni 4 kufizat e para për secilin nga vargjet:

a) $y_n = \frac{n+1}{n};$

b) $y_n = 2n - 5;$

c) $y_n = 1 + \sqrt{n}.$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Kupton përkufizimin e formulave rekurrente.
- Analizon logjikën e dhënies së vargut numerik në mënyrë rekurrente.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,3,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI
MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: VARGJE TË DHËNA NË MËNYRË REKURRENTE Nr.: 2

Fjalët kyçe: varg, kufizë, bashkësi, tabelë, grafik, funksion

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- cakton kufizat nëpërmjet formulës rekurrente;
- kupton mënyrën e dhënies së vargut numerik në mënyrë rekurrente, sipas:
 1. kufizës së parë të vargut (ose disa kufizave të para);
 2. një formule rekurrente që shpreh kufizën e përgjithshme y_n të vargut nëpërmjet kufizës paraardhëse y_{n-1} .

Kriteret e suksesit:

- cakton në mënyrë rekurrente vargun $y_{n+1} = y_n \cdot (n+1)$, nëse $y_1 = 1$;
- tregon që te vargu (v_n) , ku $v_n = \frac{1}{y_n}$, diferenca $v_{n+1} - v_n$ është konstante për çdo $n \in \mathbb{N}$, nëse vargu (y_n) është dhënë në mënyrë rekurrente $\begin{cases} y_1 = 3 \\ y_{n+1} = \frac{y_n}{1+y_n} \end{cases}$
- cakton gjashtë kufizat e para të vargut të dhënë në mënyrë rekurrente $y_1 = 1$ dhe $y_{n+1} = y_n + 2$; $y_1 = 4$ dhe $y_{n+1} = \frac{1}{y_n}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Statistikë
(lojërat sportive)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Vargu numerik i pafundmë e ka kufizën e parë 3 dhe çdo kufizë e mëtejshme është sa dyfishi i kufizës paraardhëse.

Tregoni për këtë varg kufizën e dytë, të tretë, të katërt.

A jeni në gjendje të gjeni, njërën pas tjetrës, secilën nga kufizat e këtij vargu?

Secilit prej nxënësve i shpërndahet nga një letër që përmban detyrën e dhënë. Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke u përgjigjur në kërkesat e detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, si dhe udhëzohen që në letrat me ngjyra të shënohen kufizat e kërkuara dhe kufizat tjera të identifikuar nga ata, sipas kërkesave të detyrës.

Realizim/Pjesa kryesore

Formula që shpreh çdo kufizë të vargut nëpërmjet kufizave paraardhëse quhet formulë **rekurrente**.

Një mënyrë për të dhënë vargun numerik është e ashtuquajtura **mënyrë rekurrente**. Sipas kësaj mënyre, zakonisht jepen:

1. kufiza e parë e vargut (ose disa kufiza të para);

2. një formulë rekurrente, që shpreh kufizën e përgjithshme y_n të vargut nëpërmjet kufizës paraardhëse y_{n-1} (ose nëpërmjet y_{n-1} e y_{n-2}).

Kur vargu është dhënë në mënyrë rekurrente, duke u nisur nga kufizat e para të njohura të tij, ne mund të gjejmë, njërën pas tjetrës, secilën nga kufizat e tij.

Shembulli 1

Kufiza e parë e vargut është $y_1 = 1$, kurse çdo kufizë (duke filluar nga e dyta) është e barabartë me prodhimin e treguesit të saj me kufizën paraardhëse d.m.th. $y_{n+1} = y_n \cdot (n+1)$.

Atëherë kemi: $y_2 = 2 \cdot y_1 = 1 \cdot 2$

$$y_3 = 3 \cdot y_2 = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

$$y_4 = 4 \cdot y_3 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

.....

$$y_{n+1} = (n+1)y_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1)$$

Shembulli 2

Vargu (y_n) është dhënë në mënyrë rekurrente $\begin{cases} y_1 = 3 \\ y_{n+1} = \frac{y_n}{1+y_n} \end{cases}$.

Tregoni që te vargu (v_n), ku $v_n = \frac{1}{y_n}$, diferenca $v_{n+1} - v_n$ është konstante për çdo $n \in \mathbb{N}$.

Zgjidhje

Kemi $v_{n+1} = \frac{1}{y_{n+1}} = \frac{1+y_n}{y_n}$ dhe $v_n = \frac{1}{y_n}$, prandaj: $v_{n+1} - v_n = \frac{1+y_n}{y_n} - \frac{1}{y_n} = 1$, për çdo $n \in \mathbb{N}$.

Zbatim: Për njehsimin e përafërt të rrënjës katrore të një numri pozitiv a , zgjedhim në fillim një përafrim të parë x_1 dhe ndërtojmë pastaj vargun e përafërimeve të mëtejshme $x_1, x_2, \dots, x_n$, duke përdorur formulën rekurrente: $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$.

Procesin e njehsimeve e vazhdojmë derisa vlerat e njëpasnjëshme x_n, x_{n+1} të ndodhen brenda intervalit të përafrimit që dëshirojmë.

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë, nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth asaj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Është dhënë vargu (u_n) , i tillë që $\begin{cases} u_1 = u_2 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases}$ dhe vargu (y_n) , ku $y_n = 2 \cdot u_n + 1$.

Shprehni y_{n+1} nëpërmjet u_n dhe tregoni që te vargu (y_n) raporti i secilës kufizë me paraardhësen është konstant.

Detyrë 2

Gjeni gjashtë kufizat e para të vargut të dhënë në mënyrë rekurrente:

a) $y_1 = 1$ dhe $y_{n+1} = y_n + 2$; **b)** $y_1 = 4$ dhe $y_{n+1} = \frac{1}{y_n}$

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësve u kërkohet që të prezantojnë punën e tyre dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës të prezantuar nga ata. Mësimdhënësi pastaj pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse i kanë kuptuar nxënësit detyrat.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni kufizën e 10-të dhe kufizën e n-të të vargut.

2. Gjeni gjashtë kufizat e para të vargut të dhënë në mënyrë rekurrente:

a) të numrave natyrorë çift: **a)** $y_1 = 5$ dhe $y_{n+1} = y_n - \frac{1}{2}$; **b)** $y_1 = 4$ dhe $y_{n+1} = \frac{1}{y_n}$.

b) të numrave natyrorë tek;

c) të shumëfishave natyrorë të treshit;

d) të fuqive natyrore të numrit 2.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon vargjet monotone (rritëse dhe zvogëluese)
- Kupton përkufizimin e vargjeve të kufizuara

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,3,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI
MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: VARGJE MONOTONE DHE VARGJE TË KUFIZUARA Nr.: 3

Fjalët kyçe: varg, kufizë, rritës, zvogëlues, monoton, i kufizuar, kufi i sipërm, kufi i poshtëm

Rezultati/et e të nxënit për orën mësimore:

- analizon metodat për të studiuar monotoninë e vargut;
- zbaton teoremën e vargjeve të kufizuara për të përcaktuar infimumin (kufirin e poshtëm) dhe supremumin (kufirin e sipërm) të vargut.

Kriteret e suksesit:

- cakton monotoninë e vargut $y_n = 3^n - n$, $n \in \mathbb{N}$, duke zbatuar metodën e diferencës;
- krahason raportin $\frac{y_{n+1}}{y_n}$ me 1, për vargun $y_n = \frac{2^n}{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$ dhe tregon monotoninë;
- shqyrton kufizueshmërinë e vargut $y_n = (-1)^n + \frac{1}{n^2+1}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Bankat
(Kursimet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E BashkëbisedimR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë:

- a) Tregoni nëse në vargjet me kufizë të përgjithshme $y_n = 4n$ dhe $y_n = \frac{1}{3n}$, kufizat vijnë duke u rritur apo duke u zvogëluar.
- b) Ç'mund të thoni për vargun 1, 2, 1, 2, 1, 2, ...?

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit.

Pastaj, mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'i u tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja, gjatë leximit të leksionit.

Në vargun 3, 6, 12, 24, ... çdo kufizë është më e madhe se paraardhësja, pra kufizat e tij vijnë duke u rritur (me rritjen e treguesve të tyre). Ky varg, i parë si funksion numerik, është rritës.

Në vargun numerik të pafundmë 1, 1/2, 1/3, ..., 1/n, ..., çdo kufizë është më e vogël se paraardhësja, pra kufizat e tij vijnë duke u zvogëluar (me rritjen e treguesve të tyre). Ky varg, i parë si funksion numerik, është zbritës.

Është e qartë se vargu f është rritës atëherë dhe vetëm atëherë kur çdo kufizë e tij është më e madhe se kufiza paraardhëse, d.m.th. kur për çdo vlerë të n nga bashkësia e përcaktimit kemi

$$y_{n+1} > y_n.$$

(sepse në këtë dhe vetëm në këtë rast kemi rritjen e vlerave të funksionit $y = f(x)$, $x \in \mathbb{N}$, kur rriten vlerat e ndryshorit x , d.m.th. treguesit e kufizave).

Formuloni një përfundim të ngjashëm për rastin e vargut zbritës.

Shtrohet pyetja: si mund të gjykojmë nëse një varg numerik është monoton (rritës ose zbritës)?

Shembulli 1

Le të studiojmë monotoninë e vargut me kufizë të përgjithshme

$y_n = 3^n - n$, $n \in \mathbb{N}$. Kemi $y_{n+1} = 3^{n+1} - (n+1)$, prandaj

$$y_{n+1} - y_n = 3^{n+1} - n - 1 - [3^n - n] = 3 \cdot 3^n - 3^n - 1 = 2 \cdot 3^n - 1.$$

Meqenëse $3^n > 1$, atëherë $2 \cdot 3^n - 1 > 0$ për çdo $n \in \mathbb{N}$. Vargu është rritës.

II. Kur kufizat e vargut janë pozitive, krahasohet raporti $\frac{y_{n+1}}{y_n}$ me 1.

Shembulli 2

Le të studiojmë monotoninë e vargut me kufizë të përgjithshme $y_n = \frac{2^n}{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$.

Kemi $y_n > 0$ për çdo $n \in \mathbb{N}$. Veç kësaj:

$$\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{2^{n+1}}{n+2} \cdot \frac{n+1}{2^n} = \frac{2^{n+1}}{n+2} \cdot \frac{n+1}{2^n} = \frac{2n+2}{n+2} \text{ dhe}$$

$\frac{y_{n+1}}{y_n} - 1 = \frac{2n+2}{n+2} - 1 = \frac{n}{n+2} > 0$ dmth $\frac{y_{n+1}}{y_n} - 1 > 0$ për çdo $n \in \mathbb{N}$, prej ku (meqë $y_n > 0$) del $y_{n+1} > y_n$, për çdo $n \in \mathbb{N}$. Vargu është rritës.

III. Përdorim teoremën: Nëse funksioni $y = f(x)$ është rritës (zbritës) në bashkësinë $[1, +\infty[$, atëherë edhe vargu me kufizë të përgjithshme $y_n = f(n)$ është rritës (zbritës).

Le të vërtetojmë teoremën. Ta zëmë se funksioni numerik $y = f(x)$ është rritës në bashkësinë $[1, +\infty[$. Atëherë, ai është rritës edhe në bashkësinë $\mathbb{N}$, që është pjesë e këtij intervali. Pra, është rritës funksioni numerik $y = f(x)$, $x \in \mathbb{N}$, i cili është vargu numerik $y_1, y_2, \dots$, $y_n, \dots$ ku $y_n = f(n)$.

Le të vërtetojmë teoremën. Ta zëmë se funksioni numerik $y = f(x)$ është rritës në bashkësinë $[1, +\infty[$. Atëherë, ai është rritës edhe në bashkësinë $\mathbb{N}$, që është pjesë e këtij intervali. Pra, është rritës funksioni numerik $y = f(x)$, $x \in \mathbb{N}$, i cili është vargu numerik $y_1, y_2, \dots$, $y_n, \dots$ ku $y_n = f(n)$.

Shembulli 3

Le të studiojmë monotoninë e vargut me kufizë të përgjithshme

$$y_n = \sqrt{\frac{1}{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Shqyrtojmë funksionin $f: y = \sqrt{\frac{1}{x+1}}$ në $[1, +\infty[$. Ky funksion është zbritës në $[1, +\infty[$. Prandaj, vargu y_n , ku $y_n = \sqrt{\frac{1}{n+1}}$, $n \in \mathbb{N}$

apo $y_n = f(n)$, $n \in \mathbb{N}$ është zbritës.

Ka vend teorema: Nëse funksioni f është rritës në $\mathbb{R}$ dhe vargu i dhënë në mënyrë rekurrente me formulën $u_{n+1} = f(u_n)$ gëzon vetinë që $u_2 > u_1$ ($u_2 < u_1$), atëherë ky varg është rritës (zbritës). (Këtë teoremë do ta pranojmë pa vërtetim.)

Themi se vargu numerik (y_n) është i kufizuar nga lart, nëse ekziston një numër real M i tillë që për çdo $n \in \mathbb{N}$ të kemi $y_n < M$.

Themi se vargu numerik (y_n) është i kufizuar nga poshtë, nëse ekziston një numër real m i tillë që për çdo $n \in \mathbb{N}$ të kemi $y_n > m$.

Themi se vargu (y_n) është i kufizuar nëse ai është i kufizuar edhe nga lart, edhe nga poshtë. Kjo ndodh atëherë dhe vetëm atëherë kur ekziston një numër real pozitiv k , i tillë që $|y_n| < k$, për çdo $n \in \mathbb{N}$.

Ç'mund të themi për kufizueshmërinë e një vargu rritës? Po të një vargu zbritës?

Shembulli 4

Shqyrtojmë vargun numerik (y_n) , ku $y_n = (-1)^n + \frac{1}{n^2 + 1}$. Për çdo $n \in \mathbb{N}$, kemi $0 < \frac{1}{n^2 + 1} < 1$ dhe $-1 \leq (-1)^n \leq 1$, prandaj $-1 < y_n < 2$ (pse?).

Vargu është i kufizuar.

Teoremë: Le të jetë f një funksion numerik, i përcaktuar në $[0, +\infty[$, dhe (y_n) një varg i tillë që $y_n = f(n)$. Nëse funksioni f është i kufizuar nga lart (nga poshtë) në $[0, +\infty[$, atëherë vargu (y_n) është i kufizuar nga lart (nga poshtë).

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Tregoni që vargu me kufizë të përgjithshme $y_n = n^2 - \frac{5}{2}n$, $n \in \mathbb{N}$, është rritës, ndonëse funksioni $y = x^2 - \frac{5}{2}x$ nuk është rritës në $[1, +\infty[$.

Detyrë 2

Numri i diagonaleve të një shumëkëndëshi të mysët jepet nga formula $d_n = \frac{n(n-3)}{2}$ ku n është numri i brinjëve ($n \geq 4$). A është vargu (d_n) monoton?

Nxënësit në çifte diskutojnë mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në fletat shumëngjyrëshe shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimsdhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë, vendos fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësimsdhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Shkruani kufizën e përgjithshme të një vargu që është:
- a)** rritës; **b)** zbritës, ku çdo kufizë zvogëlohet me 5;
c) rritës, ku çdo kufizë rritet 5 herë; **d)** as rritës, as zbritës.
2. Shqyrtoni monotoninë e vargut të dhënë me formulën: **a)** $y_n = 5 - n$; **b)** $y_n = \frac{n+3}{2}$.
3. Vargu numerik është dhënë me formulën $y_n = \frac{3n-7}{n}$. Gjeni bashkësinë e vlerave të **n** për të cilat $y_n \in [0, 1]$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon progresionin aritmetik.
- Identifikon ndryshesën (diferencën) e një progresioni (varg) aritmetik.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,3,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: PROGRESIONI ARITMETIK (Formula për kufizën e përgjithshme të tij) Nr.: 4

Fjalët kyçe: varg aritmetik, kufizë, ndryshesë, shumë, kufizë paraardhëse, konstant

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- vërteton formulën e kufizës së përgjithshme të një progresioni aritmetik (y_n);
- cakton ndryshesën (diferencën) e një vargu aritmetik;
- kupton diferencën e një vargu aritmetik si konstante;
- njehson elementet e panjohura të një vargu aritmetik.

Kriteret e suksesit:

- cakton ndryshesën nga vargu numerik i pafundmë $y_n = 5 - 3n, n \in \mathbb{N}$;
 - njehson y_{21} nga vargu : $-10, -8, \dots$
 - Analizon dhe tregon se cili nga vargjet paraqet progresion aritmetik:
- a) 3, 5, 7, 9, c) 10, 7, 4, 1, e) 2, -2, 2, -2, ...
b) 1, 2, 4, 8, 16, ... d) 6, 6, 6, 6, ...

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Banka
(Kursimet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

a) Për vargun numerik $+3, +1, -1, -3, -5$, njehsoni ndryshesën (diferencën) e çdo kufize (duke filluar nga e dyta) me kufizën paraardhëse. Çfarë vini re?

b) Ndërttoni grafikun e këtij vargu. Çfarë vini re?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit. Këto informacione shkëmbehen vazhdimisht në mes të mësimdhënësit dhe nxënësve.

Shembulli 1

Në një varg numerik të pafundmë, kufiza e parë është 2 dhe çdo kufizë (duke filluar nga e dyta) është sa shuma e kufizës paraardhëse me numrin 3.

a) Plotësoni barazimin $y_n - y_{n-1} = \dots$ ($n > 1$)

b) Shkruani 6 kufizat e para të vargut.

c) Gjeni 6 pikat e para të grafikut të vargut. Çfarë vini re?

Vargjet numerike që shqyrtoam në dy ushtrimet e mësipërme, gëzojnë vetinë që në to, çdo kufizë (duke filluar nga e dyta) është shumë e kufizës paraardhëse me të njëjtin numër (konstant). Këto lloj vargjeve emërtohen **progresione aritmetike**.

Përkufizim: Progresion aritmetik quhet vargu numerik, tek i cili çdo kufizë (duke filluar nga e dyta) është e barabartë me shumën e kufizës paraardhëse me të njëjtin numër.

Ky numër shënohet me d dhe quhet **ndryshesë (diferencë)** e progresionit aritmetik. Ai është i ndryshëm në progresione të ndryshme. Sipas përkufizimit, vargu (y_n) është progresion aritmetik atëherë dhe vetëm atëherë kur, për çdo vlerë të n^{sh} nga bashkësia e përcaktimit ($n > 1$), kemi: $y_n = y_{n-1} + d$.

Ky barazim është i njëvlershëm me: $y_n - y_{n-1} = d$.

Pra, vargu numerik është progresion aritmetik atëherë dhe vetëm atëherë, kur ndryshesa e çdo kufize (duke filluar nga e dyta) me kufizën paraardhëse është një numër konstant.

Shembulli 1

Vargu numerik i pafundmë është dhënë me anë të formulës $y_n = 5 - 3n$, $n \in \mathbb{N}$. A është ky varg progresion aritmetik?

Zgjidhje

Shkruajmë y_{n-1} (duke zëvendësuar në formulë në vend të $n \rightarrow n-1$)

$y_n = 5 - 3n$, pra $y_{n-1} = 5 - 3(n-1)$, d.m.th. $y_{n-1} = 8 - 3n$.

Kemi $y_n - y_{n-1} = (5 - 3n) - (8 - 3n)$, d.m.th. $y_n - y_{n-1} = -3$ (për $n > 1$).

Ky varg është progresion aritmetik me diferencë $d = -3$.

A ekziston një formulë që të shprehë kufizën e përgjithshme y_n të progresionit aritmetik nëpërmjet kufizës së parë (y_1), ndryshesës (d) dhe treguesit të vetë kufizës (n)?

Sipas përkufizimit të progresionit aritmetik, kemi:

$$y_2 = y_1 + d$$

$$y_3 = y_2 + d = (y_1 + d) + d, \text{ d.m.th. } y_3 = y_1 + 2d$$

$$y_4 = y_3 + d = (y_1 + 2d) + d, \text{ d.m.th. } y_4 = y_1 + 3d$$

$$y_5 = y_4 + d = (y_1 + 3d) + d, \text{ d.m.th. } y_5 = y_1 + 4d$$

Sa është y_6 ? Po y_{10} ? Po y_{100} ?

Teoremë: Formula për kufizën e përgjithshme të një progresioni aritmetik (y_n) është:

$$y_n = y_1 + (n - 1)d$$

Vërtetim

Sipas përkufizimit të progresionit aritmetik, kemi:

$$y_2 = y_1 + d, y_3 = y_2 + d, y_4 = y_3 + d, \dots, y_{n-1} = y_{n-2} + d, y_n = y_{n-1} + d.$$

Kemi shkruar $(n - 1)$ barazime (pse?).

I mbledhim ato anë për anë dhe marrim:

$$y_2 + y_3 + y_4 + \dots + y_{n-1} + y_n = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-2} + y_{n-1} + \underbrace{d + d + \dots + d}_{(n-1) \text{ mbledhorë}}$$

$$\text{d.m.th. } (y_2 + y_3 + y_4 + \dots + y_{n-1}) + y_n = y_1 + (y_2 + y_3 + \dots + y_{n-2} + y_{n-1}) + (n - 1)d$$

Duke u zbritur të dyja anëve shprehjen $(y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1})$, marrim $y_n = y_1 + (n - 1)d$. Çfarë deshëm të vërtetonim!

Shembulli 2

Është dhënë progresioni aritmetik i pafundmë $-10, -8, \dots$. Të gjendet y_{21} .

Shembulli 3

Të gjendet kufiza e parë dhe ndryshesa e progresionit aritmetik, në qoftë se njihet kufiza e pestë dhe e dyzetë e tij $y_5 = 2$ dhe $y_{40} = 142$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

1. A janë progresione aritmetike vargjet e fundme:

a) 6, 16, 26, 36 b) $-13, -3, 3, 13, 23$ c) 2, 22, 222, 2222?

Në rast se po, gjeni ndryshesën e progresionit.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësit u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Mësuesi më pas pyet nëse ka nxënësit që kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësit gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Plotësoni vendet bosh në progresionin aritmetik:

a) 2, ..., 5, ...

b) ..., 6, ..., 12, ...

c) 3, ..., ..., 7, ...

2.a) Në progresionin aritmetik me 8 kufiza, kufiza e parë është 7 dhe ajo e fundit është 35. Shkruani progresionin.

b) Në progresionin aritmetik njihet kufiza e shtatë dhe kufiza e tridhjetë: $y_7 = -5$ dhe $y_{32} = 70$. Gjeni y_1 dhe d .

3.a) Shkruani formulën e kufizës së n -të të progresionit aritmetik me të cilin $y_1 = 4,5$ dhe $d = 0,5$.

b) Sa është treguesi i kufizës së barabartë me 54,5?

c) Vërtetoni që numri 16,6 nuk është kufizë e këtij progresioni.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ **Data:** _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Kupton praktikisht shumën e kufizave të vargu aritmetik.
- Zbaton formulën e shumës së vargut të fundmë aritmetik.
- Analizon kufizat e baraslarguara të një vargu i fundmë aritmetik.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,3,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: SHUMA E n KUFIZAVE TË FILLIMIT TË PROGRESIONIT ARITMETIK **Nr.: 5**

Fjalët kyçe: vargu aritmetik, kufizë, shumë, teoremë, përkufizim, baraslarguar

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- vërteton teoremën e shumës së vargjeve;
- shqyrton kufizat e baraslarguara (nga e majta dhe e djathta) të një vargu i fundmë aritmetik;
- njehson shumën e n- kufizave të vargut aritmetik.

Kriteret e suksesit:

- Krahason shumën e vargjeve $S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$ dhe $S_{100} = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$. Çfarë vëren?
- Zëvendëson $y_n = y_1 + (n - 1)d$, në $S_n = \frac{(y_1 + y_n) \cdot n}{2}$ si dhe njehson shumën e 40 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik 3, 7, ...
- Njehso shumën e: **a)** 20 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik 1, 4, ... ; **b)** 15 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik -5, -1, ...

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Banka
(Financat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E Leximi në dyshe****R Di/Dua të di/Mësova****R Ditari dypjesësh****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse****Detyrë**

Gjeni shumën e 100 numrave të parë natyrorë duke përdorur barazimet. $S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$ dhe $S_{100} = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$. Mblidhni anë për anë këto dy barazime. Çfarë vini re?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke i shënuar mendimet e tyre në tabelë, pa i diskutuar dhe pa dhënë komente lidhur me zgjidhjen e detyrës, në mënyrë që të marrim sa më shumë informacione nga ata.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Shqyrtojmë progresionin aritmetik të fundmë: 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41. Kufizat e skajeve (e para me të fundit) janë 9 me 41 dhe shuma e tyre është 50. Kufiza të baraslarguara nga skajet janë: 13 me 37 (e dyta nga fillimi me të dytën nga fundi); 17 me 33; 21 me 29; 25 me 25. Ç’vini re për shumën e dy kufizave të baraslarguara nga skajet? Kontrolloni mendimin tuaj në progresionin aritmetik të fundmë 1, 2, 3, ..., 9, 99, 100.

Shqyrtimi i këtyre shembujve na shtie ndër mend këtë përfundim të përgjithshëm:

Teoremë: Në progresionin aritmetik të fundmë, shuma e dy kufizave të baraslarguara nga skajet është e barabartë me shumën e kufizave të skajeve.

Vërtetim

Le të kemi progresionin aritmetik të fundmë: $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{n-2}, y_{n-1}, y_n$ me diferencë d .

Kufiza të skajeve janë y_1 me y_n . Të baraslarguara nga skajet janë y_2 me y_{n-1} , y_3 me y_{n-2} etj. Kemi $y_2 + y_{n-1} = (y_1 + d) + (y_n - d) = y_1 + y_n$

$$y_3 + y_{n-2} = (y_1 + 2d) + (y_n - 2d) = y_1 + y_n$$

$$y_4 + y_{n-3} = (y_1 + 3d) + (y_n - 3d) = y_1 + y_n \text{ e kështu me radhë. (ç.d.v.).}$$

Le të kemi progresionin aritmetik $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$. Shumën e n kufizave të fillimit të tij e shënojmë me S_n . Pra, $S_n = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n$.

Njehsimi i S_n duke i mbledhur kufizat një pas një do të kërkonte mjaft kohë. Do të nxjerrim një formulë të thjeshtë për njehsimin e saj.

E shkruajmë shumën S_n dy herë, duke ndryshuar në rastin e dytë radhitjen e mbledhorëve në të kundërt:

$$S_n = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-2} + y_{n-1} + y_n \quad (1)$$

$$S_n = y_n + y_{n-1} + y_{n-2} + \dots + y_3 + y_2 + y_1 \quad (1)$$

Mbledhim anë për anë barazimet (1) dhe (2). Kemi:

$$2S_n = (y_1 + y_n) + (y_2 + y_{n-1}) + (y_3 + y_{n-2}) + \dots + (y_{n-2} + y_3) + (y_{n-1} + y_2) + (y_n + y_1)$$

Në anën e djathtë janë n kllapa dhe shuma brenda çdo kllape është e barabartë me $y_1 + y_n$ (Pse?).

$$\text{Prandaj: } 2S_n = (y_1 + y_n) \cdot n, \text{ d.m.th. } S_n = \frac{(y_1 + y_n) \cdot n}{2}.$$

Shembulli 1

Të gjendet shuma e numrave natyrorë prej 1 deri në n .

Zgjidhje

Vargu $1, 2, 3, \dots, n$ është një progresion aritmetik me n kufiza, në të cilin $y_1 = 1$ dhe $y_n = n$. Prandaj, shuma n e kufizave të para të këtij vargu është:

$$S_n = \frac{(1+n) \cdot n}{2}, \text{ d.m.th. } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

Shembulli 2

Të gjendet shuma e 40 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik $3, 7, \dots$

Është mirë që të dyja formulat $y_n = y_1 + (n-1)d$ dhe $S_n = \frac{(y_1 + y_n) \cdot n}{2}$ të përdoren së bashku gjatë zgjidhjes së ushtrimeve për progresionet aritmetike. Ato lidhin pesë ndryshore: y_1, y_n, d, n, S_n . Kur njohim vlerat e tri prej këtyre ndryshoreve, përftojmë një sistem me dy ekuacione me dy ndryshore të tjera.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

1. Gjeni me anë të formulës shumën $1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

2. Gjeni shumën e:

a) 20 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik $1, 4, \dots$

b) 15 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik $-5, -1, \dots$

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënëseve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimitdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Mësimitdhënësi më pas pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimitdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënëseve gjatë orës mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni shumën e 10 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik, në të cilin:

a) $y_1 = 16$ dhe $d = 2$; b) $y_1 = 12$ dhe $d = -0,5$.

2. Gjeni shumën: a) $1 + 5 + 9 + \dots + 49$; b) $3 + 8 + 13 + \dots + 98$.

3. Në secilin rresht të tabelës janë dhënë vlerat e tri ndryshoreve. Gjeni vlerat e dy ndryshoreve të tjera:

y_1	y_n	d	n	S_n
18	-27			-72
54			6	264
	-30		10	-120
		-4	8	-24
31		-4		136

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimitdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon progresionin gjeometrik.
- Identifikon herësin të një progresion (varg) gjeometrik.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,3,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: PROGRESIONI GJEOMETRIK (Formula për kufizën e përgjithshme të tij) Nr.: 6

Fjalët kyçe: varg gjeometrik, kufizë ,herës, shumë, kufizë paraardhëse, formulë, teoremë, konstant

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- vërteton teoremën e kufizës e përgjithshme të një progresion gjeometrik (y_n);
- cakton herësin e një vargu gjeometrik;
- kupton herësin e çfarëdo dy termave të njëpasnjëshëm të një vargu gjeometrik, si konstante;
- njehson elementet e panjohura të një vargu gjeometrik.

Kriteret e suksesit:

- Tregon nëse është progresion gjeometrik vargu i dhënë me formulën $y_n = 2^n$, $n \in \mathbb{N}$.
- Cakton 6 kufizat e para të progresionit gjeometrik nëse janë dhënë: **a)** $y_1 = 4$ dhe $q = 2$; **b)** $y_1 = 12$ dhe $q = 1/2$.
- Si do të duket formula e përgjithshme e vargut gjeometrik:
a) $2, \frac{1}{2}, \dots$ **b)** $-2, -4, -8, \dots$ **c)** $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ **d)** $\sin \alpha, 3 \sin \alpha, \dots$
- Analizon dhe tregon se cilat nga vargjet paraqet progresion gjeometrik:
a) $2, 4, 6, 8, 10$; **c)** $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$ **e)** $5, 3, 1, -1, -3$.
b) $2, 4, 8, 16, 32$; **d)** $3, -6, 12, -24, 48$;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri

Lidhja me lëndët tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Shtypja e ajrit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E BashkëbisedimR Di/Dua të di/MësovaR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Ç'vini re te vargjet: a) 10, 1, 1/10, 1/100, ...

b) 3, -3, 3, -3, ...?

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit.

Pastaj, mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Shqyrtoni vargun numerik 2, 6, 18, 54, 162.

Vëmë re që çdo kufizë e tij, duke filluar nga e dyta, është sa prodhimi i kufizës paraardhëse me të njëjtin numër (3).

Përkufizim: Vargu numerik me kufiza të ndryshme nga zero, në të cilin çdo kufizë, duke filluar prej së dytës, është e barabartë me prodhimin e kufizës paraardhëse me të njëjtin numër, quhet progresion gjeometrik.

Ky numër quhet **herës** i progresionit gjeometrik, zakonisht ai shënohet q .

Sipas përkufizimit, vargu numerik (y_n) ku $y_n \neq 0$ është progresion gjeometrik atëherë dhe vetëm atëherë kur për çdo vlerë të n nga bashkësia e përcaktimit ($n \geq 2$), kemi:

$y_n = q \cdot y_{n-1}$. Ky barazim është i njëvlershëm me: $\frac{y_n}{y_{n-1}} = q$

Pra, vargu numerik (y_n) , ku $y_n \neq 0$, është progresion gjeometrik atëherë dhe vetëm atëherë kur herësi i çdo kufize, duke filluar nga e dyta, me kufizën paraardhëse është një numër konstant.

Vëmë re që progresioni gjeometrik me kufizë të parë pozitive dhe $q > 1$ është varg rritës. Progresioni gjeometrik me $y_1 > 0$ dhe $0 < q < 1$ është varg zbritës.

Kur $q = 1$, të gjitha kufizat e progresionit gjeometrik janë të barabarta ndërmjet tyre.

Shembulli 1

A është progresion gjeometrik vargu i dhënë me formulën $y_n = 2^n$, $n \in \mathbb{N}$?

Zgjidhje

Në këtë varg të pafundmë, marrim herësin e kufizës së çfarëdoshme y_n me paraardhësen e saj $y_{n-1} = 2^{n-1}$ dhe kemi: $\frac{y_n}{y_{n-1}} = \frac{2^n}{2^{n-1}} = 2^{n-(n-1)}$, d.m.th. $\frac{y_n}{y_{n-1}} = 2$, për çdo $n \geq 2$.

Ky është progresion gjeometrik me herës $q = 2$.

Le të kemi një progresion gjeometrik me kufizë të parë y_1 dhe herës q . Sipas përkufizimit, kemi:

$$y_2 = y_1 \cdot q$$

$$y_3 = y_2 \cdot q = (y_1 \cdot q)q \quad \text{d.m.th. } y_3 = y_1 \cdot q^2$$

$$y_4 = y_3 \cdot q = (y_1 \cdot q^2)q \quad \text{d.m.th. } y_4 = y_1 \cdot q^3$$

$$y_5 = y_4 \cdot q = (y_1 \cdot q^3)q \quad \text{d.m.th. } y_5 = y_1 \cdot q^4$$

Ç'mund të thoni për y_6 ? Për y_{10} ? Për y_n ?

Arsyetimet e mësipërme na shtien në mend këtë përfundim të përgjithshëm:

Teoremë: Në progresionin gjeometrik me kufizë të parë y_1 dhe herës q , kufiza e n -të jepet nga formula: $y_n = y_1 \cdot q^{n-1}$

Vërtetim

Për progresionin gjeometrik (y_n) me herës q , siç pamë më lart, mund të shkruajmë:

$$\frac{y_2}{y_1} = q \quad \frac{y_3}{y_2} = q \quad \frac{y_4}{y_3} = q \quad \dots \quad \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}} = q \quad \frac{y_n}{y_{n-1}} = q$$

Kemi shkruar $(n-1)$ barazime (pse?). I shumëzojmë ato anë për anë dhe marrim:

$$\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3} \cdot \dots \cdot \frac{y_{n-1}}{y_{n-2}} \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}} = \underbrace{q \cdot q \cdot q \cdot \dots \cdot q}_{(n-1)\text{faktorë}}$$

Pas thjeshtimeve në anën e majtë, do të kemi:

$$\frac{y_n}{y_1} = q^{n-1}, \text{ d.m.th. } y_n = y_1 \cdot q^{n-1}. \text{ Çfarë deshëm të vërtetonim!}$$

Shembulli 2

a) Në progresionin gjeometrik me $y_1 = \frac{3}{5}$ dhe $q = 1/2$, le të gjejmë y_5 .

$$\text{Kemi } y_5 = y_1 \cdot q^{5-1} = \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{80}.$$

b) Në progresionin gjeometrik me kufizë të parë y_1 dhe herës q le të shprehim y_{10} , y_{n-1} nëpërmjet tyre:

$$\text{Kemi } y_{10} = y_1 \cdot q^{10-1} = y_1 \cdot q^9; \quad y_{n-1} = y_1 \cdot q^{(n-1)-1} = y_1 \cdot q^{n-2}.$$

Formula për kufizën e n -të të progresionit gjeometrik $y_n = y_1 \cdot q^{n-1}$ mund të shkruhet $y_n = \frac{y_1}{q} \cdot q^n$. Kjo kufizë është vlera e funksionit

$$y = \frac{y_1}{q} \cdot q^x, \text{ për } x = n.$$

Pra, progresioni gjeometrik është funksion i dhënë me formulën $y = \frac{y_1}{q} \cdot q^x$, ku $x \in \mathbb{N}$, ose $x \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$. Këtë lloj funksioni (që quhet funksion **eksponencial**) ne do ta shqyrtojmë hollësisht më tej.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

1. Shkruani 6 kufizat e para të progresionit gjeometrik duke ditur që: **a)** $y_1 = 4$ dhe $q = 2$; **b)** $y_1 = 12$ dhe $q = 1/2$.

2. Shkruani formulën e kufizës së n -të të progresionit gjeometrik:

a) $2, \frac{1}{2}, \dots$ **b)** $-2, -4, -8, \dots$ **c)** $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ **d)** $\sin \alpha, 3 \sin \alpha, \dots$

3. Cili nga vargjet e mëposhtme është progresion gjeometrik:

a) $2, 4, 6, 8, 10;$ **c)** $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$ **e)** $5, 3, 1, -1, -3.$

b) $2, 4, 8, 16, 32;$ **d)** $3, -6, 12, -24, 48;$

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimmshënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësimmshënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimmshënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1.a) Kufizat e para të progresionit gjeometrik janë 2, 10,.... Gjeni y_3 dhe y_4 .

b) Gjeni y_5 dhe y_{10} në progresionin gjeometrik $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$

2.Trysnia e ajrit në nivelin e detit është $p_0 = 760$ mm të shtyllës së zhivës. Me rritjen e lartësisë, për çdo km, trysnia është sa 0,8826 e trysnisë në lartësinë e mëparshme.

a) Tregoni që vargu (p_n) , ku p_n është trysnia në lartësinë n km mbi nivelin e detit, është progresion gjeometrik.

b) Sa është trysnia në lartësinë 4 km? Në lartësinë h km?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimmshënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Kupton shumën e kufizave të vargu gjeometrik.
- Zbaton formulën e shumës së vargut të fundmë aritmetik.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,3,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI
MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: SHUMA E n KUFIZAVE TË FILLIMIT TË PROGRESIONIT GJEOMETRIK Nr.: 7

Fjalët kyçe: varg gjeometrik, kufizë, shumë, teoremë, përkufizim, herës

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- vërteton teoremën e shumës së vargut gjeometrik;
- zbaton shembuj praktikë duke zbatuar progresionin gjeometrik;
- njehson shumën e n kufizave të vargut gjeometrik.

Kriteret e suksesit:

- Njehso nshumën e 6 kufizave të fillimit të progresionit gjeometrik 1, 3,...
- Zëvendëson $y_n = y_1 \cdot q^{n-1}$ në $S_n = y_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, si dhe njehson herësin dhe numrin e kufizave të progresionit gjeometrik në të cilin $y_1 = 3$, $y_n = 96$, $S_n = 189$.
- Identifikon elementet e panjohura: **a)** $n = 4$, $q = 2$, $y_4 = 16$; **b)** $n = 7$, $q = 2$, $y_7 = -\frac{64}{81}$;
c) $y_1 = \frac{224}{3}$, $n = 6$, $y_6 = \frac{7}{3}$
- Cakton shumën $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7$ duke zbatuar formulën $S_n = \frac{y_n \cdot q - y_1}{q - 1}$ (4).

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ekonomi
(Çmimet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Në progresionin gjeometrik (y_n) me herës $q = 1$, gjeni shumën e n kufizave të fillimit: $y_1 + y_2 + \dots + y_n$.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke u përgjigjur në kërkesat e detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë "DI", nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë "DUA TË DI", nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë "MËSOVA", e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Le të jetë vargu (y_n) një progresion gjeometrik me herës $q \neq 1$. Shënojmë me S_n shumën e n kufizave të fillimit të këtij progresioni.

$$(1) S_n = y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + y_n$$

Le të gjejmë S_n . Shumëzojmë të dyja anët e barazimit (1) me q dhe marrim:

$$(2) q \cdot S_n = y_1 \cdot q + y_2 \cdot q + \dots + y_{n-1} \cdot q + y_n \cdot q$$

Por $y_1 \cdot q = y_2$, $y_2 \cdot q = y_3$, ..., $y_{n-1} \cdot q = y_n$.

Barazimi (2) shkruhet: (3) $q \cdot S_n = y_2 + y_3 + \dots + y_n + y_n \cdot q$

Zbresim anë për anë nga barazimi (3) barazimin (1)

$$q \cdot S_n - S_n = (y_2 + y_3 + \dots + y_n + y_n \cdot q) - (y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

Pra, $q \cdot S_n - S_n = y_n \cdot q - y_1$, d.m.th. $(q - 1) \cdot S_n = y_n \cdot q - y_1$.

Duke i pjesëtuar të dyja anët me $q - 1 \neq 0$, marrim:

$$(4) S_n = \frac{y_n \cdot q - y_1}{q - 1}$$

Shumën S_n ne mund ta shprehim edhe nëpërmjet n , y_1 , q .

Për këtë, në formulën (4) zëvendësojmë y_n me $y_1 \cdot q^{n-1}$. Do të marrim (5) $S_n = y_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Shembulli 1

Të gjendet shuma e 6 kufizave të fillimit të progresionit gjeometrik 1, 3, ...

Zgjidhje

Në këtë progresion gjeometrik, kemi $y_1 = 1$ dhe $q = 3/1 = 3$. Kërkohet $S_6 = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_6$ (pra $n = 6$).

Përdorim formulën (5): $S_6 = y_1 \cdot \frac{3^6 - 1}{3 - 1} = 1 \cdot \frac{3^6 - 1}{3 - 1} = \frac{3^6 - 1}{2} = 364$.

Dy formulat kryesore të progresionit gjeometrik lidhin 5 ndryshore y_1, y_n, q, n, S_n . Kur njohim vlerat e tri prej këtyre ndryshoreve, përftojmë një sistem

$$\begin{cases} y_n = y_1 \cdot q^{n-1} \\ S_n = \frac{y_n \cdot q - y_1}{q - 1} \end{cases} \quad \text{për të gjetur vlerat e dy ndryshoreve të tjera.}$$

Shembulli 2

Të gjendet herësi dhe numri i kufizave të progresionit gjeometrik në të cilin $y_1 = 3$, $y_n = 96$, $S_n = 189$.

Zgjidhje

Duke bërë zëvendësimet në sistemin $\begin{cases} y_n = y_1 \cdot q^{n-1} \\ S_n = \frac{y_n \cdot q - y_1}{q-1} \end{cases}$, marrim $\begin{cases} 96 = 3 \cdot q^{n-1} \\ 189 = \frac{96q-3}{q-1} \end{cases}$. Ky sistem është i njëvlershëm me $\begin{cases} q^{n-1} = 32 \\ 189(q-1) = 96q-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q^{n-1} = 2^5 \\ 189q - 96q = 189 - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q^{n-1} = 2^5 \\ 93q = 186 \end{cases}$ (sepse $q \neq 1$). Nga ekuacioni i dytë, nxjerrim $q = 2$.

Duke zëvendësuar këtë në ekuacionin e parë, marrim $2^{n-1} = 32$, d.m.th. $2^{n-1} = 2^5$, që nga $n-1 = 5$, d.m.th. $n = 6$.

Vërejtje:

Kemi gjetur që kur $q = 1$, shuma e n kufizave të fillimit të progresionit gjeometrik është $S_n = n \cdot y_1$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

1. Gjeni shumën $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7$ duke përdorur formulën (4).

2. Gjeni y_n dhe S_n në progresionin gjeometrik në të cilin:

a) $n = 4$, $q = 2$, $y_4 = 16$; b) $n = 7$, $q = 2$, $y_7 = -\frac{64}{81}$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni shumën e numrave pa i mbledhur një për një:

a) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$; b) $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$; c) $2, 6, 18, 54, 162$.

2. Gjeni shumën e 5 kufizave të para të progresionit gjeometrik, në të cilin:

a) $y_1 = 9$ dhe $q = \frac{1}{3}$; b) $y_1 = 2$ dhe $q = -3$; c) $y_1 = -8$ dhe $q = \frac{1}{4}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Zbaton vargjet aritmetike dhe gjeometrike në zgjidhjen e problemeve të ndryshme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: UshtrimeNjësia mësimore: USHTRIME Nr.: 8**Fjalët kyçe:** varg, varg aritmetik, varg gjeometrik, kufizë, grafik, shumë, vlerat e ndryshores x, vlerat përgjegjëse të funksionit y**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:**

- shkruan kufizat e vargut të dhënë dhe i paraqet grafikisht;
- vërteton natyrën e vargjeve të dhëna;
- njehson shumën e kufizave të vargut gjeometrik;
- zbaton vargjet në zgjidhjen e problemeve nga jeta reale.

Kriteret e suksesit :

- Konstruktoren grafikun e vargut të dhënë me formulën $y_n = \frac{2n-1}{n}$, për vlerat e caktuara të n-it: $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- Zëvendëson $y_n = y_1 + (n-1)d$, në $S_n = \frac{(y_1+y_n) \cdot n}{2}$ si dhe njehson shumën e 40 kufizave të fillimit të progresionit aritmetik 3, 7, ...
- Cakton shumën e 10 kufizave të para të vargut gjeometrik: **a)** $3\sqrt{3}, 3, \dots$ **b)** $1, \sin 30^\circ, \dots$
- Përcakton trysninë e ajrit në pompën thithëse dhe vërteton nëse është varg gjeometrik.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, materiale ndihmëse për nxënësit (fleta punuese), vizore**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**Fizikë
(Shtypja e ajrit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR KëndetR Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

a) Shkruani të gjitha kufizat e vargut të dhënë me formulën $y_n = \frac{2n-1}{n}$, $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dhe ndërtoni grafikun e tij.

b) A është ky varg progresion aritmetik? Gjeometrik?

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Nxënësit punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj i shkëmbejnë idetë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Realizim/Pjesa kryesore

Ky aktivitet është shumë i dobishëm kur mësimdhënësi dëshiron të theksojë faktin se jo të gjithë në klasë kanë pikëpamje të njëjta ose që ka disa zgjidhje për disa probleme. Kjo metodë mësimore lejon nxënësit, të cilët normalisht nuk komunikojnë në klasë, për të marrë pjesë dhe për të komunikuar me shokët e tyre.

Organizimi i nxënësve bëhet në këtë mënyrë:

Në katër këndet e klasës vendosim etiketat me detyrat e caktuara varësisht prej numrit të nxënësve (pra nr. i etiketave të ngjashme për secilën detyrë). Mësimdhënësi prezanton para nxënësve llojet e detyrave të vendosura në katër këndet e klasës dhe u jep një kohë të caktuar nxënësve për të menduar në lidhje me to. Pastaj kërkohet prej tyre që të bëjnë përzgjedhjen e detyrave të dhëna, secili nga një etiketë. Pasi nxënësit bëjnë zgjedhjen e tyre, kërkohet prej tyre që prapa etiketave të përzgjedhura të japin mendimet e tyre në lidhje me detyrat e caktuara. Pasi i zgjidhin detyrat, ata udhëzohen të drejtohen te këndet nga i kanë përzgjedhur detyrat. Te këndet ata bashkohen në grupe me anëtarët, d.m.th. secili kënd i klasës do të ketë grupe me nxënës, që ndajnë detyrat e ngjashme dhe diskutojnë në lidhje me përzgjedhjen e bërë. Pas një diskutimi të shkurtër, nxënësit thirren në mënyrë të rastësishme, pra nga një nxënës që prezanton grupin përkatës, për të dhënë një deklaratë të thjeshtë, e cila mbështet zgjedhjen e tyre.

Detyrë 1

Vlerat e ndryshores x janë kufiza të progresionit aritmetik $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$, me diferencë d . Tregoni që:

a) vlerat përgjegjëse $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$ të funksionit $y = 3x + 5$ janë kufiza të një progresioni aritmetik me diferencë $3d$;b) vlerat përgjegjëse të funksionit $y = 3 \cdot 2^x$ janë kufiza të një progresioni gjeometrik me herës $q = 2^d$.

Detyrë 2

Gjeni shumën e 10 kufizave të para të progresionit gjeometrik:

a) $3\sqrt{3}, 3, \dots$ b) $1, \sin 30^\circ, \dots$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Një pompë thithëse me çdo lëvizje të pistonit largon nga ena $1/8$ e ajrit që ndodhet brenda saj. Trysnia fillestare e ajrit në enë ka qenë $p_0 = 760$ mm të shtyllës së zhivës.

- Tregoni që vargu $p_1, p_2, \dots, p_n, \dots$ ku p_n është trysnia e ajrit në enë pas lëvizjes së n^{te} të pistonit, është progresion gjeometrik.
- Gjeni trysninë e ajrit në enë pas lëvizjes së 10-të të pistonit.

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Gjeni: **a)** shumën e të gjithë numrave natyrorë me dy shifra; **b)** shumën e të gjithë numrave tek më të vegjël se 50.
- Gjeni shumën e të gjitha kufizave pozitive të progresionit aritmetik 45, 40, ...

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VARGU NUMERIK. PROGRESIONET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Zbaton vargjet aritmetike dhe gjeometrike në zgjidhjen e problemeve të ndryshme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: VlerësimNjësia mësimore: DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 9

Fjalët kyçe: varg, varg aritmetik, varg gjeometrik, kufizë, grafik, shumë, vlerat e ndryshores x, vlerat përgjegjëse të funksionit y

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zgjidh detyra të ndryshme në lidhje me vargjet.
- Cakton vlerat e detyrave të dhëna.

Kriteret e suksesit:

- Zgjidh detyra me vargje, duke u bazuar në formulën e përgjithshme në fletat punuese.
- Konstrukton tri pikat e fituara të vargut me formulën e përgjithshme $y_n = \frac{n-3}{2}$, $n \in N$, në fletat punuese.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ekonomi
(Bankat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Ditari dypjesësh

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Nxënësit do të punojnë në mënyrë individuale, duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon limitin e funksionit në pambarim.
- Interpreton grafikisht limit e funksionit në pambarim.
- Kupton se për vlera të mëdha të x , edhe $f(x)$ arrin vlera të mëdha.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: **3.1 FUNKSIONET QË KANË LIMIT $+\infty$, kur $x \rightarrow +\infty$ Nr.: 1**

Fjalët kyçe: funksion, infinit, vlerë, limit

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Vërteton shembuj duke u bazuar në përkufizimin e limit të funksionit në pambarim.
- Shqyrton limitin e funksionit në pambarim për vlera të mëdha të x .
- Ilustron grafikisht termin: “Kur abshisa e saj rritet pambarimisht, edhe ordinata e saj rritet pambarimisht”.

Kriteret e suksesit:

- Vërteton me anë të përkufizimit që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$.
- Interpretin shembullin paraprak në planin xoy, për sado vlera të mëdha të x . Çfarë vërehet?
- Krahason limitet e funksionit në pambarim dhe grafikët e funksioneve eksponenciale dhe logaritmike.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
Gjeografi
Mjekësi

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Karrigia e autorit (12 min) - individualeR Kubimi (20 min) - grupeR Mendo/puno në dyshe/thua grupit (10 min) - çifte

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

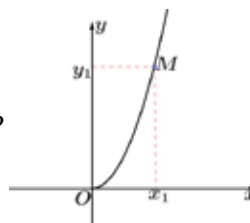
Para nxënësve të ndarë në çifte shtrohet problemi që ata do ta shqyrtojnë.

$f: y = x^2, x \in [0, +\infty[$, grafiku i të cilit është paraqitur në figurë

a) A ka vlera të x nga $[0; +\infty[$ për të cilat $f(x) > 100$? $f(x) > 10^6$?

b) Le të jetë M një numër i dhënë pozitiv. Për ç'vlera të x kemi

$f(x) > M$?



Realizim/Pjesa kryesore

Pasi të jetë prezantuar njësia mësimore, kërkohet të bëhet parafytyrimi i limitit të funksionit kur x tenton në pambarim dhe më pas zbulohen 6 fazat, të cilat nxënësi duhet t'i punojë në mënyrë individuale:

1. përshkruan $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x = +\infty$ duke e vërtetuar në bazë të teoremës;
2. krahason $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$ me limitin paraprak;
3. shoqëron vlerën e x për të cilën i përgjigjet $f(x)$;
4. analizon dhe ilustron në mënyrë grafike shembujt paraprakë;
5. zbaton shembujt paraprakë;
6. arsyeton që për vlera të mëdha të x , edhe $f(x)$ arrin vlera të mëdha.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

1. Është dhënë funksioni $f: y = 3x, x \in \mathbb{R}$.

a) Për ç'vlera të x kemi $f(x) > 1000$? $f(x) > 10^8$?

b) Le të jetë M një numër pozitiv i dhënë. A ekziston një numër x_0 , i tillë që për $x > x_0$ të kemi $f(x) > M$?

2. Vërtetoni që:

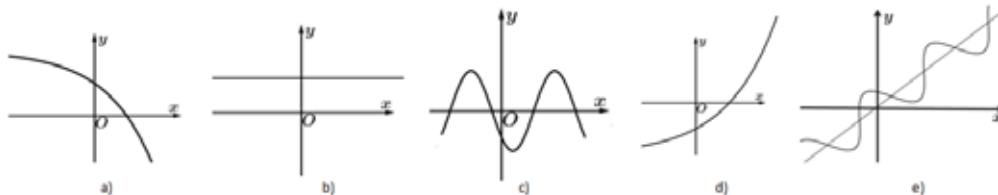
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} + 5) = +\infty$;

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i përgjigjes me gojë.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Cilët nga funksionet, grafikët e të cilave janë paraqitur në figurën 3.4, kanë limit $+\infty$, kur $x \rightarrow +\infty$?



2. Është dhënë funksioni $f : y = x^2 - 4$, $x \in [0, +\infty[$.

a) Për ç'vlera të $x \in [0, +\infty[$, kemi $f(x) > 100$? $f(x) > 10^7$?

b) Le të jetë M një numër pozitiv i dhënë. A ekziston një numër x_0 nga $[0, +\infty[$, i tillë që për $x > x_0$ të kemi $f(x) > M$?

c) Tregoni që $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 4) = +\infty$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

FUNKSIONI NUMERIK

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Vërteton teoremën e krahasimit të dy funksioneve.
- Kupton teoremën e shumës (ndryshimit) të dy funksioneve.
- Shqyrton limitin e funksionit negativ kur $+x \rightarrow \infty$.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1;5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 3.2 DISA TEOREMA Nr.: 2

Fjalët kyçe: funksion, infinit, vlerë, shumë, ndryshim, prodhim, koeficient, negativ

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremat e shumës (ndryshimit), prodhimit të dy funksioneve.
- Njëson shembuj me teoremën e limitit të funksionit në pambarim, kur koeficienti është numër pozitiv ($k > 0$).
- Ilustron me shembuj limitin për funksionet negative, kur $+x \rightarrow \infty$.

Kriteret e suksesit:

- Vërteton teoremën që kur dy funksione pozitive kanë limite në pambarim, atëherë edhe shuma (ndryshimi) e limitit të tyre është pambarim.
- Sipas përkufizimit, shqyrton $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a \left(\frac{1}{x} \right)$.

Teoremën “Nëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$, atëherë $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \cdot g(x) = +\infty$ ”, zbatoje me një shembull.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT:****E Stuhi mendimesh****R Leksion i përparuar****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse****Detyrë**Gjeni: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + \sqrt{x})$.

Si do të njehsohet limiti i shumës së dy funksioneve?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësuesi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe ta plotësojnë me ide të reja.

Nga idetë e nxënësve në lidhje me shembullin, nxjerrim teoremat:

Teorema 1:Nëse për $x \in [a, +\infty[$, kemi $g(x) \geq f(x)$, dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, atëherë edhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.*Vërtetim*Le të jetë M një numër pozitiv i dhënë.Meqenëse kemi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, ekziston një x_0 nga $[a, +\infty[$, i tillë që për $x > x_0$, kemi $f(x) > M$ (1). Por për çdo $x \in [a, +\infty[$ (pra edhe për $x > x_0$), ne kemi $g(x) \geq f(x)$ (2).Duke krahasuar mosbarazimet (1) dhe (2), del që për $x > x_0$, kemi $g(x) > M$.Pra, sipas numrit të dhënë $M > 0$, ne gjetëm një x_0 nga $[a, +\infty[$, të tillë që për $x > x_0$ kemi $g(x) > M$. Kjo do të thotë, sipas përkufizimit, që $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.**Shembulli 1**Për $x > 0$, kemi $x^2 + \frac{1}{x} > x^2$. Por $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$, prandaj (sipas teoremës) edhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^2 + \frac{1}{x}\right) = +\infty$.**Teorema 2:**Nëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$, atëherë edhe

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = +\infty.$$

Shembulli 2Kemi parë që $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$.

Nga teorema 2, rrjedh që $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x^3) = +\infty$.

Teoremë 3:

Nëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$, atëherë $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \cdot g(x) = +\infty$.

Shembulli 3

Meqenëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$, rrjedh (sipas teoremës) që $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot \sqrt[3]{x} = +\infty$.

Teoremë 4:

Nëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ dhe $k > 0$, atëherë $\lim_{x \rightarrow +\infty} [k \cdot f(x)] = +\infty$.

Përkufizim

Themi që funksioni $y = f(x)$ ka limit kur $x \rightarrow +\infty$, nëse funksioni $y = -f(x)$ ka limit $+\infty$ kur $x \rightarrow +\infty$.

Shënojmë $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, duke nënkuptuar me këtë shënim (sipas përkufizimit) që $\lim_{x \rightarrow +\infty} [-f(x)] = +\infty$.

Shembulli 4

Kur $a > 1$, kemi $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$. Shqyrtojmë funksionin $y = \log_a \left(\frac{1}{x}\right)$.

Për $x > 0$, kemi $\log_a \left(\frac{1}{x}\right) = \log_a 1 - \log_a x$, d.m.th., $\log_a \left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a x$.

Prandaj $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a \left(\frac{1}{x}\right) = -\infty$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

1. Duke përdorur teoremën 1, tregoni që funksioni $y = 3x + \frac{1}{x}$ ka limit $+\infty$, kur $x \rightarrow +\infty$.
2. Tregoni që funksioni $y = -2^x - \sqrt{x}$ ka limit $-\infty$ kur $x \rightarrow +\infty$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni limitin kur $x \rightarrow +\infty$ të funksionit: a) $y = 2^x + x^2$; b) $\ln x + 2x$; c) $y = \log x + \frac{1}{4}x^2$.
2. Vërtetoni që: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \sqrt{x} = +\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = +\infty$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + x^2) = +\infty$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE KUR $x \rightarrow +\infty$

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon funksionin f që ka limit zeron, kur $x \rightarrow +\infty$.
- Komunikon në gjuhën e matematikës gjatë arsytimeve matematike.
- Vërteton shembuj me funksionet që kanë limit zeron kur $x \rightarrow +\infty$.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: **3.3 FUNKSIONET QË KANË LIMIT ZERON, KUR $x \rightarrow +\infty$ Nr.: 3**

Fjalët kyçe: funksion, infinit, vlerë, zero, pakufi, përpjestim, i zhdrejtë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton përkufizimin e funksioneve që kanë limit zeron, kur $x \rightarrow +\infty$.
- Kupton që funksionet që kanë limit zeron janë funksione përpjesëtimore të zhdrejta, kur $x \rightarrow +\infty$.
- Interpretin grafikun e funksionit $y = f(x)$, të përcaktuar në $[a, +\infty]$, për të cilin dihet që $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

Kriteret e suksesit:

- Krahason funksionet $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x \in R^*$ dhe $f(x) = -\frac{1}{x^2}$, $x \in R^*$, për vlerat $x=1$, $x=10$, $x=100$, $x=1000$, çfarë vërehet?
- Me përkufizim vërteto që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 0$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT:

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Mendo/puno në dyshe/thua ja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Janë dhënë funksionet $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x \in R^*$ dhe $g(x) = \frac{1}{x^2}$, $x \in R^*$.

a) Plotësoni tabelën.

x	1	10	10^2	10^3	10^6	10^9
$f(x)$						
$g(x)$						

Çfarë vërehet?

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth asaj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Përkufizim

Le të jetë dhënë funksioni f i përcaktuar në $[a, +\infty]$, themi që funksioni f ka limit zeron kur $x \rightarrow +\infty$ nëse, sidoqoftë dhënë numri pozitiv ε , ekziston një numër pozitiv M , i tillë që për $x > M$ të kemi $|f(x) - 0| < \varepsilon$.

Në këtë rast, shënojmë $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

Detyrë

Të vërtetohet që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 0$.

Zgjidhje

Le të jetë ε një numër pozitiv i dhënë. Të gjejmë numrin pozitiv M që nga $x > M$ të rrjedhë $\left| \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 0 \right| < \varepsilon$. Mosbarazimi i fundit

shkruhet $\frac{|1|}{|\sqrt[3]{x}|} < \varepsilon$, d.m.th., $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} < \varepsilon$, i njëvlershëm me $\sqrt[3]{|x|} > \frac{1}{\varepsilon}$ d.m.th. $|x| > \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^3$. Marrim $M = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^3$.

Atëherë, për $x > M$, kemi $|x| > M$, d.m.th. $|x| > \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^3$, që nga rrjedh mosbarazimi i njëvlershëm $\left| \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 0 \right| < \varepsilon$, çfarë deshëm të vërtetonim.

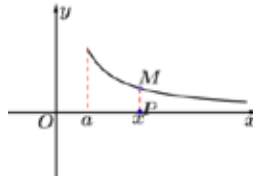
Përgjithësim

Njëloj vërtetohet se të gjitha funksionet e trajtave

$$y = \frac{1}{x^n}; y = -\frac{1}{x^n}; y = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}; y = -\frac{1}{\sqrt[n]{x}} \quad (n \in \mathbb{N}) \text{ kanë limit } 0, \text{ kur } x \rightarrow +\infty.$$

Interpretimi grafik

Në figurën 3.7 është paraqitur grafiku i funksionit $y = f(x)$, i përcaktuar në $[a, +\infty[$, për të cilin dihet që $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.



Le të jetë M një pikë e grafikut me abshisë x dhe P projekcioni i saj mbi Ox.

Ordinata e M është $y_M = f(x)$.

Kemi $|f(x) - 0| = |y_M - y_P| = y_M$, d.m.th., $|f(x) - 0|$ paraqet largesën e pikës M nga boshti Ox.

Meqenëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, del që kjo largesë bëhet sa të duam e vogël, nëse shqyrtohen vlera mjaft të mëdha të x .

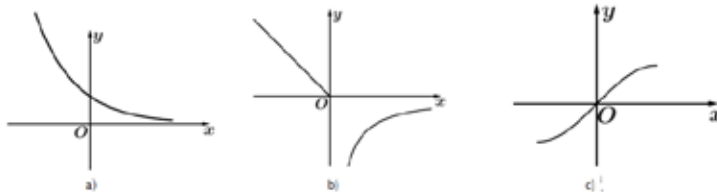
Pra, largesa e pikës M nga boshti Ox zvogëlohet pambarimisht kur $x \rightarrow +\infty$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

1. Vërtetoni që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0$.

2. Cilat nga funksionet e paraqitura grafikisht në figurën 3.8 kanë limit 0, kur $x \rightarrow +\infty$.



Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Vërtetoni që: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{3}{x}\right) = 0$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x^2} = 0$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{x^4} = 0$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{x}} = 0$; e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^x} = 0$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Rikujton teoremën për dy funksione f, g , të cilat mund të krahasohen, atëherë edhe limitet e tyre në pambarim mund të krahasohen.
- Kupton teoremën e funksionit $f(x)$ polinom, kur $x \rightarrow +\infty$.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 3.4 LIMITI I POLINOMIT, KUR $x \rightarrow +\infty$ Nr.: 4

Fjalët kyçe: limit, polinom, shkallë, zero, krahasim, funksion, shkallë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremën 1.2, për zgjidhjen e problemeve të limitet me polinome.
- Bazohet në funksionet përpjesëtimore të zhdrejta, të cilat kanë limit zero, kur $x \rightarrow +\infty$.
- Zbaton teoremën e shkallës së polinomit që e ka për limit.

Kriteret e suksesit:

- Analizon pse vlerat e funksionit $\frac{1}{x^n}$, i afrohen zeros.
- Shqyrton polinomin $Q(x) = -2x^4 + x^3 + x^2 + x + 2$.
- Argumenton me një shembull teoremën “funksioni $y = f(x)$, ku $f(x)$ është polinom, kur $x \rightarrow +\infty$, ka po atë limit që ka monomi i tij me fuqinë më të lartë”.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT:

E BashkëbisedimR Di/Dua të di/MësovaR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Dimë që $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3) = +\infty$. Proveni që edhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 + x^2 + x + 1) = +\infty$.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke u përgjigjur në kërkesat e detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Detyrë

Jepet polinomi $P(x) = x^3 - x^2 - x + 1$.

Të tregojmë që $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$, d.m.th., $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = +\infty$.

Ne mund të arsyetojmë kështu:

Shkruajmë (për $x > 0$) $P(x) = x^3 \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right)$ (kemi faktorizuar x^3). Për x mjaft të mëdha, vlerat e $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^3}$ janë shumë

afër zeros (pse?), d.m.th. vlerat e shprehjes $\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right)$ janë shumë afër numrit 1.

Prandaj, vlerat e $P(x)$, që është $x^3 \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right)$, janë shumë afër vlerave të monomit $x^3 \cdot 1 = x^3$. Prandaj, për x mjaft të mëdha,

vlerat e $P(x)$ bëhen më të mëdha se çdo numër pozitiv i dhënë që më parë, pra $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = +\infty$.

Ndryshe, më saktë mund të veprojmë kështu:

Për $x > 10$, kemi $\frac{1}{x} < \frac{1}{10}$; $\frac{1}{x^2} < \frac{1}{100}$; $\frac{1}{x^3} < \frac{1}{1000}$.

Prandaj, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} < \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} < \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} < \frac{1}{2}$.

Del $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) > -\frac{1}{2}$, d.m.th., $1 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) > 1 - \frac{1}{2}$.

Prandaj, $x^3 \left[1 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) \right] > \frac{1}{2} x^3$. Kështu, për $x > 10$, kemi $P(x) > \frac{1}{2} x^3$.

Por $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} x^3 \right) = +\infty$, prandaj nga teorema 1, mësimi 2, kemi $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = +\infty$.

Teoremë

Funksioni $y = f(x)$, ku $f(x)$ është polinom, kur $x \rightarrow +\infty$, ka po atë limit që ka monomi i tij me fuqinë më të lartë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Duke u bazuar në teoremën më lart, vërteto që $\lim_{x \rightarrow +\infty} Q(x) = -2x^4 + x^3 + x^2 + x + 2 = -\infty$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Dimë që $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4) = -\infty$. Tregoni që $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 - x^3 - x^2 - x) = -\infty$.

2. Gjeni: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^2 - 1000x - 10^6)$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x^3 + x^2 + 100x - 1)$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Kupton përkufizimin $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.-Arsyeton në gjuhën matematikore $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ell) = 0$.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: **3.5 FUNKSIONET QË KANË LIMIT L $x \rightarrow +\infty$** Nr.: 4

Fjalët kyçe: limit, vlerë, pakufi, zero, krahasim, funksion, përkufizim

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Përkufizon funksione që kanë limit l , kur $x \rightarrow +\infty$.
- Shqyrton analitikisht funksionet e formës $\frac{P(x)}{Q(x)}$, $Q(x) \neq 0$.
- Vërteton shembuj duke u bazuar në përkufizim.

Kriteret e suksesit:

- Shqyrton në mënyrë tabelore funksionin $y = \frac{2x+1}{x-1}$, $x \neq 1$, duke i dhënë vlera x .
- Vërteton që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-5}{1-2x} = -\frac{3}{2}$.
- Vërtetoni që: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3(1-x)}{x^2} = 0$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+x}{x^4} = 0$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT:

E BashkëbisedimR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Shqyrtoni tabelën.

X	2	4	11	101	1001	10001	...
$\frac{2x+1}{x-1}$	5	3	2,3	2,03	2,003	2,0003	...
$\frac{2x+1}{x-1} - 2$	3	1	0,3	0,03	0,003	0,0003	...

Çfarë vërehet në tabelë?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimpldhënësi i udhëzon që t'i tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Përkufizim

Themi që funksioni $y = f(x)$ ka limit numrin ℓ , kur $x \rightarrow +\infty$, nëse funksioni $y = f(x) - \ell$ ka limit numrin 0, kur $x \rightarrow +\infty$. Në këtë rast, shënojmë $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Sipas këtij përkufizimi, kemi $\left[\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell \right] \Leftrightarrow \left[\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ell) = 0 \right]$.

Detyrë

Të vërtetohet që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-5}{1-2x} = -\frac{3}{2}$.

Zgjidhje

Mjafton të vërtetojmë që funksioni $y = \frac{3x-5}{1-2x} - \left(-\frac{3}{2}\right)$ ka limit numrin 0, kur $x \rightarrow +\infty$. Ky funksion është $y = \frac{-7}{2-4x}$.

Le të jetë ε një numër pozitiv i dhënë. Të gjejmë x_0 , të tillë që nga $x > x_0$ të rrjedhë

$\left| \frac{-7}{2-4x} - 0 \right| < \varepsilon$. Ky mosbarazim është i njëvlershëm me

$$\frac{|-7|}{|2-4x|} < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{7}{|2-4x|} < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{|2-4x|}{7} > \frac{1}{\varepsilon} \Leftrightarrow |4x-2| > \frac{7}{\varepsilon}.$$

Meqenëse $x \rightarrow +\infty$, shqyrtojmë $x > 1$; për këto vlera të x kemi $4x-2 > 0$, prandaj $|4x-2| = 4x-2$.

$$\text{Mosbarazimi i fundit, shkruhet: } 4x-2 > \frac{7}{\varepsilon} \Leftrightarrow 4x > 2 + \frac{7}{\varepsilon} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} + \frac{7}{4\varepsilon}.$$

Marrim $x_0 = \frac{1}{2} + \frac{7}{4\varepsilon}$. Atëherë për $x > x_0$ (dhe $x > 1$) kemi $|4x-2| > \frac{7}{\varepsilon}$, prej nga rrjedh mosbarazimi i njëvlershëm $\left| \frac{-7}{2-4x} \right| < \varepsilon$, çfarë deshëm të vërtetonim.

Detyrë

Vërtetoni që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(5 + \frac{1}{x} \right) = 5$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Vërtetoni që:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3(1-x)}{x^2} = 0; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x}{x^4} = 0.$$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Vërtetoni që:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{1}{x} \right) = 2; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{x} \right) = 3; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e - \frac{5}{x^2} \right) = e.$$

2. Vërtetoni që:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3+4x}{x} = 4; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2+10}{x^2} = 5.$$

3. Vërtetoni që:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2 \right) = -2; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln 10 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) = \ln 10.$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Shndërron funksionin $y = f(x)$ i përkufizuar në $[-\infty, a]$, në funksionin $y = f(-x)$, përkufizuar në $[a, +\infty]$.
 -Kupton se kushti $x \rightarrow -\infty$ zëvendësohet me kushtin $t \rightarrow +\infty$.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim**Njësia mësimore: 3.6 LIMITE TË FUNKSIONIT KUR $x \rightarrow -\infty$ Nr.: 6****Fjalët kyçe:** limit, funksion, ndryshore, zëvendësim, rriten, zvogëlohen, pambarim**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:**

- Zbaton zëvendësimin e ndryshores $x = -t$, në cilindo funksion.
- Analizon që me rritjen e vlerave të ndryshores x , vlerat e ndryshores $t = -x$ zvogëlohen.
- Tregon që nëse funksioni $y = f(-x)$ ka limit (ℓ , ose $+\infty$, ose $-\infty$), kur $x \rightarrow +\infty$, në themi që funksioni $y = f(x)$ ka po atë limit, kur $x \rightarrow -\infty$.

Kriteret e suksesit:

- Argumenton zgjidhjen e limitit për funksionin: $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$, kur $x \rightarrow -\infty$.
- Si do të njësohet limiti për funksionin $f(x) = 2^x$, kur $x \rightarrow -\infty$?
- Të vërtetohet që $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x^2 + x - 3) = -\infty$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT:

E Stuhi mendimeshR Di/Dua të di/MësovaR Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Si do të njehsohet funksioni $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$, kur $x \rightarrow -\infty$?

Po nëse e zëvendësojmë ndryshoren $x = -t$?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Pasi nxënësit të kenë analizuar shembullin te pjesa hyrëse, kuptojnë që $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 + \frac{1}{x}$, duke zëvendësuar $-x = t$, funksioni $f(x)$

shndërrohet në funksionin $y = f(-t)$, kurse kushti $x \rightarrow -\infty$ zëvendësohet me kushtin $t \rightarrow +\infty$. Përkatësisht, limiti shndërrohet në

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{t} \right).$$

Përgjithësim: Le të jetë dhënë funksioni $y = f(x)$ i përcaktuar në $[-\infty, a]$. Shqyrtojmë funksionin $y = f(-x)$ në $[a, +\infty]$. Nëse funksioni $y = f(-x)$ ka limit (ℓ , ose $+\infty$, ose $-\infty$) kur $x \rightarrow +\infty$, ne themi që funksioni $y = f(x)$ ka po atë limit, kur $x \rightarrow -\infty$.

Detyrë

Njehso $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x$.

Zgjidhje

Bëjmë zëvendësimin $t = -x$ ($x = -t$) dhe marrim funksionin $y = 2^{-t}$.

Ne dimë që $\lim_{t \rightarrow +\infty} 2^{-t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^t} = 0$. Themë që $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0$.

Detyrë

Të vërtetohet që $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x^2 + x - 3) = -\infty$.

Vërtetim

Shënojmë $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$.

Atëherë, $f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)^2 + (-x) - 3$, d.m.th., $f(-x) = -x^3 - 2x^2 - x - 3$. Kemi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3) = -\infty$ (pse?). Prandaj,

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, çfarë deshëm të vërtetonim.

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Vërtetoni që $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^4 - x^3 + x + 1) = +\infty$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimpldhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të tjerët. Mësimpldhënësi vazhdimisht t'i motivojë nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Vërtetoni që: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(5 + \frac{1}{x}\right) = 5$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-2 + \frac{1}{x^3}\right) = -2$.
- Vërtetoni që: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) = 2$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{x} = 0$.
- Vërtetoni që: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{x} = 4$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{x^2} = 2$.
- Vërtetoni që: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 + 2^x) = 4$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon në grafik asimptotën e funksionit.
- Përkufizon asimptotën horizontale të funksionit.
- Analizon teoremat mbi limitet e funksioneve kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$).

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 3.7 ASIMPTOTA HORIZONTALE Nr.: 7

Fjalët kyçe: limit, funksion, ndryshore, asimptotë horizontale, pambarim, grafik

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Kupton drejtëzën $y = \ell$ si asimptotë horizontale të grafikut të funksionit $y = f(x)$, kur $x \rightarrow +\infty$, nëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.
- Interpretin grafikisht funksionin dhe asimptotën horizontale të tij.
- Njësion asimptotat horizontale të funksionit.
- Zbaton teorema mbi limitet, kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$).

Kriteret e suksesit:

- Tregon që drejtëza $y = 2$ është asimptotë horizontale e grafikut të funksionit $y = \frac{2x+1}{x-1}$, kur $x \rightarrow +\infty$.
- Cila do të jetë asimptota për funksionin $y=2^x$?
- Vërteton shembuj me anë të teoremës 1 për dy funksione të cilat kanë limit ℓ_1, ℓ_2 , kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$).
- Vërteton shembuj me anë të teoremës së krahasimit të limiteve.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT:

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

a) Ndërtoni grafikun e funksionit $y = 1 + \frac{1}{x}$.

b) Gjeni $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

c) Cilës drejtëz i afrohen pambarimisht pikat e grafikut, kur $x \rightarrow +\infty$?

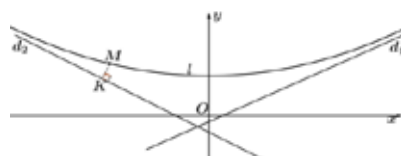
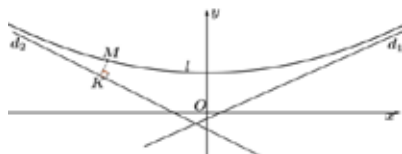
Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që kanë marrë gjatë leximit.

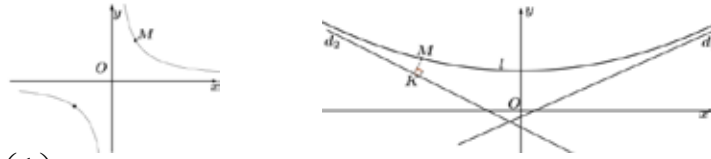
Pasi nxënësit të kenë analizuar shembullin te pjesa hyrëse, kuptojnë që $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{1}{x}$, kuptojnë që limit i funksionit y është i barabartë me 1 dhe drejtëza e kërkuar është $y = 1$.

Supozojmë se largësia e pikës M të vijës l nga origjina (OM) shkon në $+\infty$; themi që pika M largohet pambarimisht nga origjina. Mund të ndodhë që ndërkaq, largesa MK e pikës M nga ndonjë drejtëz e planit të zvogëlohet pambarimisht (t’i afrohet pambarimisht numrit zero). P.sh., në figurë kjo ndodh për drejtëzën d_2 , kur pika M e vijës l largohet pambarimisht majtas; kjo ndodh për drejtëzën d_1 , kur pika M largohet pambarimisht djathtas.



Detyrë

Të shqyrtohet grafiku i funksionit $y = \frac{1}{x}$, i cili është paraqitur në figurë.



Njësojmë limitin e funksionit: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0$, ndërsa pika $M(x, y)$ e grafikut i afrohet pambarimisht boshtit Ox , i cili ka si ekuacion

$y = 0$. Gjithashtu, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{t} \right) = 0$ dhe vëmë re që kur $x \rightarrow -\infty$, pika $M(x, y)$ e grafikut i afrohet pambarimisht boshtit Ox (drejtëzës $y = 0$).

Për drejtëzën $y = 0$ themi se është asimptotë horizontale e funksionit $y = \frac{1}{x}$.

Rasti i përgjithshëm

Le të kemi funksionin $f: y = f(x)$ për të cilin dihet që $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Atëherë, $y = f(x) - \ell$ ka limit 0, kur $x \rightarrow +\infty$, d.m.th., $|f(x) - \ell|$ i afrohet pambarimisht zeros, kur $x \rightarrow +\infty$. Por $|f(x) - \ell| = |y_M - y_P| = PM$ dhe paraqet largesën e pikës M (me abshisë x) të grafikut nga drejtëza me ekuacion $y = \ell$ (fig. 3.13).

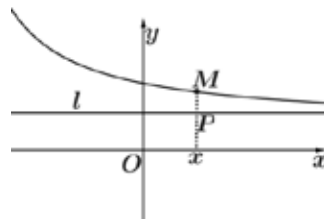


Fig. 3.13

Pra, kur $x \rightarrow +\infty$, largesa e pikës M të grafikut nga drejtëza $y = \ell$ i afrohet pambarimisht zeros (pika M i afrohet pambarimisht drejtëzës $y = \ell$).

Në këtë rast, drejtëza $y = \ell$ është asimptotë horizontale e grafikut, kur $x \rightarrow +\infty$.

Përkufizim

Drejtëza $y = \ell$ është asimptotë horizontale e grafikut të funksionit $y = f(x)$, kur $x \rightarrow +\infty$ nëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Njëjtë, themi që drejtëza $y = f(x)$ është asimptotë horizontale e grafikut të funksionit $y = f(x)$, kur $x \rightarrow -\infty$, në rast se $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ell$.

Detyrë

Me përkufizim, cakto asimptotën e funksionit $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Zgjidhje

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$. Atëherë, drejtëza $y = 2$ është asimptotë horizontale e grafikut të funksionit $y = \frac{2x+1}{x-1}$ kur $x \rightarrow +\infty$.

Disa teorema mbi limitet, kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$)

Teoremë 1

Nëse funksionet $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ kanë limite përkatësisht numrat ℓ_1 , ℓ_2 , kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$), atëherë:

- funksioni $y = f_1(x) + f_2(x)$ ka limit numrin $\ell_1 + \ell_2$;
- funksioni $y = f_1(x) \cdot f_2(x)$ ka limit numrin $\ell_1 \cdot \ell_2$;

c) nëse akoma kemi $\ell_2 \neq 0$, funksioni $y = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ ka limit numrin $\frac{\ell_1}{\ell_2}$.

Detyrë

Janë dhënë funksionet $y = 1 + \frac{2}{x}$ dhe $y_2 = 2 + \frac{1}{\ln x}$, njëso limitet e funksioneve kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$) dhe vërteto teoremën 1.

Zgjidhje

Meqenëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right) = 1$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{1}{\ln x}\right) = 2$, atëherë kemi:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} + 2 + \frac{1}{\ln x}\right) = 1 + 2 = 3.$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right) \left(2 + \frac{1}{\ln x}\right) = 1 \cdot 2 = 2.$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{2 + \frac{1}{\ln x}} = \frac{1}{2}.$

Teoremë 2

Nëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell \neq 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$, atëherë $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \cdot g(x) = +\infty$.

Teorema 2 mbetet në fuqi edhe kur $x \rightarrow -\infty$.

Detyrë

Le të jenë dhënë dy funksione $y_1 = 2 + \frac{1}{x}$ dhe $y_2 = \sqrt[3]{x}$, vërtetojmë teoremën 2:

Zgjidhje

Nga $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right) = 2$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$, prandaj vlen edhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} \left(2 + \frac{1}{x}\right) = \infty \cdot 2 = +\infty$.

Teoremë 3

Nëse për çdo $x > a$, kemi $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \ell$, atëherë edhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \ell$.

Detyrë

Njëso $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$.

Zgjidhje

Meqenëse për çdo $x \in \mathbb{R}$, vlen $-1 \leq \sin x \leq 1$, për $x > 0$ (duke pjesëtuar me x mosbarazimin) rrjedh se $-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$.

Nga fakti se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$, në bazë të teoremës 3 rrjedh se edhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

a) Gjeni $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1}$.

b) Cila drejtëz është asimptotë horizontale e grafikut të funksionit $y = \frac{2x+1}{x-1}$, kur $x \rightarrow -\infty$?

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni limitet e funksioneve kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$) dhe tregoni asimptotat horizontale për grafikët e tyre:

a) $y = \frac{1}{x^2}$; b) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$; c) $y = 2 + \frac{1}{x^3}$; d) $y = \frac{2x-1}{x}$; e) $y = \frac{x^2-1}{x^2}$; f) $y = 3^{-x}$.

2. Njësoni $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{3^x}\right)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\right)$ dhe pastaj gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{3^x}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\right)$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2\right)$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Kupton teoremën dhe e zbaton atë në shembuj.
- Arsyeton në gjuhën matematikore zgjidhjen e problemeve matematike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: **3.8 LIMITI I FUNKSIONIT RACIONAL THYESOR , KUR $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$)** Nr.: 8

Fjalët kyçe: limit, vlerë, pakufi, zero, krahasim, funksion, racional, thyesor, raport, fuqi, monom

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Shqyrton funksionet racionale thyesore $\frac{P(x)}{Q(x)}$, $Q(x) \neq 0$.
- Vërteton shembuj duke u bazuar në teoremën bazë dhe teoremat ndihmëse.
- Dallon limitin e funksionit, në bazë të shkallës më të lartë të monomit në emërues dhe numërues.

Kriteret e suksesit:

- Njehson $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 4}{3x^2 - x + 6}$.
- Arsyeton përse $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - x + 1}{x^2 - 4x + 5} = \infty$.
- Vërteton që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^3 + x + 5} = 0$.
- Kupton që limiti i funksionit racional paraqet asimptotën horizontale të funksionit.
-

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT:

E Bashkëbisedim

R Leksion i përparuar

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Analizo limitet e funksioneve racionale thyesore:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{x}; \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x}; \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x^2}.$$

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimpldhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë

$$a) \text{ Njehso } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 4}{3x^2 - x + 6}.$$

b) Trego që limiti i funksionit racional paraqet asimptotën horizontale.

Zgjidhje

a) Nxjerrim në dukje në numëruesin dhe në emëruesin e thyesës fuqinë më të lartë të x (d.m.th. x^2).

$$\frac{2x^2 + 5x - 4}{3x^2 - x + 6} = \frac{x^2(2 + \frac{5}{x} - \frac{4}{x^2})}{x^2(3 - \frac{1}{x} + \frac{6}{x^2})}.$$

$$\text{Por } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{5}{x} - \frac{4}{x^2}\right) = 2 \text{ dhe } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{x} + \frac{6}{x^2}\right) = 3 \text{ (sepse } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x^2} =$$

$$0). \text{ Rrjedhimisht, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 4}{3x^2 - x + 6} = \frac{2}{3}.$$

b) Nga përkufizimi i asimptotës horizontale: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$, përfundojmë që $\ell = \frac{2}{3}$ është asimptotë horizontale.

Detyrë

Arsyeto përse $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - x + 1}{x^2 - 4x + 5} = \infty$.

Zgjidhje

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - x + 1}{x^2 - 4x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3(1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3})}{x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \frac{1}{1} = \infty$$

(sepse $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$).

Detyrë

Vërteto që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^3 + x + 5} = 0$.

Zgjidhje

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^3 + x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2})}{x^3(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Teoremë

Limiti i një funksioni racional, kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$), është i barabartë me limitin e raportit të monomeve me fuqi më të lartë të x në numërues dhe në emërues.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Vërteto që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 4x + 5}{2x^4 + 4x^3 - x + 10} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4}{2x^4} = \frac{3}{2}$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimsdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësimsdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Gjeni asimptotat horizontale të grafikut të funksionit:

a) $y = \frac{2x - 4}{3x + 7}$; b) $y = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 5x + 4}$; c) $y = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimsdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I VARGUT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Njihet me termat, faktet dhe konceptet bazë të limitit të vargut.
- Komunikon në gjuhën e matematikës gjatë arsytimeve matematike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: **3.9 LIMITI I VARGUT Nr.: 2**

Fjalët kyçe: varg, konvergon, divergon, pikë grumbullimi, limit, term

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Kupton numrin L si pikë grumbullimi rreth së cilës grumbullohen pambarimisht shumë terma të vargut.
- Zbaton teoremën e limitit të vargut për zgjidhjen e shembujve të limitit të vargut.
- Argumenton përkufizimin: vargu y_n konvergon në numrin real L .
- Numri L quhet limit i vargut për të cilin vlen: $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = L$.

Kriteret e suksesit:

- Tregon se vargu $u_n = 2 + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$, konvergon në numrin 2.
- Argumenton me shembuj që ekzistojnë vargje të cikat nuk kanë limit në një pikë (janë divergjente).
- Me anën të teoremës 1, vërteto limitet e vargjeve: a) $y_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$; b) $y_n = \frac{3n-5}{n+1}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Di-Dua të di-MësovaR Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Shqyrtoni vargun (v_n) , ku $v_n = n^2$, $n \in \mathbb{N}$.

a) Ç'ndodh me kufizat e vargut kur treguesit e tyre rriten pambarimisht?

b) Për ç'vlera të n , kemi $n^2 > 10^2$? $n^2 > 10^{2k}$, $k \in \mathbb{N}$? $n^2 > M$ ku $M > 0$?

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Nxënësit do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj, duke i shkëmbyer me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë "DI", nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë "DUA TË DI", nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth asaj; dhe shtylla e tretë "MËSOVA", e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Përkufizim: Nëse kufizat e vargut bëhen sa të duam të mëdha, mjafton që të zgjidhen treguesit e tyre mjaft të mëdhenj, atëherë themi që vargu (y_n) ka limit $+\infty$ dhe shkruajmë: $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = +\infty$.

Përkufizim: Them i që vargu (u_n) ka limit $-\infty$ nëse dhe vetëm nëse vargu (v_n) , ku $v_n = -u_n$, ka limit $+\infty$.

Le të kemi vargun numerik të pafundmë (y_n) .

Përkufizim: Nëse kufizat e vargut i afrohen sa të duam numrit L , mjafton të zgjidhen treguesit e tyre mjaft të mëdhenj, atëherë themi që vargu (y_n) ka limit numrin L dhe shkruajmë: $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = L$.

Ndryshe, themi që $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = L$, në qoftë se, sado i vogël të jetë dhënë numri $\varepsilon > 0$, gjendet një numër natyror p , i tillë që të gjitha kufizat e vargut me tregues $n \geq p$ të ndryshojnë nga numri L me më pak se ε ($|y_n - L| < \varepsilon$ për $n \geq p$).

♦ Teorema 1

Le të jetë një funksion f i përcaktuar në $[1, +\infty[$ dhe (y_n) një varg i tillë që $y_n = f(n)$.a) Nëse funksioni f ka limit numrin L , kur $x \rightarrow +\infty$, atëherë vargu (y_n) ka limit L .b) Nëse funksioni f ka limit $+\infty$, kur $x \rightarrow +\infty$, atëherë vargu (y_n) ka limit $+\infty$ kur $n \rightarrow +\infty$.

Detyrë

Të shqyrtohet konvergjenca e vargut $u_n = 2 + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.

Detyrë

Shembujt e mëposhtëm të vërtetohen duke u bazuar në Teoremën 1.

1. Le të kemi vargun (u_n) të tillë që $u_n = \frac{3n-5}{n+1}$. Shqyrtojmë funksionin përkatës $f: y = \frac{3x-5}{x+1}$. Kemi $u_n = f(n)$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.

Në bazë të teoremës 1, themi $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.

2. Le të kemi vargun (v_n) të tillë që $v_n = n^2 + \frac{1}{n}$. Shqyrtojmë funksionin përkatës $f: y = x^2 + \frac{1}{x}$. Kemi $v_n = f(n)$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + \frac{1}{x} = +\infty$. Në bazë të teoremës 1, themi që $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + \frac{1}{n}) = +\infty$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

- a) Tregoni që vargu (y_n) , ku $y_n = \sin(n\pi)$, nuk ka limit.
b) Vargun y_n shkruaje si funksion dhe ndërto grafikun e tij.

Nxënësit në çifte diskutojnë mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Detyrë

Me anë të teoremës 1, gjeni limitet e vargjeve:

- a) $y_n = 2n$; b) $y_n = -\frac{1}{3} \cdot n$; c) $y = d \cdot n$ ($d > 0$); d) $y_n = d \cdot n$ ($d < 0$).

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Njehson limitin e vargjeve sipas rregullave
- Përcakton numrin e si limit të vargut

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 3.10 VEPRIMET ME LIMITET E VARGJEVE. NUMRI E Nr.: 10

Fjalët kyçe: varg, rritës, zvogëlues, monoton, i kufizuar, limit, teoremë, teorema e Vejershtasit, numri i Neperit

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Analizon teoremat për të studiuar konvergjencën e vargut.
- Argumenton se çdo varg i kufizuar dhe monoton, ka limit.
- Shqyrton $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$.

Kriteret e suksesit:

- Analizon teoremat dhe i zbaton ato në shembujt: a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3 + \frac{2}{n})$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n+2}{3n-2}$.
- Njehson limitin: $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n+1})^n$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT:**E Stuhi mendimesh****R Leksion i përparuar****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse****Detyrë**

A kanë limit vargjet e dhëna? Nëse po, pse?

a) $a_n = 1 + \frac{1}{n}$; b) $a_n = \frac{n}{n+1}$.

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësuesi i udhëzon që t'ju tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm, vërejmë se:

Nëse vargjet (u_n) dhe (v_n) kanë limite përkatësisht $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L_1$ dhe $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = L_2$, atëherë edhe:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (c \cdot u_n) = c \cdot L_1 = c \cdot \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = L_1 + L_2 = \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right) + \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = L_1 \cdot L_2 = \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right) \cdot \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{L_1}{L_2} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n}{\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n}$$

Detyrë

Nga teorema e mësipërme njehso $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 4}{3x^2 - x + 6}$.

Zgjidhje

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 4}{3x^2 - x + 6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(2 + \frac{5}{x} - \frac{4}{x^2} \right)}{x^2 \left(3 - \frac{1}{x} + \frac{6}{x^2} \right)} = \frac{2}{3}$$

Sepse $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{5}{x} - \frac{4}{x^2} \right) = 2$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{x} + \frac{6}{x^2} \right) = 3$

Detyrë

Nga përkufizimi i numrit të Neperit: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$.

a) Të njehsohet limiti: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^n$.

Zgjidhje

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{n+1} \cdot \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{n+1} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1} \right)^{-1} = e \cdot 1 = e$$

b) Të njehsohet limiti $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n$

Zgjidhje

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n+1}{n-1} - 1 \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{n+1-n+1}{n-1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n-1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{n-1}{2}} \right)^{\frac{n-1}{2}} \right]^{\frac{2}{n-1} \cdot n} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n-1}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n}{n}}{\frac{n-1}{n}}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1-\frac{1}{n}}} = e^{\frac{2}{1-0}} = e^2$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Duke përdorur teoremën, gjeni:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n}$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{3}{n} \right)$; c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{3}{n}}{5 + \frac{3}{n}}$; d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n-3}{5n+3}$.

Detyrë

Të njehsohet limiti: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{3n}$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Detyrë

Duke përdorur teoremën, gjeni limitet e vargjeve:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \cdot \frac{1}{n}$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{2}{n} \right)$; c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{n}}{3 - \frac{2}{n}}$; d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n+2}{3n-2}$.

Detyrë

Të njehsohet limiti: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+5}$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I VARGUT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Njihet me termat, faktet dhe konceptet bazë të limitit të vargut.
- Komunikon në gjuhën e matematikës gjatë arsytimeve matematike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: **3.11 LIMITI I VARGUT Nr.11**

Fjalët kyçe: varg, konvergon, term, krahasim, metodë, teoremë, varg aritmetik, varg gjeometrik

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremën e limitit të vargut për zgjidhjen e shembujve të limitit të vargut.
- Shndërron vargun y_n në varg gjeometrik u_n , në varësi të n , në mënyrë që të njehsojë limitin e vargut y_n .
- Zbaton teoremat e krahasimit për të njësuar limitin e vargut y_n .

Kriteret e suksesit:

- Tregon se nga vargu i dhënë $y_n = \frac{1-2^n}{1+2^{n+1}}$, mund të nxjerrim herësin e vargut gjeometrik $q = \frac{1}{2}$.
- Vërteton se $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1-2^n}{1+2^{n+1}} = -\frac{1}{2}$.
- Zbaton metodat e krahasimit për të njësuar limitet e vargjeve:

a) $y_n = n^2 + \sqrt[3]{n}$; b) $y_n = -n^2 + \log_{0,5} n$; c) $y_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n^2}$; d) $y_n = \frac{\cos n}{n}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
Mekanikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Di-Dua të di-MësovaR Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Çfarë i karakterizon vargjet aritmetike dhe vargjet gjeometrike?

Si do të duken vargjet e dhëna nëse i japim vlera n ?

$$a) y_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n; \quad b) y_n = \frac{-3}{4^n}; \quad c) y_n = 2 \cdot 3^n.$$

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Nxënësit do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj i i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

♦ Limitet e vargjeve që janë progresione aritmetike apo gjeometrike

• Kufiza e përgjithshme e progresionit aritmetik me diferencë d jepet nga formula $y_n = y_1 + (n - 1)d$, d.m.th. $y_n = d \cdot n + (y_1 - d)$. Funkcioni përkatës $y = d \cdot x + (y_1 - d)$ ka si limit $+\infty$, kur $d > 0$; $-\infty$ kur $d < 0$.

Prandaj $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = +\infty$ (kur $d > 0$) dhe $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = -\infty$ (kur $d < 0$).

• Kufiza e përgjithshme e progresionit gjeometrik me herës $q > 0$ jepet nga formula $y_n = y_1 \cdot q^{n-1}$ d.m.th. $y_n = \frac{y_1}{q} \cdot q^n$. Duke shqyrtuar

funksin përkatës $y = \left(\frac{y_1}{q}\right) \cdot q^x$ në $[1, +\infty[$, nxjerrim këto përfundime:

Nëse $0 < q < 1$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = 0$. Nëse $q = 1$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = y_1$.

Nëse $q > 1$ dhe $y_1 > 0$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = +\infty$. Nëse $q > 1$ dhe $y_1 < 0$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = -\infty$.

♦ Metoda për gjetjen e limitit të vargut (y_n)

1. Mund të përdoret teorema 1, duke gjetur një funksion f (me limit të njohur, kur $x \rightarrow +\infty$) të tillë që $y_n = f(n)$.

2. Mund të përdoren teoremat 2 dhe 3.

3. Në rast se teoremat 2 dhe 3 nuk mund të përdoren dot drejtpërsëdrejti, përpiqemi të shndërrojmë në mënyrë të përshtatshme shprehjen që jep y_n në varësi të n .

Detyrë

Të gjendet limiti i vargut (y_n) ku $y_n = \frac{1 - 2^n}{1 + 2^{n+1}}$

Zgjidhje

Faktorizojmë 2^n në numëruesin dhe në emëruesin e thyesës:

$$y_n = \frac{2^n \left(\frac{1}{2^n} - 1 \right)}{2^n \left(\frac{1}{2^n} + 2 \right)} = \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1}{\left(\frac{1}{2} \right)^n + 2}.$$

Vargu (u_n) ku $u_n = \left(\frac{1}{2} \right)^n$ është progresion gjeometrik me herës $q = \frac{1}{2}$. Meqenëse $0 < \frac{1}{2} < 1$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0$.

Nga teorema 2 rrjedh që $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right] = 0 - 1 = -1$ dhe $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^n + 2 \right] = 0 + 2 = 2$.

Nga teorema 3 rrjedh që $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = -\frac{1}{2}$.

Detyrë

Vërteto teoremën me shembujt:

a) $y_n = n^2 + \sqrt[3]{n}$; b) $y_n = -n^2 + \log_{0,5} n$; c) $y_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n^2}$; d) $y_n = \frac{\cos n}{n}$.

Zgjidhje

a) Kemi $n^2 + \sqrt[3]{n} \geq n^2$. Meqenëse $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + \sqrt[3]{n}) = +\infty$ (teorema 4a).

b) Kemi $-n^2 + \log_{0,5} n \leq -n^2$ (sepse $\log_{0,5} n \leq 0$). Meqenëse $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-n^2) = -\infty$

(sepse $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$), atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-n^2 + \log_{0,5} n) = -\infty$ (teorema 4/b).

c) Kemi $y_n - 1 = \frac{(-1)^n}{n^2}$ nga del që $|y_n - 1| = \frac{|(-1)^n|}{n^2}$, d.m.th. $|y_n - 1| = \frac{1}{n^2}$.

Meqenëse $\lim_{n \rightarrow +\infty} |y_n - 1| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = 1$ (teorema 4/c).

d) Kemi $-1 \leq \cos n \leq 1$, prandaj $-\frac{1}{n} \leq \frac{\cos n}{n} \leq \frac{1}{n}$. Meqenëse $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ dhe

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{n} \right) = 0$, atëherë $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos n}{n} = 0$ (Teorema 4/d).

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Njehso limitin për vargjet: a) $y_n = \frac{(-1)^n}{n+5}$; b) $y_n = \frac{\sin n}{2^n}$.

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej tyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR**Detyrë**

1. Me anë të teoremave gjeni limitet e vargjeve:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7 - \frac{1}{n}}{8 + \frac{1}{\sqrt{n}}}; & \text{b) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n}; & \text{c) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{e}\right)^n}{1 + \frac{1}{n^3}}; & \text{d) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 2}{2^{n+2} - 1}. \end{array}$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITI I FUNKSIONIT DHE LIMITI I VARGUT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Zbaton limitet për zgjidhjen e problemeve nga jeta reale.
 -Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: VlerësimNjësia mësimore: 3.12 DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 12

Fjalët kyçe: limit, funksion, varg, asimptotë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zgjidh detyra të ndryshme në lidhje me limitin e funksionit dhe limitin e vargut.
- Cakton asimptotat e funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit limitin funksioneve të dhëna në fletat punuese.
- Vërteton limitin e funksionit duke u bazuar në teoremë.
- Zbaton teoremën e krahasimit për të njësuar limitin e vargut.
-

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike
 (Dizanjimi i sistemeve kompjuterike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

MATRICË APO PLAN TESTI

- 1 Bëhet një tabelë si më poshtë, me aq kolona sa kemi zhvilluar njësi mësimore.
 - 2 Caktohet numri i pyetjeve që duam të ketë testi (9).
 - 3 Pyetjet e nivelit të ulët duhet të jenë rreth 60%, ndërsa të nivelit të lartë rreth 40%.
 - 4 Nëse ndonjë njësi është më e rëndësishme, nga ajo pjesë duhet të ketë më shumë pyetje (5+3).
 - 5 Caktohet numri i pyetjeve në njësitë tjera.
 - 6 Mblidhet numri i pyetjeve të dy niveleve dhe plotësohet kolona me numrin e pyetjeve.
- Njësitë mësimore / Pyetje nga niveli i ulët / Pyetje nga niveli i lartë / Nr. i pyetjeve
- Pas përfundimit të tabelës, shkruhen pyetjet e testit (tabela më poshtë):
- 1 Pyetjet shkruhen në test sipas radhës së njësive.
 - 2 Pyetjet duhet të jenë të tipave të ndryshëm (të hapura, të mbyllura, të kombinuara...)
 - 3 Numri i poenave për pyetje caktohet nga niveli pyetjeve (pyetjet e nivelit të lartë të kenë më shumë poena se ato të nivelit të ulët).
 - 4 Në fund caktohet kriteri për vlerësim mbi bazë të numrit të poenave, mbi 40% kaluese...

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përvetëson konceptet bazë për pikën.
- Njehson distancën ndërmjet dy pikave në boshtin numerik në rrafsh dhe në hapësirë.
- Interpreton në formë gjeometrike dhe analitike pikën simetrike të pikës së dhënë në sistemin koordinativ (në simetri ndaj boshteve, ndaj drejtëzës të çfarëdo forme).
- Interpreton në formë gjeometrike pikën simetrike ndaj drejtëzës.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Përsëritje

Njësia mësimore: PIKA NË BOSHTIN DHE NË PLANIN KOORDINATIV. PRODHIMI NUMERIK I DY VEKTORËVE Nr.:1

Fjalët kyçe: pika, boshti koordinativ, plani koordinativ, koordinata, vektorë, vektorë njësi, origjina, largesa (distanca), prodhimi numerik (skalar), kënd, kosinus

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:**Nxënësi/ja:**

- Përcakton pikën simetrike ndaj origjinës dhe boshteve në planin koordinativ.
- Cakton largesën ndërmjet dy pikave.
- Ilustron grafikisht pikën simetrike ndaj drejtëzës.
- Përkufizon prodhimin numerik të dy vektorëve.

Kriteret e suksesit:

- Në boshtin koordinativ cakton pikën simetrike të pikës $M(-4)$.
- Në boshtin koordinativ cakton largesën ndërmjet pikave $M(-4)$ dhe $N(-2)$.
- Llogarit largesën ndërmjet pikave A dhe B të dhëna me koordinata $A(2, 3)$ dhe $B(5, 7)$.
- Nëse është dhënë trekëndëshi me kulme në pikat $A(3, 4)$, $B(-5, 0)$, $C(5, 0)$, vërteton se ky trekëndësh është kënddrejtë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore, fletat punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Aerodinamika
(Lëvizja e aeroplanëve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Bashkëbisedim

R Leksion i përparuar

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Detyrë

- Gjeni: a) simetrikën e pikës $M(-4)$ ndaj origjinës në boshtin koordinativ;
b) largesën midis pikave $M(-4)$ dhe $N(-2)$ në boshtin koordinativ.
- Në planin koordinativ xOy është dhënë pika $M(3; 2)$. Gjeni pikën simetrike të saj në lidhje me:
a) origjinën e koordinatave; b) boshtin Ox ; c) boshtin Oy .

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrave. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Duke u nisur nga zgjidhjet e nxënësve të shënuara në tabelë, kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Në figurën 4.1 është paraqitur boshti koordinativ me origjinë O dhe me vektor njësi $\vec{i}$.

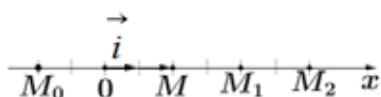


Fig. 4.1

Koordinatë (abshisë) të pikës M të boshtit quajmë raportin e rrezevektorit $\vec{OM}$ me vektorin njësi $\vec{i}$. Pra, nëse $M(x)$ kemi $x = \frac{\vec{OM}}{\vec{i}}$ d.m.th. $\vec{OM} = x \cdot \vec{i}$.

Nëse shënojmë me M_0 pikën simetrike të M ndaj origjinës, kemi $\vec{OM}_0 = -\vec{OM}$, pra $\vec{OM}_0 = -(x \cdot \vec{i}) = (-x) \cdot \vec{i}$. Kjo tregon se abshisa e pikës M_0 është $-x$. Nëse kemi dy pika $M_1(x_1)$ dhe $M_2(x_2)$ në boshtin koordinativ, shkruajmë:

$$\vec{OM}_1 + \vec{M_1M_2} = \vec{OM_2M_1M_2} = \vec{OM_2} - \vec{OM_1} = x_2 \cdot \vec{i} - x_1 \cdot \vec{i} = (x_2 - x_1) \cdot \vec{i}.$$

Kjo tregon se koordinata e vektorit $\vec{M_1M_2}$ është $(x_2 - x_1)$. Prandaj, gjatësia e këtij vektori, d.m.th. largesa ndërmjet pikave M_1 dhe M_2 është $|x_2 - x_1|$.

Në figurën 4.2 janë paraqitur dy boshte koordinative $x'x$ dhe $y'y$, pingul njëri me tjetrin dhe me origjinë të përbashkët O . Këta dy boshte formojnë një *sistem kënddrejtë koordinativ*.

Le të jenë $\vec{i}$, $\vec{j}$ vektorët njësi, përkatësisht të boshteve, kurse M një pikë çfarëdo e planit. Vektori $\vec{OM}$ quhet *rrezevektor* i pikës M . Nga pika M heqim pingulet ndaj boshteve $x'x$ dhe $y'y$. Le të jenë P , Q pikat ku këto pingule presin boshtet.

Ekziston një numër real x , i tillë që $\vec{OP} = x \cdot \vec{i}$ ($x = \frac{\vec{OP}}{\vec{i}}$). Ky numër x quhet *abshisë* e pikës M ; ai quhet gjithashtu *abshisë* e rrezevektorit $\vec{OM}$.

Ekziston një numër real i vetëm y , i tillë që $\vec{OQ} = y \cdot \vec{j}$ ($y = \frac{\vec{OQ}}{\vec{j}}$). Ky numër y quhet *ordinatë* e pikës M ; ai quhet gjithashtu *ordinatë* e rrezevektorit $\vec{OM}$.

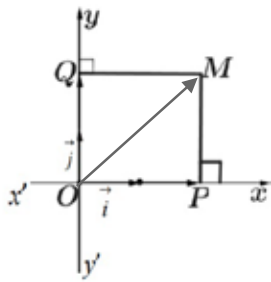


Fig. 4.2

rezevektorit $\vec{OM}$.

Për të vënë në dukje që pika M (dhe rrezevektori $\vec{OM}$) ka abshisë x dhe ordinatë y , përdoren shënimet: $M(x; y)$; $\vec{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Nëse $M(x, y)$, kemi $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ (1).

Shqyrtojmë në planin koordinativ vektorin $\vec{M_1M_2}$ për të cilin njihen koordinatat e skajeve $M_1(x_1; y_1)$ dhe $M_2(x_2; y_2)$ (fig. 4.3). Kemi $\vec{M_1M_2} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$.

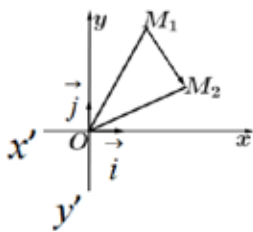


Fig. 4.3

Çdo koordinatë e një vektori është e barabartë me diferencën e koordinatave përkatëse të mbaresës dhe të fillesës së tij.

Çdo koordinatë e shumës së dy vektorëve është sa shuma e koordinatave përkatëse të vektorëve që mbliidhen.

Kur shumëzohet vektori me një numër, me po atë numër shumëzohet secila nga koordinatat e tij.

Prodhim numerik i dy vektorëve $\vec{a}$ dhe $\vec{b}$ quhet numri i barabartë me prodhimin e gjatësive të vektorëve me kosinusin e këndit ndërmjet tyre. Shënohet $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Sipas përkufizimit, kemi: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$.

Nëse kemi pikat $M_1(x_1; y_1)$ dhe $M_2(x_2; y_2)$, duke ditur që $\vec{M_1M_2} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$ nxjerrim që gjatësia e tij (*d.m.th. largesa midis pikave M_1 dhe M_2*) është: $M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Shembulli 1

Largesa midis pikave $A(2, 3)$ dhe $B(5, 7)$ është $AB = \sqrt{(5 - 2)^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$.

Shembulli 2

Gjeni simetrikën e pikës $A(3, 5)$ kundrejt pikës $B(4, 6)$.

Zgjidhje

Shënojmë $M(x, y)$ simetrikën e kërkuar. Kemi barazimin vektorial $\vec{AB} = \vec{BM}$.

Por $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 - 3 \\ 6 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dhe $\vec{BM} = \begin{pmatrix} x - 4 \\ y - 6 \end{pmatrix}$. Prandaj shkruajmë $\begin{cases} 1 = x - 4 \\ 1 = y - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$. Kështu, $M(5, 7)$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe gjërat e reja që janë mësuar radhiten në listë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Vërtetoni që trekëndëshi me kulme në pikat $A(3, 4)$, $B(-5, 0)$, $C(5, 0)$ është trekëndësh kënddrejtë.

Nxënësve në çifte iu shpërndahet detyra e dhënë në fleta punuese dhe pastaj diskutojnë mbi zgjidhjen e detyrës, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje.

Pas bashkëbisedimit, mësimmhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepen pikat A (3; -7), B (8; -3), C (2; 1). Gjeni koordinatat e vektorëve.

a) $\vec{AB} + \vec{BC}$

b) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$

2. Tregoni që pikat A (1; 1), B (1; 3), C (3; 3) dhe D (3; 1) janë kulme të një katrori.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Njehson koordinatat e ortoqendrës së trekëndëshit.
- Njehson syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit nëse dihen koordinatat e kulmeve të tij.
- Njehson syprinën e sipërfaqes së shumëkëndëshave të çfarëdoshëm nëse dihen koordinatat e kulmeve të tij.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1; 8. PËRDORIMI I TIK-ut NË/PËR MATEMATIKË-1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: SYPRINA E TREKËNDËSHIT NË PLANIN KOORDINATIV. SYPRINA E SHUMËKËNDËSHIT TË MYSËT. Nr.: 2

Fjalët kyçe: pika, plani koordinativ, koordinata, kulme, trekëndësh, kënddrejtë, shumëkëndësh i mysët, vektorë, syprinë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Shpjegon se trekëndëshi me kulme $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$ dhe $C(4, 3)$ është trekëndësh kënddrejtë dhe cakton syprinën e tij.
- Llogarit syprinën e trekëndëshit nëse dihen kulmet e tij.
- Llogarit syprinën e shumëkëndëshit të mysët.

Kriteret e suksesit:

- Shpjegon nëse është trekëndësh kënddrejtë trekëndëshi me kulme $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$ dhe $C(4, 3)$.
- Cakton syprinën e trekëndëshit me kulme $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$ dhe $C(4, 3)$.
- Nëse janë dhënë kulmet $A(3, 3)$, $B(5, 5)$ dhe $C(0,1)$ llogarit syprinën e trekëndëshit që formojnë ato pika.
- Nëse janë dhënë kulmet $A(1, 1)$, $B(2, 4)$, $C(4, 3)$ dhe $D(5, 0)$ llogarit syprinën e katërkëndëshit që formojnë ato pika.
- Vlerëson nëse janë në vijë të drejtë pikat $R(3, 4)$, $S(5,6)$ dhe $T(1, 1)$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ndërtimtari
(Matjet e objekteve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Secilit prej nxënësve iu shpërndahet nga një letër që përmban detyrën e dhënë. Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke u përgjigjur në kërkesat e detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, si dhe udhëzohen që në letrat me ngjyra të shënohen kufizat e kërkuara dhe kufizat tjera të identifikuar nga ata sipas kërkesave të detyrës.

Detyrë 1

Është dhënë trekëndëshi me kulme $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$ dhe $C(4, 3)$. Tregoni që ky trekëndësh është kënddrejtë dhe gjeni syprinën e tij.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth asaj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Në planin koordinativ xOy , janë dhënë pikat $A(x_1; y_1)$; $B(x_2; y_2)$; $C(x_3; y_3)$. Kërkohet të gjendet syprina e trekëndëshit ABC.

Arsyetojmë kështu:

Kulmet e trekëndëshit mund të shihen si pika të hapësirës me koordinata:

$$A(x_1; y_1; 0); B(x_2; y_2; 0); C(x_3; y_3; 0). \text{ Marrim vektorët: } \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x_3 - x_1 \\ y_3 - y_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Prodhiimi vektorial } \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \text{ jepet nga përcaktori } \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & 0 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & 0 \end{vmatrix}. \text{ Duke e zbërthyer këtë përcaktor sipas elementeve të}$$

$$\text{shtyllës së tretë, marrim } \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \text{ (ky vektor është pingul me planin } xOy, \text{ prandaj ka drejtimin e boshtit } Oz).$$

Gjatësia e vektorit $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ është sa vlera absolute (moduli) e numrit që shumëzon vektorin $\vec{k}$, d.m.th. sa vlera absolute e

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$$

Por gjatësia e $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ na jep syprinën e paralelogramit, të ndërtuar mbi vektorët $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$. Syprina e trekëndëshit të ndërtuar mbi vektorët $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ është sa gjysma e syprinës së këtij paralelogrami, d.m.th. sa gjysma e vlerës absolute të përcaktorit:

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}. \text{ Arrijmë në përfundimin që syprina e trekëndëshit ABC, me kulme në pikat } A(x_1; y_1); B(x_2; y_2); C(x_3; y_3), \text{ jepet}$$

$$\text{nga formula } S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \right| \quad (1).$$

Kjo formulë mund të shkruhet edhe ndryshe.

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & 0 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Nëse përcaktorin e anës së djathtë e zbërthejmë sipas elementeve të shtyllës së tretë, do të marrim $\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$.

Prandaj $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$.

Si përfundim, formula (1) mund të shkruhet ndryshe kështu: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

Shembulli 1

Gjeni syprinën e trekëndëshit me kulme $A(3, 3)$, $B(5, 5)$ dhe $C(0, 1)$.

Duke përdorur formulën më sipër për syprinën, marrim: $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 5 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Njehsojmë përcaktorin sipas rregullës së Sarusit dhe gjejmë që ai është 2. Atëherë syprina e trekëndëshit të shqyrtuar është 1.

Rrjedhim

Që tri pika $A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$; $C(x_3, y_3)$ të jenë në vijë

të drejtë duhet e mjafton që të kemi $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

Syprinën e shumëkëndëshit të mysët në planin koordinativ, mund ta gjejmë duke e ndarë atë në disa trekëndësha (p.sh. duke hequr të gjitha diagonalet që dalin prej një kulmi) dhe duke mbledhur syprinat e këtyre trekëndëshave.

Shembulli 2

Gjeni syprinën e katërkëndëshit ABCD, ku: $A(1; 1)$, $B(2; 4)$, $C(4; 3)$ dhe $D(5; 0)$ (fig. 4.6).

Zgjidhje

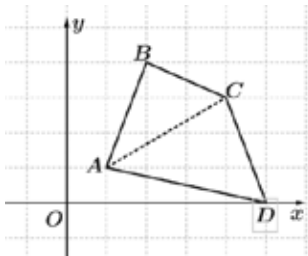


Fig. 4.6

Duke hequr diagonalen AC, e ndajmë katërkëndëshin në dy trekëndësha, ABC dhe ADC. Shkruajmë:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |4 + 4 + 6 - 16 - 3 - 2| = \frac{1}{2} |-7| = \frac{7}{2}.$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |3 + 0 + 5 - 15 - 0 - 4| = \frac{1}{2} |-11| = \frac{11}{2}.$$

Prandaj, syprina e katërkëndëshit ABCD është $\frac{7}{2} + \frac{11}{2} = \frac{18}{2} = 9$ njësi katrore.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj atyre u kërkohet që të prezantojnë punën e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës së prezantuar nga nxënësit. Më pas, mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit i kanë kuptuar detyrat.

Detyrë

1. Gjeni syprinën e trekëndëshit me kulme $M(2, 5)$, $N(3, 4)$ dhe $P(6, 6)$.
2. A janë në vijë të drejtë pikat $R(3; 4)$, $S(5; 6)$ dhe $T(1; 1)$?

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni syprinën e trekëndëshit me kulme në pikat: a) $A(4; 1)$, $B(3; 0)$ dhe $C(2; -2)$; b) $E(2; 0)$, $K(0; 4)$ dhe $L(-2; -5)$.
2. Jepen pikat $A(3; 4)$ dhe $B(2; 6)$.
 - a) Gjeni x që pika $M(x; 5)$ të ndodhet në drejtëzën AB .
 - b) Gjeni pikën e boshtit Oy që ndodhet në drejtëzën AB .

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN
KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Njehson koordinatat e mesit të një segmenti të dhënë.
- Njehson koordinatat e ortoqendrës së trekëndëshit.
- Njehson syprinën e sipërfaqes së trekëndëshit nëse dihen koordinatat e kulmeve të tij.
- Njehson syprinën e sipërfaqes së shumëkëndëshave të çfarëdoshëm nëse dihen koordinatat e kulmeve të tij.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS:IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE-
1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: NDARJA E VEKTORIT NË RAPORT TË DHËNË. MESI I SEGMENTIT Nr.: 3

Fjalët kyçe: pika, koordinata, vektorë, segment, raport, barazim

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Cakton koordinatat e pikës në raport me segmentin e dhënë.
- Përcakton koordinatat e pikës që e ndan segmentin në raport të dhënë.
- Vërteton barazimet e dhëna bazuar në koordinatat e pikave.
- Cakton koordinatat e pikës së dhënë.

Kriteret e suksesit:

- Cakton koordinatat e pikës M, nëse janë dhënë pikat A(2, 4) dhe B(5, -3), ashtu që $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.
- Nëse janë dhënë pikat A(2,0) dhe B(2, 5), cakton koordinatat e pikës F, që e ndan segmentin në raport të dhënë
- Cakton koordinatat e pikës M që vërteton barazimet $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ për pikat e dhëna A(4, 6) dhe B(-2, -3)
- Përcakton pikën M, duke ditur që simetrikja e saj ndaj pikës N(2, 2) është pika P(0, -1).

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ndërtimtari
(Matjet e objekteve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke u përgjigjur në kërkesat e detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Detyrë 1

Jepen pikat $A(2; 4)$ dhe $B(5; -3)$. Gjeni pikën $M(x; y)$ të tillë që $\overline{AM} = 2\overline{MB}$.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Themi se pika $M(x; y)$ e ndan vektorin $\overrightarrow{AB}$ në raportin k (k – numër real i ndryshëm nga -1), në rast se ka vend barazimi $\overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{MB}$.

Le të gjejmë koordinatat e pikës M , në rast se njihen koordinatat e pikave $A(x_1; y_1)$ dhe $B(x_2; y_2)$.

Gjejmë koordinatat e vektorëve $\overrightarrow{AM}$ dhe $k \cdot \overrightarrow{MB}$. Kemi:

$\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} x - x_1 \\ y - y_1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} x_2 - x \\ y_2 - y \end{pmatrix}; k \cdot \overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} kx_2 - kx \\ ky_2 - ky \end{pmatrix}$. Nga barazimi vektorial $\overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{MB}$ rrjedhin barazimet algjebrike që lidhin koordinatat e vektorëve:

$\begin{cases} x - x_1 = kx_2 - kx \\ y - y_1 = ky_2 - ky \end{cases}$ d.m.th. $\begin{cases} x + kx = x_1 + kx_2 \\ y + ky = y_1 + ky_2 \end{cases}$. Prej këtu, meqenëse $k \neq -1$ nxjerrim:

$$(1) \begin{cases} x = \frac{x_1 + kx_2}{1+k} \\ y = \frac{y_1 + ky_2}{1+k} \end{cases} \text{ Pra, koordinatat e pikës } M \text{ që ndan vektorin } \overrightarrow{AB} \text{ në raportin } k \text{ jepen nga formulat (1).}$$

Shembulli 1

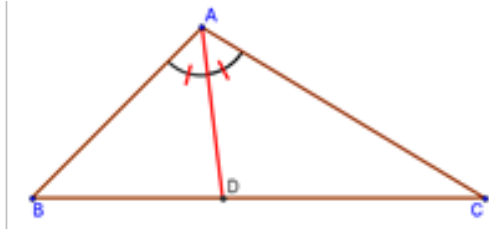
Jepen pikat $A(2; 0)$ dhe $B(2; 5)$. Në segmentin AB , merren në mënyrë të njëpasnjëshme pikat C, D, E, F , që e ndajnë këtë segment në 5 pjesë të barabarta. Të gjenden koordinatat e pikës F .

Zgjidhje

Është e qartë që ka vend barazimi $\overrightarrow{AF} = 4 \cdot \overrightarrow{FB}$. Zbatojmë formulat (1) duke marrë $k = 4$. Marrim:

$$\begin{cases} x = \frac{2+2 \cdot 4}{1+4} \\ y = \frac{0+5 \cdot 4}{1+4} \end{cases} \text{ prej nga del } x = 2 \text{ dhe } y = 4. \text{ Pra, } F(2; 4).$$

Përgjysmoria e këndit të brendshëm të trekëndëshit e ndan brinjën përballë në dy segmente të përpjesshme me brinjët



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{ d.m.th. pika } D \text{ e ndan vektorin } \overrightarrow{BC} \text{ në raportin } k = \frac{AB}{AC}.$$

Është e qartë që pika $M(x; y)$ është mes i segmentit AB , atëherë dhe vetëm atëherë kur $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, d.m.th. kur ajo ndan vektorin $\overrightarrow{AB}$ në raportin $k = 1$. Prandaj, koordinatat e mesit $M(x; y)$ të segmentit AB , me skaje $A(x_1; y_1)$ dhe $B(x_2; y_2)$ mund t'i gjejmë duke zbatuar formulat (1) për rastin $k = 1$. Gjejmë:

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{1+1} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{1+1} \end{cases} \text{ d.m.th. } \begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases} (2).$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në fletat shumëngjyrëshe shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimdhënësi angazhon njërin prej tyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësohet të çifteve, vendosin në tabelë fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mblidhen nga mësimdhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

Jepen pikat $A(4; 6)$ dhe $B(-2; -3)$. Gjeni koordinatat e pikës $M(x; y)$ që vërteton barazimin:

a) $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MB}$ b) $\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Detyrë 2

Gjeni pikën M , duke ditur që simetrikja e saj ndaj pikës $N(2; 2)$ është pika $P(0; -1)$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktiviteteve të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepen pikat $A(1; 3)$ dhe $B(3; 1)$. Gjeni koordinatat e pikës $M(x; y)$ që vërteton barazimin:

a) $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MB}$ b) $\overrightarrow{AM} - 5\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

2. Pikat $M(1; 0)$; $N(0; 1)$ dhe $P(1; 1)$ janë meset e brinjëve të trekëndëshit ABC . Gjeni koordinatat e kulmeve të këtij trekëndëshi.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përcakton pozitën e drejtëzave në formë gjeometrike dhe analitike.
- Përcakton format e ndryshme të ekuacionit të drejtëzës në rrafsh.
- Dallon format e ndryshme të ekuacionit të drejtëzës në rrafsh.
- Shndërron ekuacionin e drejtëzës në rrafsh nga një trajtë në një trajtë tjetër.
- Paraqet grafikisht ekuacionin e drejtëzës të dhënë në cilëndo formë të tij.
- Arsyeton në mënyrë analitike dhe interpreton në trajtë gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: EKUACIONI I VIJËS. EKUACIONI I DREJTËZËS QË KALON NGA NJË PIKË E DHËNË ME VEKTOR DREJTUES TË DHËNË **Nr.: 4**

Fjalët kyçe: drejtëz, ekuacion, pika, vektori drejtues, plan koordinativ, paralele

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Dallon ekuacionin e drejtëzës.
- Përcakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër një pikë.
- Cakton ekuacionin e drejtëzës varësisht prej pozitës së saj në rrafsh.

Kriteret e suksesit:

- Cakton koordinatat e vektorit $\overrightarrow{AM}$ nëse është dhënë drejtëza që kalon nga pika A(2, 3) dhe është paralele me vektorin $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$.
- Shkruaj ekuacionin e drejtëzës që përmban koordinatat e pikës M dhe vektorët $\overrightarrow{AM}$ dhe $\vec{v}$ janë kolinearë.
- Përcakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika T(4, -1) dhe është paralele me boshtet Ox, Oy.
- Cakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika T(4, -1) dhe ka vektor drejtues $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Gjeografi
(Hartat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Mendo/ puno në dyshe/ thuaia grupit

R Ditari dypjesësh

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'i u tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë 1

Jepet drejtëza që kalon nga pika A(2; 3) dhe është paralele me vektorin $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$.

a) Merrni një pikë M(x; y) në drejtëz dhe shkruani koordinatat e vektorit $\overrightarrow{AM}$.

b) Duke përdorur faktin që vektorët $\overrightarrow{AM}$ dhe $\vec{v}$ janë kolinearë, shkruani ekuacionin që vërteton koordinatat e pikës M të drejtëzës.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë pjesët karakteristike që ata kanë veçuar gjatë leximit dhe në anën e djathtë shënojnë pjesët përbërëse të tyre. Pastaj nxënësve u kërkohet që të lexojnë ato që kanë shkruar dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje kur dëgjon një koment. Më pas, mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që i kanë shënuar pjesët e njëjta dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar mësimin.

Themi se ekuacioni me dy ndryshore $F(x; y) = 0$ është ekuacioni i një vije L në planin koordinativ xOy, në rast se plotësohen njëherësh dy kushte:

- koordinatat e çdo pike që ndodhet në vijën L vërtetojnë ekuacionin $F(x; y) = 0$;
- çdo pikë, koordinatat e së cilës vërtetojnë ekuacionin $F(x; y) = 0$, ndodhet në vijën L.

Shembulli 1

Ekuacioni i boshtit Ox është $y = 0$ (pse?).

Është dhënë vektori $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ dhe pika $M_0(x_0; y_0)$. Të gjejmë ekuacionin e drejtëzës d, që kalon nga pika M_0 dhe ka drejtim të njëjtë me vektorin $\overrightarrow{OP}$. (Ky vektor quhet *vektor drejtues* i drejtëzës.)

Le të jetë M(x; y) një pikë çfarëdo e planit. Gjejmë koordinatat e vektorit $\overrightarrow{M_0M} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}$. Pika M ndodhet në drejtëz, atëherë dhe vetëm atëherë kur vektorët $\overrightarrow{OP}$ dhe $\overrightarrow{M_0M}$ janë kolinearë. Dallojmë tri raste:

1) α dhe β janë numra të ndryshëm nga 0. Në këtë rast, kushti që vektorët $\overrightarrow{OP}$ dhe $\overrightarrow{M_0M}$ të jenë kolinearë (d.m.th. që pika M të ndodhet në drejtëzën d) shkruhet kështu:

$\frac{x-x_0}{\alpha} = \frac{y-y_0}{\beta}$ (1). Në këtë rast, ekuacioni i drejtëzës d ka trajtën (1).

2) $\alpha = 0$ (vektori $\overrightarrow{OP}$ shtrihet në boshtin Oy). Në këtë rast, kushti që $\overrightarrow{OP}$ dhe $\overrightarrow{M_0M}$ të jenë kolinearë (d.m.th. që pika M të ndodhet në drejtëzën d) shkruhet kështu:

$x - x_0 = 0$ (2). Në këtë rast, ekuacioni i drejtëzës d ka trajtën (2).

3) $\beta = 0$ (vektori $\overrightarrow{OP}$ shtrihet në boshtin Ox). Në këtë rast, kushti që $\overrightarrow{OP}$ dhe $\overrightarrow{M_0M}$ të jenë kolinearë (d.m.th. që pika M të ndodhet në drejtëzën d) shkruhet kështu:
 $y - y_0 = 0$ (3). Në këtë rast, ekuacioni i drejtëzës d ka trajtën (3).

Vërejtje

Në secilin nga rastet e mësipërme, ekuacioni i drejtëzës d është një ekuacion i fuqisë së parë me dy ndryshore. Arsyetimet që bëme më lart vlejnë për çdo drejtëz, sepse për çdo drejtëz mund të gjejmë një pikë dhe një vektor që ka të njëjtin drejtim me të. Prandaj, arrijmë në këtë përfundim:

Ekuacioni i çdo drejtëze në planin koordinativ xOy është ekuacion i fuqisë së parë me dy ndryshore $ax + by + c = 0$, ku a, b, c janë numra realë dhe a, b jo njëherësh zero.

Shembulli 2

Drejtëza që kalon nga pika $A(2, 3)$:

- a) në rast se ka si vektor drejtues $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$, e ka ekuacionin $\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{5}$
 b) në rast se është paralele me Oy , e ka ekuacionin $x - 2 = 0$.
 c) në rast se është paralele me Ox , e ka ekuacionin $y - 3 = 0$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimmdhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë 1

Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika $T(4; -1)$ dhe:

- a) është paralele me boshtin Ox ;
 b) është paralele me boshtin Oy ;
 c) ka vektor drejtues $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës së nxënësve në çifte.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Në vijën me ekuacion $x^2 - y^2 = 24$, gjeni pikën C , duke ditur se: a) abshisa e saj është 5; b) ordinata e saj është -5 .
- A kanë pika të përbashkëta vijat me ekuacione: a) $y = x$; $y - x^2 - 1 = 0$ b) $x^2 + y^2 = 1$; $x - 3 = 0$?
- Jepen pika $B(2; -3)$ dhe vektori $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
 a) Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika B me vektor drejtues vektorin $\vec{v}$.
 b) A ndodhen në këtë drejtëz pikat $A(0; 3)$; $C(-2; -4)$?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimmdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE**Mësimdhënësi/ja:** _____ **Data:** _____**ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE****Fusha kurrikulare:** MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12**Tema (nga plani dymujor):****PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV****Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):**

- Dallon format e ndryshme të ekuacionit të drejtëzës në rrafsh.
- Shndërron ekuacionin e drejtëzës në rrafsh nga një trajtë në një trajtë tjetër.
- Paraqet grafikisht ekuacionin e drejtëzës të dhënë në cilëndo formë të tij.
- Arsyeton në mënyrë analitike dhe interpreton në trajtë gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Përcakton pozitën në mes të drejtëzës dhe boshteve të sistemit koordinativ.
- Arsyeton në mënyrë analitike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS:IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës:** Zhvillim**Njësia mësimore:** EKUACIONI I PËRGJITHSHËM I DREJTËZËS Nr.: 5**Fjalët kyçe:** vijë/grafik, funksion, ekuacion, drejtëz, rrafsh, pika, ndryshore**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- Ndërton grafikun e funksionit të dhënë dhe përcakton formën e tij.
- Dallon format e ekuacionit të drejtëzës në rrafsh.
- Konstrukton grafikun e funksioneve të dhëna.

Kriteret e suksesit:

- Ndërton grafikun nëse është dhënë funksioni $y = 2x - 4$ dhe përcakton çfarë forme ka.
- Për ekuacionet: $3x - y = 6$; $3x - 3 = 0$, $2y + 8 = 0$ konstrukton grafikun e tyre.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fletat punuese**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Ekonomi
(Normat e interesit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Di/Dua të di/Mësova****R Rishikim në grupim****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj duke i shkëmbyer me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e tyre.

Detyrë 1

a) Ndërttoni grafikun e funksionit $y = 2x - 4$. Çfarë lloj vije është ai?

b) Çfarë lloj vije është grafiku i funksionit $y = ax + b$? Dalloni raste të veçanta të vijës.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Në mësimin e mëparshëm, mësuam se ekuacioni i çdo drejtëze në planin koordinativ xOy është ekuacion i fuqisë së parë me dy ndryshore x, y .

Le të shqyrtojmë tani problemin e anasjellë.

Është dhënë ekuacioni i fuqisë së parë me dy ndryshore (1) $ax + by + c = 0$, ku a, b, c janë numra realë dhe a, b jo njëherësh 0.

Le të jetë $(x_0; y_0)$ një dyshe e radhitur numrash, që është zgjidhje e ekuacionit (1). Pra, ka vend barazimi numerik (2) $ax_0 + by_0 + c = 0$. Duke zbritur anë për anë nga barazimi 1 barazimin 2, marrim ekuacionin (3) $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$, të njëvlershëm me ekuacionin (1). Më tej, dallojmë tri raste:

1) Nëse a dhe b janë të ndryshme nga zero, ekuacioni (3) mund të shkruhet $\frac{x-x_0}{-b} = \frac{y-y_0}{a}$ (4). Po të shqyrtojmë drejtëzën, që kalon

nëpër pikën $M_0(x_0, y_0)$ dhe ka vektor drejtues $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$, ekuacioni i kësaj drejtëze del pikërisht ekuacioni (4).

Pra, në këtë rast, ekuacioni (3) dhe rrjedhimisht edhe ekuacioni (1) $ax + by + c = 0$, që është i njëvlershëm me të, paraqet një drejtëz dhe pikërisht drejtëzën me vektor drejtues $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.

2) Nëse $a = 0$ (por $b \neq 0$), ekuacioni (3) merr pamjen $b(y - y_0) = 0$, d.m.th. (5) $(y - y_0) = 0$. Po të shikojmë drejtëzën paralele me boshin Ox dhe që kalon nëpër pikën $M_0(x_0; y_0)$, ekuacioni i saj është pikërisht ekuacioni (5) $(y - y_0) = 0$.

Pra, në këtë rast, ekuacioni (3), dhe rrjedhimisht edhe ekuacioni i njëvlershëm me të (1) $ax + by + c = 0$, paraqet një drejtëz dhe pikërisht drejtëzën paralele me boshtin Ox dhe që kalon nëpër pikën $M_0(x_0; y_0)$.

3). Nëse $b = 0$ (por $a \neq 0$), ekuacioni (3) merr pamjen $a(x - x_0) = 0$, d.m.th. (6) $(x - x_0) = 0$. Po të shikojmë drejtëzën paralele me boshin Oy dhe që kalon nëpër pikën $M_0(x_0; y_0)$, ekuacioni i saj është pikërisht ekuacioni (6) $(x - x_0) = 0$.

Pra, në këtë rast, ekuacioni (3), dhe rrjedhimisht edhe ekuacioni i njëvlershëm me të (1) $ax + by + c = 0$, paraqet një drejtëz dhe pikërisht drejtëzën paralele me boshtin Oy dhe që kalon nëpër pikën $M_0(x_0; y_0)$.

Shqyrtimi që kryem, i të gjitha rasteve të mundshme, na lejon të nxjerrim këtë përfundim të përgjithshëm:

Çdo ekuacion i fuqisë së parë me dy ndryshore x, y në planin xOy paraqet një drejtëz.

Shembulli 1

- a) Ekuacioni $2x + 3y = 0$ paraqet drejtëzën me vektor drejtues $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Kjo drejtëz kalon nga origjina, sepse koordinatat e saj e vërtetojnë këtë ekuacion.
- b) Ekuacioni $2y - 6 = 0$ paraqet një drejtëz paralele me boshtin Ox. Kjo drejtëz kalon nga pika M(0; 3), sepse koordinatat e kësaj pike e vërtetojnë ekuacionin.
- c) Ekuacioni $5x + 10 = 0$ paraqet një drejtëz paralele me boshtin Oy dhe që kalon nga pika N(-2; 0) (pse?).

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë 1

Ndërtoni vijën me ekuacion: a) $3x - y = 6$; b) $3x - 3 = 0$; c) $2y + 8 = 0$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Është dhënë ekuacioni $2x - y + 6 = 0$.

- a) Ç'vijë paraqet ky ekuacion? b) Ndërtoni këtë vijë.

2. Gjeni pikën e prerjes së drejtëzave me ekuacione: a) $8x - 3y - 1 = 0$; $4x + y - 13 = 0$; b) $5x - 2y + 20 = 0$; $x - 2 = 0$.

3. Gjeni pikën ku drejtëza $x + 5y - 10 = 0$ pret: a) boshtin Ox; b) boshtin Oy.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMOREFusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Arsyeton në mënyrë analitike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës: Zhvillim****Njësia mësimore: KOEFICIENTI KËNDOR. EKUACIONI I DREJTËZËS QË KALON NËPËR DY PIKA Nr.: 6****Fjalët kyçe:** koeficient këndor, kënd, tangjent, ekuacion, drejtëz, pika, vektor drejtues**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- Dallon ekuacionin e drejtëzës nëpër një pikë.
- Llogarit tangjentin dhe koeficientin këndor të drejtëzës.
- Përcakton ekuacionin e drejtëzës nëpër dy pika.
- Arsyeton ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikat e dhëna dhe formon këndin me boshtin koordinativ Ox.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit tangjentin e këndit që formon me boshtin Ox (me vektorin $\vec{l}$) vektori $\vec{v} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$
- Cakton vektorin drejtues dhe ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikat A(2; 3) dhe B(4; 5).
- Cakton koeficientin këndor të drejtëzës që kalon nëpër pikën A(3; 4) dhe formon me boshtin Ox këndin $\phi = 60^\circ$.
- Në drejtëzën $2x - 3y + 5 = 0$ përcakton koeficientin këndor të saj.
- Përcakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pikat A(2; 1) dhe B(6; 7).
- Arsyeton ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika R(2; -3) dhe formon me boshtin Ox këndin 45° .

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Statistikë
(Të dhënat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Leksion i përparuarR Mendo/puno në dyshe/thuaia grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Detyrë

1. Gjeni tangjentin e këndit që formon me boshtin Ox (me vektorin $\vec{l}$) vektori $\vec{v} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.
2. Jepen pikat A(2; 3) dhe B(4; 5). Tregoni një vektor drejtues për drejtëzën AB dhe shkruani ekuacionin e saj.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësuesi udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

I. Ju keni parë se drejtëza që kalon nëpër pikën $M_0(x_0, y_0)$ dhe ka vektor drejtues $\vec{v} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ e ka ekuacionin të trajtës

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0.$$

Nëse $b \neq 0$ (pra drejtëza nuk është paralele me boshtin Oy), ekuacioni i saj mund të shkruhet ndryshe kështu:

$$b(y - y_0) = -a(x - x_0), \text{ d.m.th. } y - y_0 = -\frac{a}{b}(x - x_0) \quad (7).$$

Në këtë trajtë të ekuacionit të drejtëzës, numrin $-\frac{a}{b}$ e quajmë *koeficient këndor* të drejtëzës dhe e shënojmë me k .

Koeficienti këndor është sa tangjenti i këndit ϕ që vektori drejtues i drejtëzës formon me vektorin njësi $\vec{l}$ të boshtit Ox. Ky quhet këndi që drejtëza formon me boshtin Ox.

Arritëm në këtë përfundim:

Nëse drejtëza kalon nëpër pikën $M_0(x_0; y_0)$ dhe formon me boshtin Ox këndin ϕ të tillë që $\operatorname{tg} \phi = -\frac{a}{b} = k$, atëherë ekuacioni i saj e ka trajtën $y - y_0 = k(x - x_0)$. Ky ekuacion sillet në trajtën $y = kx + t$, ku k dhe t janë numra realë. Ekuacioni $y = kx + t$ paraqet trajtën e thjeshtë të ekuacionit të drejtëzës dhe t është ordinata, ku drejtëza pret boshtin Oy.

Shembulli 1

Drejtëza që kalon nëpër pikën A(3; 4) dhe formon me boshtin Ox. Për drejtëzën me ekuacion $2x - 3y + 5 = 0$, koeficientin këndor këndin $\phi = 60^\circ$ e ka koeficientin këndor $k = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$ dhe gjejmë duke veçuar në anën e majtë ndryshoren y .

$$\text{ekuacionin të trajtës } y - 5 = \sqrt{3}(x - 3). \text{ Kemi } 3y = 2x + 5, \text{ d.m.th. } y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}.$$

Koeficienti këndor i kësaj drejtëze është $\frac{2}{3}$.

II. Janë dhënë pikat A($x_1; y_1$) dhe B($x_2; y_2$). Kërkohet ekuacioni i drejtëzës AB.

Si vektor drejtues i drejtëzës, mund të merret vektori $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix}$. Si pikë në drejtëz mund të merret pika A($x_1; y_1$).

Ekuacioni i drejtëzës me vektor drejtues $\overrightarrow{AB}$ e që kalon nga pika A(x_1, y_1) është:

$$(y_2 - y_1)(x - x_1) - (x_2 - x_1)(y - y_1) = 0 \quad (8) \quad [\text{ku rolin e } a \text{ e luan } (y_2 - y_1), \text{ rolin e } b \text{ e luan } (x_2 - x_1)].$$

Ky ekuacion mund të sillet në trajtë më të lehtë për t'u mbajtur mend në secilin nga tri rastet e mundshme që radhiten më poshtë.

- a) Nëse $(y_2 - y_1) \neq 0$ dhe $(x_2 - x_1) \neq 0$, ekuacioni i drejtëzës (8) shkruhet $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$.
- b) Nëse $(y_2 - y_1) = 0$, ekuacioni (8) shkruhet $(y - y_1) = 0$.
- c) Nëse $(x_2 - x_1) = 0$, ekuacioni (8) shkruhet $(x - x_1) = 0$.

Shembulli 2

- a) Ekuacioni i drejtëzës që kalon nëpër pikat A(2; 3) dhe B(4; 5) është $\frac{x-2}{4-2} = \frac{y-3}{5-3}$, d.m.th. $x - 2 = y - 3$, pra $x - y + 1 = 0$.
- b) Ekuacioni i drejtëzës që kalon nëpër pikat M(2; 4) dhe N(5; 4) është $y - 4 = 0$.
- c) Ekuacioni i drejtëzës që kalon nëpër pikat E(3; -1) dhe F(3; 6) është $x - 3 = 0$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe gjërat e reja që janë mësuar radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënëset u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

Detyrë 1

Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika R(2, -3) dhe formon me boshtin Ox këndin 45° .

Detyrë 2

Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pikat A(2, 1) dhe B(6, 7).

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësuesi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësuesi vazhdimisht i motivon ata të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika e prerjes së drejtëzave $x + y - 6 = 0$; $2x - y - 3 = 0$ dhe që formon me boshtin Ox këndin 45° .

2. Sa është këndi që formon me boshtin Ox drejtëza që kalon nëpër pikat:

- a) A(2; -5) dhe B(0; -3); b) A(1; 4) dhe B(3; 5); c) A(0; 2) dhe B(-2; 4).

3. Rrezja e dritës, duke ecur sipas drejtëzës $2x - 3y - 12 = 0$, arrin boshtin Ox dhe aty pasqyrohet. Gjeni pikën e takimit të rrezes me boshtin dhe ekuacionin e rrezes së pasqyruar.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit të rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN
KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitive të dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.
- Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: ZBATIME. PIKA E PRERJES SË MESOREVE TË TREKËNDËSHIT Nr.: 7

Fjalët kyçe: trekëndësh, kënde, ekuacioni i drejtëzës, boshtet koordinative, mesoret, segmente, abshisa, ordinata, paralele

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Vërteton nëse është trekëndësh kënddrejtë trekëndëshi me pikat e dhëna.
- Cakton këndet që formojnë drejtëzat me boshtin e abshisave.
- Përcakton pikën ku priten mesoret e trekëndëshit.
- Shkruan ekuacionin e drejtëzës me pikën dhe koeficient këndor të dhënë.
- Cakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër një pikë dhe është paralele me boshtin koordinativ.

Kriteret e suksesit:

- Nëse është dhënë trekëndëshi me kulme $A(1; 0)$, $B(-4; 3\sqrt{3})$ dhe $C(2; \sqrt{3})$, vërteton se ky trekëndësh është kënddrejtë.
- Cakton këndet që drejtëzat CA dhe CB formojnë me boshtin e abshisave.
- Gjen pikën ku priten mesoret e trekëndëshit ABC me kulme në pikat $A(2; 4)$, $B(0; 6)$ dhe $C(8; 2)$.
- Për pikat dhe koeficientet këndore të dhëna $(2; 2)$ dhe $k = 2$; $(3; 1)$ dhe $k = -2$; $(1; 2)$ dhe $k = 0$; $(-1; -1)$ dhe $k = -1$ shkruan ekuacionin e drejtëzës.
- Cakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikat e dhëna dhe është paralele me boshtin e abshisave dhe boshtin e ordinatave.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Arkitekturë
(Projeksionet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre.

Detyrë 1

Jepet trekëndëshi me kulme $A(1; 0)$, $B(-4; 3\sqrt{3})$ dhe $C(2; \sqrt{3})$ (fig. 4.8).

- Të vërtetohet se ABC është trekëndësh kënddrejtë.
- Të gjenden këndet që drejtëzat CA dhe CB formojnë me boshtin e abshisave.

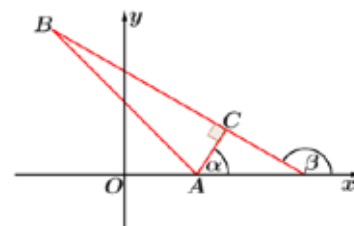


Fig. 4.8

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës, duke ditur pikat e prerjes së saj me boshtet e koordinatave $A(a; 0)$ dhe $B(0; b)$ (fig. 4.9).

Zgjidhje

Kemi $A(a; 0)$ dhe $B(0; b)$. Ekuacioni i drejtëzës AB është:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Rightarrow \frac{x - a}{0 - a} = \frac{y - 0}{b - 0} \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Barazimi i fundit quhet **ekuacioni i drejtëzës në segmente**.

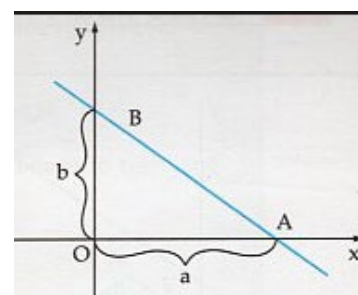


Fig. 4.9

Shembulli 2

Gjeni pikën ku priten mesoret e trekëndëshit ABC , ku $A(2; 4)$, $B(0; 6)$ dhe $C(8; 2)$.

Zgjidhje

Dimë se mesoret e trekëndëshit priten të tria në një pikë. Për ta gjetur atë, mjafton të gjejmë pikën ku priten dy prej tyre.

Gjejmë ekuacionin e mesores AM, si drejtëz që kalon nga kulmi A dhe nga mesi M i brinjës BC (fig. 4.10). Koordinatat e pikës M janë $M(4; 4)$ (Kontrolloni!). Ekuacioni i drejtëzës AM, që kalon nëpër dy pika të njohura, është $y = 4$ (Kontrolloni!).

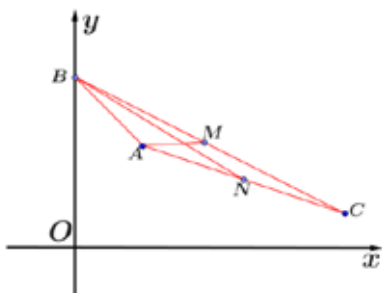


Fig. 4.10

Gjejmë tani ekuacionin e mesores BN, që kalon nga kulmi B dhe nga mesi N i brinjës AC. Koordinatat e pikës N janë: $x = \frac{2+8}{2} = 5; y = \frac{4+2}{2} = 3$. Pra, $N(5; 3)$. Ekuacioni i mesores BN, që kalon nëpër dy pika të njohura është $\frac{x-0}{5-0} = \frac{y-6}{3-6} \Rightarrow -3x = 5(y-6)$, d.m.th. $3x + 5y - 30 = 0$.

Koordinatat e pikës G të prerjes së mesoreve të trekëndëshit ABC i gjejmë duke zgjidhur sistemin $\begin{cases} y = 4 \\ 3x + 5y - 30 = 0 \end{cases}$

Marrim $G(\frac{10}{3}; 4)$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës që kalon nga pika e dhënë dhe ka koeficient këndor të dhënë:

a) $(2; 2)$ dhe $k = 2$; b) $(3; 1)$ dhe $k = -2$; c) $(1; 2)$ dhe $k = 0$; d) $(-1; -1)$ dhe $k = -1$.

Detyrë 2

Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës:

- a) paralele me boshtin e abshisave dhe që kalon nga pika $(-2; -1)$;
b) paralele me boshtin e ordinatave dhe që kalon nga pika $(2; -3)$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj atyre u kërkohet të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimsdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësimsdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimsdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Të gjenden pikat e prerjes së drejtëzës $3x - 2y + 6 = 0$ me
- Në fig. 4.11 të gjenden ekuacionet e drejtëzave d_1 ; d_2 dhe d_3 .

boshtet koordinative.

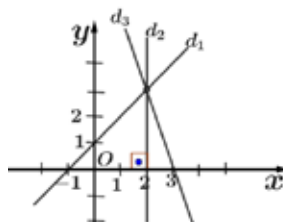


Fig. 4.11

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimsdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Arsyeton në mënyrë analitike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.
- Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS:IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: UshtrimeNjësia mësimore: KUSHTET E PARALELIZMIT DHE PINGULTISË SË DY DREJTËZAVE Nr.: 8

Fjalët kyçe: paralele, pingule, drejtëza, vektorë drejtues, ekuacion, koordinata, brinjë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Cakton vektorët drejtues të drejtëzave të dhëna.
- Arsyeton pozitën e drejtëzave të dhëna.
- Shkruan ekuacionet e brinjëve të paralelogramit.
- Cakton koordinatat e pikës së caktuar në paralelogram.
- Vërteton pozitën e drejtëzave.

Kriteret e suksesit:

- Nëse janë dhënë drejtëzat $2x - 3y = 0$ dhe $2x - 3y + 4 = 0$, cakton vektorët drejtues të tyre.
- Arsyeton nëse janë paralele apo pingule drejtëzat $2x - 3y = 0$ dhe $2x - 3y + 4 = 0$.
- Shkruan ekuacionin e brinjëve të paralelogramit ABCD të dhëna me kulme A(2, -1); B(4, 3) dhe D(-2, 5).
- Cakton koordinatën e pikës C në paralelogramin e dhënë ABCD.
- Vërteton se drejtëzat $5x - y + 1 = 0$ dhe $10x - 2y + 3 = 0$; $3x - 4y + 6 = 0$ dhe $4x + 3y - 1 = 0$ a janë paralele apo pingule.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, materiale ndihmëse për nxënësit (fleta punuese), vizore

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ndërtimtari
(Objektet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Detyrë 1

Jepen drejtëzat $2x - 3y = 0$ dhe $2x - 3y + 4 = 0$.

- Gjeni vektorët drejtues të tyre.
- A janë paralele apo pingule këto drejtëza?

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë informacionet e reja që kanë marrë gjatë leximit.

Vektori $\vec{OP} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, i cili është paralel me drejtëzën $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$ quhet **vektor drejtues** i drejtëzës.

Ekuacioni më i thjeshtë i drejtëzës $y = kx + t$ mund të shkruhet edhe ndryshe.

$$y = kx + t \Rightarrow \frac{x-t}{1} = \frac{y-t}{k}.$$

Ky ekuacion paraqet drejtëzën që kalon nga pika $(0; t)$

dhe ka për vektor drejtues vektorin $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$.

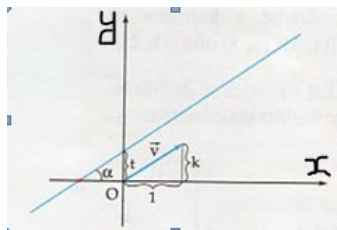


Fig. 4.12a

Kur drejtëza është paralele me boshtin Ox, vektori drejtues i saj Kur drejtëza është paralele me boshtin Oy, shtrihet në boshtin Oy. vektori drejtues i saj shtrihet në boshtin Ox.

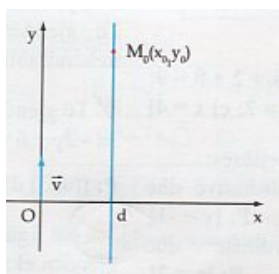


Fig. 4.12b

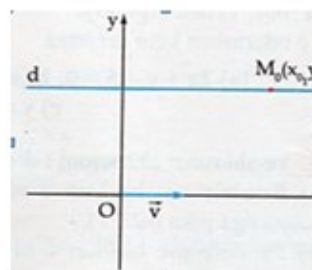


Fig. 4.12c

1. Jepen dy drejtëza me ekuacione të përgjithshme $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ dhe $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, me koeficiente pranë ndryshoreve, të ndryshme nga 0.

Vektorët drejtues të tyre janë përkatësisht $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -b_1 \\ a_1 \end{pmatrix}$; $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -b_2 \\ a_2 \end{pmatrix}$.

a) Drejtëzat kanë të njëjtin drejtim (janë paralele ose përpunten), atëherë dhe vetëm atëherë kur vektorët drejtues të tyre janë kolinearë d.m.th. kur $\frac{-b_1}{-b_2} = \frac{a_1}{a_2}$. Kështu, që këto dy drejtëza të kenë të njëjtin drejtim, duhet e mjafton që $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$.

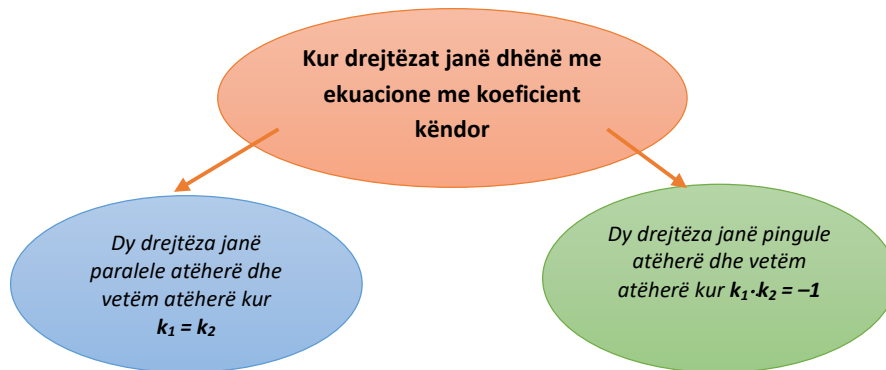
b) Drejtëzat janë pingule atëherë dhe vetëm atëherë kur vektorët drejtues të tyre janë pingulë, d.m.th. kur $(-b_1) \cdot (-b_2) + a_1 \cdot a_2 = 0$, d.m.th. kur $a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0$.

2. Jepen drejtëzat $d_1: y = k_1x + t_1$ dhe $d_2: y = k_2x + t_2$. Vektorët drejtues të tyre janë përkatësisht $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ k_1 \end{pmatrix}$ dhe $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ k_2 \end{pmatrix}$. Kemi:

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \vec{v}_1 \parallel \vec{v}_2 \Leftrightarrow \frac{1}{1} = \frac{k_1}{k_2} \Leftrightarrow k_1 = k_2.$$

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{v}_1 \perp \vec{v}_2 \Leftrightarrow \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 1 + k_1 \cdot k_2 = 0 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1 \Leftrightarrow k_2 = -\frac{1}{k_1}.$$

Si përfundim:



Shembulli 1

Në fig. 4.13, ABCD është paralelogram. Jepen tri kulme të tij: A(2, -1); B(4, 3) dhe D(-2, 5).

a) Të shkruhen ekuacionet e brinjëve të tij.

b) Të gjenden koordinatat e kulmit C.

Zgjidhje

Kemi:

a) Ekuacioni i brinjës AB është:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Rightarrow \frac{x - 2}{4 - 2} = \frac{y + 1}{3 + 1} \Rightarrow AB: 2x - y - 5 = 0$$

Në mënyrë analoge, gjejmë ekuacionin e brinjës AD. Kemi: $AD: 3x + 2y - 4 = 0$

Gjejmë koordinatat e vektorit $\vec{AB}$. Kemi: $\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 2 \\ 3 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, ky vektor shërben si vektor drejtues për DC.

Atëherë, kemi: $\frac{x+2}{2} = \frac{y-5}{4} \Rightarrow DC: 2x - y + 9 = 0$.

Në mënyrë analoge, gjendet ekuacioni i brinjës BC. Kemi: $BC: 3x + 2y - 18 = 0$.

b) Koordinatat e kulmit C gjenden si pikëprerje e brinjëve DC dhe BC. Kemi:

$$C: \begin{cases} 2x - y + 9 = 0 \\ 3x + 2y - 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 9 \end{cases} \Rightarrow C(0; 9).$$

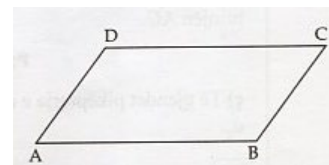


Fig. 4.13

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë 1

A janë paralele apo pingule drejtëzat:

a) $5x - y + 1 = 0$ dhe $10x - 2y + 3 = 0$; b) $3x - 4y + 6 = 0$ dhe $4x + 3y - 1 = 0$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepet trekëndëshi me kulme $A(0; 3)$, $B(2; -1)$ dhe $C(-4; 1)$.

a) Të shkruhen ekuacionet e brinjëve të tij.

b) Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës d_1 , e cila kalon nga kulmi A dhe është paralele me brinjën BC.

c) Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës d_2 , e cila kalon nga pika B dhe është paralele me brinjën AC.

d) Të gjendet pikëprerja e drejtëzave d_1 dhe d_2 .

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Arsyeton në mënyrë analitike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.
- Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: EKUACIONI I DREJTËZËS QË KALON NGA NJË PIKË E DHËNË PARALEL OSE PINGUL ME NJË DREJTËZ TË DHËNË Nr.: 2

Fjalët kyçe: ekuacion, drejtëz, paralele, pingule, koeficient këndor, ortoqendra e trekëndëshit**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- Cakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër një pikë dhe është paralele apo pingule me drejtëzën e dhënë.
- Gjen ortoqendrën e trekëndëshit të dhënë me kulmet e tij.
- Përcakton ekuacionet e drejtëzave që kalojnë nëpër një pikë dhe janë paralele apo pingule me drejtëzat e dhëna.

Kriteret e suksesit:

- Cakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikën $A(3, 4)$ dhe është paralele me drejtëzën $x + 2y - 5 = 0$.
- Cakton ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikën $A(3, 4)$ dhe është pingule me drejtëzën $4x - 3y + 10 = 0$.
- Në trekëndëshin ABC me kulme $A(1; 3)$, $B(2; 4)$ dhe $C(3; 6)$ gjej ortoqendrën e atij trekëndëshi.
- Shkruaj ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika $A(1; 3)$ dhe që është paralele me drejtëzën $y = 2x - 1$.
- Shkruaj ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika me koordinata $(3; 2)$ dhe që është pingule me drejtëzën $y = 3x - 1$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Fizikë
(Vektorët)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale, duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Detyrë 1

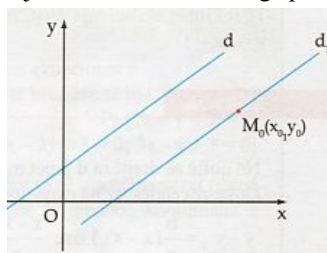
Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika A(3, 4) dhe është:

- a) paralele me drejtëzën $x + 2y - 5 = 0$.
b) pingule me drejtëzën $4x - 3y + 10 = 0$.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë informacionet e reja që kanë marrë gjatë leximit.

I. Në fig. 4.15 është dhënë drejtëza me ekuacion $y = kx + t$ dhe pika $M_0(x_0, y_0)$, e cila nuk ndodhet në të. Kërkohet ekuacioni i drejtëzës d_1 , e cila kalon nga pika M_0 dhe është paralele me drejtëzën d .



Drejtëzat d dhe d_1 janë paralele. Që këtë rrjedh se koeficienti këndor i drejtëzës d_1 është k . Ekuacioni i saj është: $y - y_0 = k(x - x_0)$.

Shënim.

Në qoftë se drejtëza d jepet me ekuacionin $ax + by + c = 0$, kemi $k = -\frac{a}{b}$.

Duke zëvendësuar në formulën e mësipërme, kemi:

$$y - y_0 = -\frac{a}{b}(x - x_0) \text{ ose } a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

Fig. 4.15

Raste të veçanta

- 1) Në qoftë se drejtëza d ka ekuacion $x = m$, atëherë drejtëza d_1 ka ekuacion $x = x_0$.
- 2) Në qoftë se drejtëza d ka ekuacion $y = n$, atëherë drejtëza d_1 ka ekuacion $y = y_0$.

II. Në fig. 4.16 është dhënë drejtëza d me ekuacion $y = kx + t$ dhe pika $M_0(x_0, y_0)$, e cila nuk ndodhet në të. Kërkohet ekuacioni i drejtëzës d_1 , e cila kalon nga pika M_0 dhe është pingule me drejtëzën d .

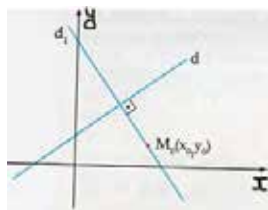


Fig. 4.16

Meqë drejtëza d_1 është pingule me drejtëzën d , koeficienti këndor i saj është $-\frac{1}{k}$.

Atëherë, ekuacioni i drejtëzës d_1 është: $y - y_0 = -\frac{1}{k}(x - x_0)$ (1).

Shënim.

Në qoftë se drejtëza d jepet me ekuacionin $ax + by + c = 0$, kemi $k = -\frac{a}{b}$.

Duke zëvendësuar në ekuacionin (1), kemi: $y - y_0 = \frac{b}{a}(x - x_0)$ ose $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$.

Raste të veçanta:

- 1) Në qoftë se drejtëza d ka ekuacion $x = m$, atëherë drejtëza d_1 ka ekuacion $y = y_0$.
- 2) Në qoftë se drejtëza d ka ekuacion $y = n$, atëherë drejtëza d_1 ka ekuacion $x = x_0$.

Shembulli 1

Gjeni ortoqendrën e trekëndëshit ABC, ku $A(1; 3)$, $B(2; 4)$ dhe $C(3; 6)$.

Zgjidhje

Ortoqendra e trekëndëshit është pika ku priten të tria lartësitë e tij. Mjafton të gjejmë ekuacionet e dy lartësive dhe pikën e prerjes së tyre.

Për të gjetur ekuacion e lartësisë AH (fig. 4.17), që del nga kulmi A pingule me BC, gjejmë fillimisht koeficientin këndor të BC.

Shkruajmë:

$$k_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{3 - 2} = 2. \text{ Koeficienti këndor i AH është } k_{AH} = -\frac{1}{2} \text{ dhe ekuacioni i AH është:}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 1) \Rightarrow 2y - 6 = -(x - 1) \Rightarrow x + 2y - 7 = 0$$

Për të gjetur ekuacion e lartësisë CP, që del nga kulmi C pingule me AB, gjejmë fillimisht koeficientin këndor të AB. Shkruajmë:

$$k_{AB} = \frac{4 - 3}{2 - 1} = 1. \text{ Koeficienti këndor i CP është } k_{CP} = -1 \text{ dhe ekuacioni i CP është:}$$

$$y - 6 = -1(x - 3) \Rightarrow x + y - 9 = 0.$$

Koordinatat e ortoqendrës i gjejmë duke zgjidhur sistemin e formuar nga ekuacionet e

$$\text{AH dhe CP: } \begin{cases} x + 2y - 7 = 0 \\ x + y - 9 = 0 \end{cases}. \text{ Ato janë } (11; -2).$$



Fig. 4.17

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimmhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Detyrë 1

Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës që kalon nga pika $A(1; 3)$ dhe është paralele me drejtëzën $y = 2x - 1$.

Detyrë 2

Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës që kalon nga pika $(3; 2)$ dhe është pingule me drejtëzën $y = 3x - 1$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepet drejtëza me ekuacion $5x - y + 1 = 0$. Të gjenden:

- a) pikat e prerjes së saj me boshtet e koordinatave;
- b) ekuacionet e pinguleve ndaj kësaj drejtëze në këto pika.

2. Për ç'vlerë të m , drejtëzat $3x - 4y + 15 = 0$, $5x + 2y - 1 = 0$ dhe $mx - y = 0$ priten në një pikë?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimmhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN
KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.
- Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS:IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE-
1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: ZBATIME. EKUACIONI I PËRMESORES SË SEGMENTIT Nr.: 10

Fjalët kyçe: mesi i segmentit, ekuacioni i drejtëzës, pika, pingule, koordinata, përgjysmore, pika simetrike, origjina, qendra, rrethi i jashtëshkruar

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Për segmentin e dhënë, gjen mesin e tij.
- Arsyeton se çfarë paraqet ekuacioni i drejtëzës që është pingule me një drejtëz dhe kalon nëpër pikën e mesit.
- Shkruan ekuacionin e përmesores së segmentit.
- Për pikat e dhëna, cakton qendrën e rrethit të jashtëshkruar të trekëndëshit të caktuar.
- Gjen simetrikën e origjinës së koordinatave kundrejt drejtëzës $x + y - 4 = 0$.

Kriteret e suksesit:

- Nëse janë dhënë pikat A(2; 5), B(4; 7), cakton mesin e segmentit që formojnë ato pika.
- Për ekuacionin e drejtëzës që është pingule me drejtëzën AB dhe që kalon nëpër mesin e segmentit të caktuar, arsyeton se çfarë paraqet ai ekuacion.
- Cakton ekuacionin e përmesores d të segmentit AB me kulme A(-1; 4) dhe B(3; 2).
- Në trekëndëshin ABC, me kulme A(1; 1), B(3; 3) dhe C(4; 0), cakton qendrën e rrethit të jashtëshkruar trekëndëshit ABC.
- Gjej simetrikën e origjinës së koordinatave kundrejt drejtëzës $x + y - 4 = 0$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Edukatë fizike
(Fusha e basketbollit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Ditari dypjesëshR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale, duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Detyrë 1

Jepen pikat A(2; 5) dhe B(4; 7).

a) Gjeni mesin M të segmentit AB.

b) Shkruani ekuacionin e drejtëzës që është pingule me drejtëzën AB dhe kalon nga pika M. Si quhet ajo?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i përmesores d të segmentit AB me kulme A(-1; 4) dhe B(3; 2) (fig. 4.18).

Zgjidhje:

Përmesorja d e segmentit AB kalon nga mesi M i segmentit dhe është pingule me të.

Gjejmë fillimisht koordinatat e pikës M. Kemi:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1 \text{ dhe } y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4+2}{2} = 3 \Rightarrow M(1; 3).$$

Gjejmë ekuacionin e segmentit AB. Kemi:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Rightarrow \frac{x+1}{3+1} = \frac{y-4}{2-4} \Rightarrow AB: x + 2y - 7 = 0$$

$$\text{Ekuacioni i përmesores d të segmentit AB është: } \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} \Rightarrow d: 2x - y + 1 = 0.$$

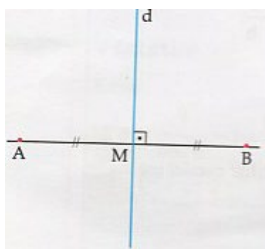
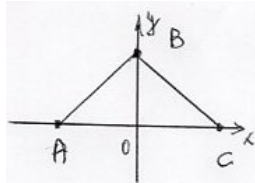


Fig.4.18

Shembulli 2

Gjeni qendrën e rrethit të jashtëshkruar trekëndëshit ABC, ku A(-4; 0) B(0; 4) dhe C(4; 0) (fig. 4.19).



Zgjidhje:

Gjejmë ekuacionet e dy prej përgjysmoreve dhe pikën e prerjes së tyre.

Mesi M i segmentit AB ka koordinata: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1$ dhe $y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+4}{2} = 2 \Rightarrow M(-1, 2)$.

Fig. 4.19

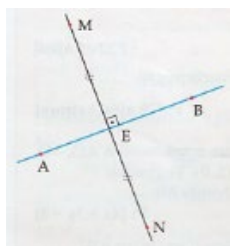
Drejtëza AB ka koeficient këndor $k_{AB} = \frac{4-0}{0-(-2)} = 2$. Koeficienti këndor i përmesores së segmentit AB është -1 . Ekuacioni i kësaj përmesoreje është $y - 2 = -(x + 1)$, d.m.th. $x + y = 1$.

Koeficienti këndor i drejtëzës BC është $k_{BC} = \frac{4-0}{0-2} = -2$. Përmesorja e segmentit BC ka koeficient këndor 1 . Mesin N i segmentit BC ka koordinata: $x_N = \frac{x_C + x_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$ dhe $y_N = \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{0+4}{2} = 2 \Rightarrow N(1, 2)$. Ekuacioni i përmesores së segmentit BC është $y - 2 = (x - 1)$, d.m.th. $y = x + 1$.

Koordinatat e qendrës së rrethit të jashtëshkruar trekëndëshit i gjejmë duke zgjidhur sistemin $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = x + 1 \end{cases} \Rightarrow x = 0; y = 1$. Pra, qendra e rrethit të jashtëshkruar trekëndëshit ABC është $O(0; 1)$.

Shembulli 3

Të gjendet pika simetrike e pikës $M(3; -2)$ në lidhje me drejtëzën që kalon nga pikat $A(1; 3)$ dhe $B(-1; 5)$. (fig. 4.20)



Zgjidhje

Kërkohen koordinatat e pikës N. Meqë pikat M dhe N janë simetrike në lidhje me drejtëzën AB, kemi $MN \perp AB$ dhe $ME = EN$.

Gjejmë fillimisht ekuacionin e drejtëzës AB (ekuacioni i drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna):

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Rightarrow \frac{x - 1}{-1 - 1} = \frac{y - 3}{5 - 3} \Rightarrow AB: x + y - 4 = 0$$

Gjejmë ekuacionin e drejtëzës MN (ekuacioni i drejtëzës që kalon nga një pikë e dhënë pingule me një drejtëz të dhënë): $\frac{x - x_M}{a} = \frac{y - y_M}{b} \Rightarrow \frac{x - 3}{1} = \frac{y + 2}{1} \Rightarrow MN: x - y - 5 = 0$

Gjejmë pikëprerjen E të drejtëzave AB dhe MN. Kemi: $E: \begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{9}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Së fundi, gjejmë koordinatat e pikës N, simetrike të pikës M, duke ditur se pika E është mesi i segmentit MN. Kemi:

$$x_E = \frac{x_M + x_N}{2} \Rightarrow x_N = 2 \cdot x_E - x_M = 2 \cdot \frac{9}{2} - 3 = 6$$

$$y_E = \frac{y_M + y_N}{2} \Rightarrow y_N = 2 \cdot y_E - y_M = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = 1 \text{ nga ku } N(6; 1)$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësuesi i grumbullon detyrat për vlerësim të mëtutjeshëm.

Detyrë 1

Gjeni qendrën e rrethit të jashtëshkruar trekëndëshit ABC, ku $A(1; 1)$, $B(3; 3)$ dhe $C(4; 0)$.

Detyrë 2

Gjeni simetrikën e origjinës së koordinatave kundrejt drejtëzës $x + y - 4 = 0$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepet trekëndëshi me kulme $A(0; 3)$; $B(2; -1)$ dhe $C(-4; 1)$.

a) Të shkruhen ekuacionet e brinjëve të tij.

b) Të shkruhen ekuacionet e përmesoreve të brinjëve të tij.

c) Të vërtetohet se të tria përmesoret priten në një pikë dhe të gjenden koordinatat e kësaj pike.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE**Mësimdhënësi/ja:** _____ **Data:** _____**ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE****Fusha kurrikulare:** MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12**Tema (nga plani dymujor):****PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN
KOORDINATIV****Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):**

- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitive të dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.
- Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

**3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË
MENDUARIT MATEMATIK- 1;**

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës:** Zhvillim**Njësia mësimore:** KËNDI NDËRMJET DY DREJTËZAVE **Nr.: 11****Fjalët kyçe:** drejtëza, vektorë drejtues, kënd, tangjent, kënd i ngushtë, kënd i gjerë**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- Cakton vektorët drejtues dhe këndin ndërmjet drejtëzave.
- Përcakton këndin e ngushtë ndërmjet drejtëzave.
- Përcakton këndin e gjerë ndërmjet drejtëzave.

Kriteret e suksesit:

- Për drejtëzat $x - y + 5 = 0$ dhe $x + y - 1 = 0$, cakton vektorët drejtues dhe këndin ndërmjet atyre drejtëzave
- Cakton këndin e ngushtë ndërmjet drejtëzave $y = \sqrt{3}x - 7$ dhe $y = -\sqrt{3}x + 4$.
- Cakton këndin e gjerë ndërmjet drejtëzave $y = 3x$ dhe $y = -2x + 5$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Aerodinamika
(Lëvizja e aeroplanëve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E** Bashkëbisedim**R** Leksion i përparuar**R** Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit.

Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegon njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Detyrë

Jepen drejtëzat $x - y + 5 = 0$ dhe $x + y - 1 = 0$.

a) Gjeni vektorët drejtues të tyre.

b) Gjeni këndin ndërmjet drejtëzave.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja, gjatë leximit të leksionit.

Jepen drejtëzat d_1 dhe d_2 me ekuacione: $d_1: y = k_1x + t_1$ dhe $d_2: y = k_2x + t_2$ (fig. 4.21). Kërkohet këndi ϕ ndërmjet tyre.

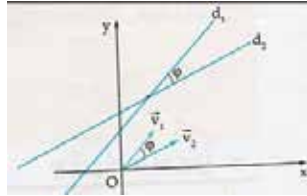


Fig.4.21

Drejtëza d_1 është paralele me vektorin $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ k_1 \end{pmatrix}$ dhe drejtëza d_2 është paralele me vektorin $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ k_2 \end{pmatrix}$. Në këtë mënyrë, këndi ndërmjet drejtëzave d_1 dhe d_2 është i barabartë me këndin ndërmjet vektorëve $\vec{v}_1$ dhe $\vec{v}_2$. Kemi: $\cos \phi = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{|\vec{v}_1| \cdot |\vec{v}_2|}$. Por $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 1 \cdot 1 + k_1 \cdot k_2 = 1 + k_1 \cdot k_2$ dhe $|\vec{v}_1| = \sqrt{1 + k_1^2}$; $|\vec{v}_2| = \sqrt{1 + k_2^2}$, nga ku del që $\cos \phi = \frac{1 + k_1 \cdot k_2}{\sqrt{1 + k_1^2} \cdot \sqrt{1 + k_2^2}}$. Kjo formulë nuk është e përshtatshme për llogaritje.

Vërtetohet që nga formula $\cos \phi = \frac{1 + k_1 \cdot k_2}{\sqrt{1 + k_1^2} \cdot \sqrt{1 + k_2^2}}$ rrjedh formula $\tan \phi = \pm \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$.

Vërtetim

$$\begin{aligned} \text{Kemi: } \tan^2 \phi &= \frac{1}{\cos^2 \phi} - 1 = \frac{(1 + k_1^2)(1 + k_2^2)}{(1 + k_1 \cdot k_2)^2} - 1 = \frac{1 + k_1^2 + k_2^2 + k_1^2 \cdot k_2^2 - (1 + k_1 \cdot k_2)^2}{(1 + k_1 \cdot k_2)^2} = \\ &= \frac{1 + k_1^2 + k_2^2 + k_1^2 \cdot k_2^2 - 1 - 2k_1 \cdot k_2 - k_1^2 \cdot k_2^2}{(1 + k_1 \cdot k_2)^2} = \frac{k_1^2 - 2k_1 \cdot k_2 + k_2^2}{(1 + k_1 \cdot k_2)^2} = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(1 + k_1 \cdot k_2)^2}, \text{ nga ku} \end{aligned}$$

$$\tan \phi = \pm \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$$

Në qoftë se në këtë barazim marrim shenjën (+), atëherë kemi gjetur këndin e ngushtë ndërmjet dy drejtëzave dhe në qoftë se marrim shenjën (-), kemi gjetur këndin e gjerë ndërmjet tyre.

Shembulli 1

Jepen drejtëzat $d_1: y = mx - 3$; $d_2: y = 2x + 3$; $d_3: y = -x - 1$ dhe $d_4: y = 4x + 1$.

Këndi i ngushtë ndërmjet dy drejtëzave të para është i barabartë me këndin e ngushtë ndërmjet dy drejtëzave të tjera. Të gjendet m.

Zgjidhje

Gjejmë këndin e ngushtë α ndërmjet drejtëzave d_3 dhe d_4 . Kemi: $\tan \alpha = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 \cdot k_2} = \frac{-1 - 4}{1 + (-1) \cdot 4} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$

Gjejmë këndin e ngushtë β ndërmjet dy drejtëzave të para. Kemi: $\operatorname{tg} \beta = \frac{m-2}{1+2m}$.

Por $\alpha = \beta \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$ nga ku: $\frac{m-2}{1+2m} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3m - 6 = 5 + 10m \Rightarrow m = -\frac{11}{7}$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre, dhe në fletat shumëngjyrëshe shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë, vendosin fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbliidhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

Të gjendet këndi i ngushtë ndërmjet drejtëzave $y = \sqrt{3}x - 7$ dhe $y = -\sqrt{3}x + 4$.

Detyrë 2

Të gjendet këndi i gjerë ndërmjet drejtëzave $y = 3x$ dhe $y = -2x + 5$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të gjenden këndet e trekëndëshit, në qoftë se ekuacionet e brinjëve të tij janë: $y = -2x + 7$; $y = 3x - 5$ dhe $y = \frac{1}{2}x + 3$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN
KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.
- Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS:IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË
MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: LARGESA E PIKËS NGA DREJTËZA Nr.: 12

Fjalët kyçe: ekuacion, drejtëz, pingule, pikëprerja, largesa, drejtëza paralele

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Shkruan ekuacionin e drejtëzës që kalon nga një pikë e caktuar dhe është pingule me drejtëzën e dhënë.
- Cakton pikën e prerjes së drejtëzës.
- Llogarit largesën e pikës nga drejtëza.
- Përcakton largesën ndërmjet drejtëzave paralele.
- Zbaton formulën për llogaritjen e largesës së pikës nga drejtëza.

Kriteret e suksesit:

- Për drejtëzën $d: x - 2y + 5 = 0$ dhe pikën $A(2; 1)$ shkruaj ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika A dhe është pingule me drejtëzën d.
- Cakton pikën e prerjes së drejtëzës me drejtëzën $d: x - 2y + 5 = 0$.
- Llogarit largesën e pikës $A(2; 1)$ nga drejtëza $d: x - 2y + 5 = 0$.
- Cakton largesën e pikës $(2; 1)$ nga drejtëza $3x - 4y + 8 = 0$ duke zbatuar formulën.
- Llogarit largesën ndërmjet dy drejtëzave paralele $4x - 3y + 15 = 0$ dhe $8x - 6y + 25 = 0$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Gjeografi
(Hartat topografike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë duke i shënuar mendimet e tyre në tabelë, pa i diskutuar dhe pa dhënë komente lidhur me zgjidhjen e detyrës, në mënyrë që të marrim sa më shumë informacione nga ata.

Detyrë

Jepet drejtëza $d: x - 2y + 5 = 0$ dhe pika $A(2; 1)$.

- Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga pika A dhe është pingule me drejtëzën d.
- Gjeni pikën e prerjes së saj me drejtëzën d.
- Sa është largesa e pikës A nga drejtëza d?

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë informacionet e reja që kanë marrë gjatë leximit.

Shembulli 1

Të gjendet largesa e pikës $A(6; 11)$ nga drejtëza d me ekuacion $5x + 12y + 7 = 0$.

Zgjidhje

Largesa e pikës A nga drejtëza d është segmenti AE i pingules së hequr nga pika A në drejtëzën d (fig. 4.22).

Gjejmë fillimisht ekuacionin e drejtëzës AE. Kemi:

$$\frac{x-6}{5} = \frac{y-11}{12} \Rightarrow AE: 12x - 5y - 17 = 0$$

Tani, gjejmë koordinatat e pikës E. Kemi: $\begin{cases} 5x + 12y + 7 = 0 \\ 12x - 5y - 17 = 0 \end{cases} \Rightarrow E(1, -1).$

Së fundmi, gjejmë largesën AE. Kemi:

$$AE = \sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_A - y_E)^2} = \sqrt{(6 - 1)^2 + (11 - (-1))^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

Shënim.

Largesa e pikës $M_0(x_0; y_0)$ nga drejtëza d me ekuacion $ax + by + c = 0$ jepet me formulën

$$l = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \text{ Këtë formulë do ta pranojmë pa vërtetim.}$$

Shembulli 2

Të gjendet largesa ndërmjet drejtëzave paralele $5x + 12y - 6 = 0$ dhe $5x + 12y + 7 = 0$.

Zgjidhje

Largesa ndërmjet dy drejtëzave paralele është ajo e një pike të çfarëdoshme të njërës drejtëz nga drejtëza tjetër ($MN = EF$) (fig. 4.23).

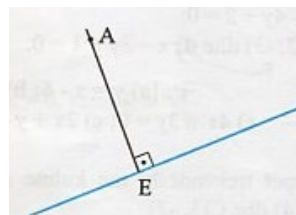
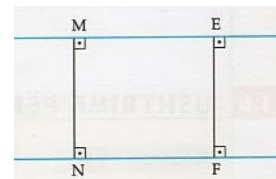


Fig.4.22



Gjejmë një pikë të çfarëdoshme në drejtëzën e parë. Për këtë, marrim $x = 0$, nga ku gjejmë $y = \frac{1}{2} \Rightarrow M(0; \frac{1}{2})$. Gjejmë tani largesën e pikës M nga drejtëza e dytë. Kemi:

$$MN = \left| \frac{5 \cdot 0 + 12 \cdot \frac{1}{2} + 7}{\sqrt{25 + 144}} \right| = \frac{13}{13} = 1 \text{ njësi.}$$

Fig.4.23

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënëseve u kërkohet të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësuesi pyet nëse ka nxënëse që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

Detyrë 1

Duke përdorur formulën, të gjendet largesa e pikës (2; 1) nga drejtëza $3x - 4y + 8 = 0$.

Detyrë 2

Të gjendet largesa ndërmjet drejtëzave paralele $4x - 3y + 15 = 0$ dhe $8x - 6y + 25 = 0$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënëseve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepen ekuacionet e dy brinjëve të njëpasnjëshme të paralelogramit: AB: $x + y - 1 = 0$ dhe BC: $x - y + 4 = 0$, si dhe pika e prerjes së diagonaleve të tij M(3; 3). Të gjenden ekuacionet e dy brinjëve të tjera të paralelogramit.

Udhëzim.

Kulmi B ndodhet në pikëprerjen e brinjëve AB dhe BC.

2. Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës paralele me drejtëzën $y = \frac{4}{3}x$, largesa e së cilës nga pika A(2; 3) është 5 njësi.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN
KOORDINATIV

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton në trajtën gjeometrike pozitën e dy drejtëzave në rrafsh.
- Njehson këndin ndërmjet dy drejtëzave.
- Gjen ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të dhëna në rrafsh.
- Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS: IV.5;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE-
1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: EKUACIONI I PËRGJYSMORES SË KËNDIT Nr.: 13

Fjalët kyçe: ekuacion, drejtëza, pika, priten, koeficient këndor, kënde, përgjysmore, qendra, rrethi i brendashkruar

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Vërteton pikëprerjen e drejtëzave.
- Cakton vlerat e koeficientit këndor ashtu që drejtëzat të formojnë kënde të barabarta.
- Shkruan ekuacionet e përgjysmoreve të këndeve.
- Gjen qendrën e rrethit të brendashkruar të trekëndëshit.

Kriteret e suksesit:

- Për drejtëzat $y = 2x - 3$ dhe $y = 4x + 1$, vërteton se priten në pikën $C(-2; -7)$.
- Cakton vlerat e k në mënyrë që këndet që drejtëza d formon me drejtëzat $y = 2x - 3$, $y = 4x + 1$ të jenë të barabarta.
- Llogarit përgjysmoret e këndeve ndërmjet drejtëzave $y = x$ dhe $y = 3x$.
- Në trekëndëshin me kulme $A(-5; 0)$, $B(0; 12)$ dhe $C(9; 0)$ cakton qendrën e rrethit të brendashkruar.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Aerodinamika
(Lëvizja e aeroplanëve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Bashkëbisedim****R Ditari dypjesësh****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit.

Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Detyrë 1

Jepen drejtëzat $d_1: y = 2x - 3$ dhe $d_2: y = 4x + 1$.

a) Binduni që ato priten në pikën $C(-2; -7)$.

b) Shënojmë me d drejtëzën që kalon nga pika C dhe ka koeficient këndor k .

c) Gjeni vlerat e k në mënyrë që këndet që d formon me d_1 dhe me d_2 të jenë të barabarta.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Shembulli 1

Jepen drejtëzat $y = 2x$ dhe $y = -4x + 6$. Gjeni ekuacionet e përgjysmoreve të këndeve, që formojnë këto drejtëza.

Zgjidhje

a) Gjejmë së pari pikën e prerjes së drejtëzave, duke zgjidhur sistemin e formuar nga ekuacionet e tyre. Gjejmë pikën $M(1; 2)$.

b) Shënojmë me k koeficientin këndor të përgjysmores. Tangjenti i këndit të ngushtë, që përgjysmorja formon me drejtëzën e parë, është $\left| \frac{k-2}{1+2k} \right|$. Tangjenti i këndit të ngushtë, që përgjysmorja formon me drejtëzën e dytë, është $\left| \frac{k+4}{1-4k} \right|$. Këto tangjente janë të barabarta,

prandaj marrim $\left| \frac{k-2}{1+2k} \right| = \left| \frac{k+4}{1-4k} \right|$. Që këtu dalin dy ekuacione të reja:

$$\frac{k-2}{1+2k} = \frac{k+4}{1-4k} \quad (1) \quad \frac{k-2}{1+2k} = -\frac{k+4}{1-4k}$$

Ekuacioni i parë është i njëvlershëm me $-6k^2 = 6$ dhe nuk ka rrënjë reale.

Ekuacioni i dytë është i njëvlershëm me $k^2 - 9k - 1 = 0$ dhe ka dy rrënjë reale k_1 dhe k_2 .

Ekuacionet e përgjysmoreve të kërkuara janë $y - 2 = k_1(x - 2)$; $y - 2 = k_2(x - 2)$.

Shembulli 2

Gjeni ekuacionin e përgjysmores së këndit të brendshëm B në trekëndëshin ABC , ku $A(-5; 0)$, $B(0; 12)$ dhe $C(9; 0)$.

Zgjidhje

Gjejmë në fillim pikën D , ku kjo përgjysmore pret segmentin AC (fig. 4.24), duke përdorur vetinë e përgjysmores së këndit të brendshëm të trekëndëshit.

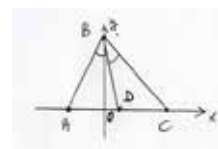
Njehsojmë:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-5 - 0)^2 + (0 - 12)^2} = 13 \text{ dhe}$$

$$BC = \sqrt{(0 - 9)^2 + (12 - 0)^2} = 15.$$

Kështu, pika D ndan vektorin $\overrightarrow{AC}$ në raportin $\frac{13}{15}$. Koordinatat e D i gjejmë sipas formulave:

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + kx_2}{1+k} \\ y = \frac{y_1 + ky_2}{1+k} \end{cases} \text{ dhe marrim } \begin{cases} x = \frac{-5 + \frac{13}{15} \cdot 9}{1 + \frac{13}{15}} \\ y = \frac{0 + \frac{13}{15} \cdot 0}{1 + \frac{13}{15}} \end{cases} \text{ pra } \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases}$$

**Fig.4.24**

Mbetet të shkruajmë ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër dy pika të njohura $D(\frac{3}{2}; 0)$ dhe $B(0; 12)$. Ekuacioni është:

$$\frac{y - 12}{0 - 12} = \frac{x - 0}{\frac{3}{2} - 0} \Rightarrow 3y - 36 = -24x \Rightarrow 24x + 3y - 36 = 0 \Rightarrow 8x + y - 12 = 0$$

Vërejtje

Dimë se tri përgjysmoret e këndeve të brendshme të trekëndëshit priten në një pikë, që është **qendra e rrethit të brendashkruar trekëndëshit**. Për të gjetur koordinatat e kësaj, mjafton të shkruajmë ekuacionet e dy prej përgjysmoreve të brendshme të trekëndëshit dhe të gjejmë pikën e prerjes së tyre.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

Detyrë 1

Shkruani ekuacionet e përgjysmoreve të këndeve që formojnë drejtëzat $y = x$ dhe $y = 3x$.

Detyrë 2

Gjeni qendrën e rrethit të brendashkruar trekëndëshit me kulme $A(-5; 0)$, $B(0; 12)$ dhe $C(9; 0)$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Detyrë

Shkruani ekuacionin e vijës, pikat e së cilës janë të baraslarguara nga drejtëzat $3x + 4y = 0$ dhe $4x - 3y = 2$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

**PIKA DHE DREJTËZA NË PLANIN
KOORDINATIV**

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Zgjidh probleme të thjeshta gjeometrike duke i shndërruar ato në probleme analitike.
-Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultate të temës.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

**I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4; IV. KOMPETENCA PËR JETË, PËR PUNË DHE PËR MJEDIS:IV.5;**

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: VlerësimNjësia mësimore: DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 14

Fjalët kyçe: pika, koordinata, trekëndësh, syprina, ekuacion, largesa, koeficienti këndor, këndi ndërmjet drejtëzave, pikëprerja

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Zgjidh detyra të ndryshme në lidhje me syprinën e trekëndëshit në planin koordinativ.
- Llogarit ekuacionin e drejtëzës nëpër dy pika.
- Zbaton formulat në zgjidhjen e detyrave në lidhje me ekuacionet e drejtëzave, pozitën e tyre dhe largesën e drejtëzës nga pika.

Kriteret e suksesit:

- Zgjidh detyrat e caktuara në fletat punuese.
- Zbaton formulat në zgjidhjen e detyrave të dhëna.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Ndërtimtari
(Matjet e objekteve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT	
E <u>Stuhi mendimesh</u> R <u>Ditari dypjesësh</u> R <u>Ditari dypjesësh</u>	
FAZAT E ORËS	
Evokim/Pjesa hyrëse	
Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.	
Realizim/Pjesa kryesore	
Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.	
Reflektim/Pjesa përfundimtare	
Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.	
VLERËSIMI I NXËNËSVE	
Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.	
DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR	
/	
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore	
Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.	

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon $\varepsilon - \delta$ rrethinën e një numri.
- Përkufizon limitin e funksionit në gjuhën $\varepsilon - \delta$ rrethinë.
- Përkufizon limitet e njëanshme të funksionit dhe paraqet formën gjeometrike të tyre.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2; 5.
PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK-
1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: FUNKSIONE QË KANË LIMIT 0, KUR $x \rightarrow a$ (Funksionet p.m.v.) Nr.: 1Fjalët kyçe: funksion, limit, numër, $\varepsilon - \delta$ rrethinën e një numri, vetitë, p.m.v.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Cakton $\varepsilon - \delta$ rrethinën e funksionit.
- Dallon funksionet pambarimisht të vogla.
- Dallon limitin e funksionit.
- Cakton limitin e funksionit për vlera të caktuara.
- Vërteton limitin e funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Përcakton vlerat e funksionit $f : y = (x - 2)^2$, $x \in R$, duke u bazuar në vlerat e caktuara në tabelë.
- Vërteton se funksioni $y = (x - 2)^2 + 2$ nuk ka limit zeron kur $x \rightarrow 2$.
- Sipas grafikut të funksionit $y = (x - 1)^2 + 1$, shqyrtoni nëse ky funksion ka limit zeron kur $x \rightarrow 1$.
- Nëse është dhënë funksioni $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$, vërtetoni se ai funksion ka limit zeron.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Statistikë

(Paraqitja grafike e të dhënave)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Bashkëbisedim****R Të lexuarit në dyshe****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën, duke dhënë argumentet për mendimet e tyre.

Detyrë

Është dhënë funksioni $f : y = (x - 2)^2$, $x \in R$.

1) Plotësoni tabelat:

a)

x	1,9	1,99	1,999	...
$f(x)$				...

b)

x	2,1	2,01	2,001	...
$f(x)$				

Çfarë vini re? Cilit numri i afrohen vlerat e funksionit, kur vlerat e x i afrohen numrit 2?

2) Si mjafton të jetë $|x - 2|$ që të kemi $|f(x) - 0| < 0,0001$?

Po që të kemi $|f(x) - 0| < \varepsilon$, ku ε është një numër pozitiv i dhënë?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit lexojnë tekstin në dyshe dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekstin dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënës.

Shembulli 1

Në figurën 5.1 janë dhënë grafikët e tri funksioneve:

$$f : y = (x - 2)^2; \quad g : y = \begin{cases} (x - 2)^2 & \text{për } x \neq 2 \\ 1 & \text{për } x = 2 \end{cases}; \quad h : y = (x - 2)^2 \text{ për } x \neq 2.$$

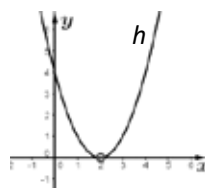
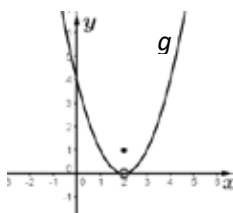
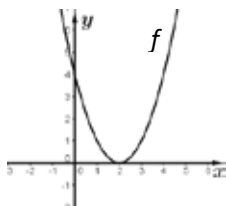


Fig. 5.1

Funksioni h nuk është i përcaktuar për $x = 2$, kurse funksioni g është i përcaktuar për $x = 2$, por $g(2) \neq 0$. Për $x \neq 2$, kemi $h(x) = g(x) = f(x) = (x - 2)^2$.

Vëmë re që për vlera të x mjaft afër 2, por të ndryshme nga 2, vlerat e funksioneve $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ janë sa të duam afër zeros.

Kështu, nëse duam që $|f(x)| < 10^{-4}$, $|g(x)| < 10^{-4}$, $|h(x)| < 10^{-4}$, mjafton të shqyrtojmë vlera të $x \neq 2$, të tilla që $|x - 2| < 10^{-2}$.

Nëse duam që $|f(x)| < \varepsilon$, $|g(x)| < \varepsilon$, $|h(x)| < \varepsilon$ (ku ε është një numër pozitiv i dhënë), mjafton të shqyrtojmë $x \neq 2$, i tillë që $|x - 2| < \sqrt{\varepsilon}$.

Themi që funksionet f , g dhe h kanë limit numrin zero kur $x \rightarrow 2$ (ndonëse h nuk është i përcaktuar në pikën $x = 2$, kurse g është i përcaktuar në këtë pikë, por $g(2) \neq 0$).

Vëmë re që në figurat e dhëna, pika e lëvizshme $M(x; y)$ në secilin nga grafikët e funksioneve f, g, h i afrohet pambarimisht pikës $A(2; 0)$, kur vlerat e x i afrohen pambarimisht numrit 2 (d.m.th. kur $|x - 2|$ bëhet pambarimisht afër zeros), pavarësisht se pika $A(2; 0)$ nuk është as në grafikun e g , as në grafikun e h .

Le të kemi, në rastin e përgjithshëm, një funksion numerik të përcaktuar në të gjitha pikat e një intervali që përmban numrin a , me përjashtim ndoshta të pikës $x = a$.

Përkufizim

Themi që funksioni f ka limit numrin zero, kur $x \rightarrow a$, nëse vlerat e këtij funksioni mund të bëhen *sa të duam* afër numrit 0, kur vlerat e x zgjidhen *mjaft afër numrit a* , por të ndryshme nga a . Kjo do të thotë që:

Sido që të na jepet një numër pozitiv ε (sado i vogël), gjejmë një numër pozitiv r , të tillë që për $x \neq r$ nga intervali $]a - r, a + r[$ të kemi $|f(x)| < \varepsilon$.

Në këtë rast, shënojmë $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ (lexohet limiti i $f(x)$ është zero, kur x shkon në a).

Shembulli 2

Të vërtetojmë që funksioni $y = (x - 2)^2 + 2$ nuk ka limit zeron kur $x \rightarrow 2$.

Kemi $|f(x)| = |(x - 2)^2 + 2| > 2$ për çdo $x \neq 2$. Pra, $|f(x)| > 2$ për çdo $x \neq 2$.

Prandaj, po të marrim p.sh. $\varepsilon = 2$, është e pamundur të gjendet r , në mënyrë që për $x \neq 2$ nga $]2 - r, 2 + r[$ të kemi $|f(x)| < \varepsilon$.

Vërtetohet lehtë që:

1. Funksioni $y = 0$ ka limit 0, kur $x \rightarrow a$, sidoqoftë a .

2. Funksioni $y = (x - a)^n$ ($n \in \mathbb{N}$) ka limit 0, kur $x \rightarrow a$.

Funksionet që kanë limit zeron (kur $x \rightarrow a$, $x \rightarrow 0$ ose $x \rightarrow \pm\infty$) quhen funksione pambarimisht të vogla (p.m.v) përkatësisht kur $x \rightarrow a$, $x \rightarrow 0$, $x \rightarrow \pm\infty$.

Vetitë e funksioneve p.m.v.

Vetitë e mëposhtme ne do t'i formulojmë për funksionet që janë p.m.v. kur $x \rightarrow a$. Por ato janë të vlefshme edhe për funksionet që janë p.m.v. kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$).

Teoremë 1

Shuma e dy funksioneve që janë p.m.v. kur $x \rightarrow a$ është p.m.v kur $x \rightarrow a$.

Pra, nëse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$, atëherë edhe $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = 0$.

Teoremë 2

Prodhi i dy funksioneve që janë p.m.v. kur $x \rightarrow a$ është p.m.v. kur $x \rightarrow a$.

Pra, nëse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$, atëherë edhe $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = 0$.

Teoremë 3

Prodhi i një konstanteje me një p.m.v. kur $x \rightarrow a$ është një p.m.v kur $x \rightarrow a$.

Pra, nëse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ dhe k është konstante, atëherë $\lim_{x \rightarrow a} [k \cdot f(x)] = 0$.

Teoremë 4

Nëse për çdo $x \neq a$ nga intervali $(a - r, a + r)$ kemi $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = 0$,

atëherë edhe $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$. Këto teorema do t'i pranojmë pa vërtetim.

Shembulli 3

Kemi $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2)^2 = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$. Prandaj mund të shkruajmë:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} [(x-2)^2 + (x-2)] = 0 \quad (T1) \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} (x-2)^2 \cdot (x-2) = 0 \quad (T2)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{2} (x-2)^2 = 0 \quad (T3)$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Në figurën 5.2 është dhënë grafiku i funksionit $y = (x-1)^2 + 1$.

A mund të themi, duke shqyrtuar grafikun, që ky funksion ka limit zeron, kur $x \rightarrow 1$?

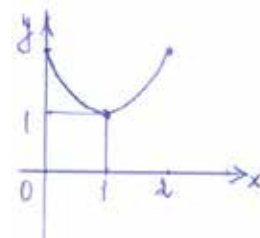


Fig. 5.2

Detyrë 2

Vërtetoni që $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$.

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe, në fletat shumëngjyrëshe, shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej tyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve vendosin në tabelë fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës së tyre në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Është dhënë funksioni $f: y = \frac{x-1}{2}$.

a) Si mjafton të merret $(x-1)$ që të kemi $|f(x)| < \frac{1}{1000}$?

b) Si mjafton të merret $(x-1)$ që të kemi $|f(x)| < \varepsilon$, ku ε është një numër pozitiv i dhënë?

c) A është i saktë shënimi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$?

2. Duke përdorur vetitë e funksioneve p.m.v., vërtetoni që:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + x^2 + x^3) = 0$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = 0$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} 5(x-2)^n = 0$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon $\varepsilon - \delta$ rrethinën e një numri.
- Përkufizon limitin e funksionit në gjuhën $\varepsilon - \delta$ rrethinë.
- Përkufizon limitet e njëanshme të funksionit dhe paraqet formën gjeometrike të tyre.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2; 5.
PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK-
1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: LIMITI I FUNKSIONIT KUR $x \rightarrow a$ Nr.: 2Fjalët kyçe: funksion, limit, $\varepsilon - \delta$ rrethinë, grafik, diferenca e funksionit

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Cakton vlerat e funksioneve të caktuara.
- Dallon ε rrethinë e funksionit.
- Vërteton limitin e funksionit.
- Konstrukton grafikun e funksionit.
- Përcakton limitin e funksionit sipas grafikut të tij.

Kriteret e suksesit:

- Plotëson tabelën sipas funksioneve të dhëna.
- Analizon se për ç'vlera të $|x - 2|$, kemi $|f(x) - 1| < \varepsilon$, ku ε është numër pozitiv i dhënë.
- Interpretton për funksionin e dhënë $y = (x - 2)^2$, që është diferenca e funksionit të shqyrtuar f me numrin 1.
- Vërteton se $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 3) = 2$.
- Konstrukton grafikun e funksionit $y = x^2$.
- Shpjegon duke u bazuar në grafikun e funksionit $y = x^2$, vlerat e limit të funksionit kur $x \rightarrow 0$, $x \rightarrow 1$, $x \rightarrow 2$.
- Cakton bashkësinë e përcaktimit dhe limitin e funksionit $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, kur $x \rightarrow 1$ dhe $x \rightarrow 2$, duke u bazuar në grafikun e tij.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Probabiliteti
(Probabiliteti i ngjarjes)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dysheR Leksion i përparuarR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke u përgjigjur në kërkesat e detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Detyrë

Është dhënë funksioni $f: y = x^2 - 4x + 5$, grafiku i të cilit është paraqitur në figurën 5.5/a. Ky funksion mund të shkruhet $y = (x - 2)^2 + 1$.

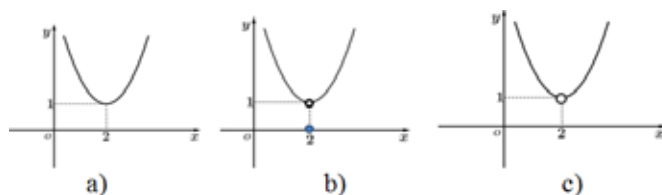


Fig. 5.5

a) Plotësoni tabelat:

I	x	1,9	1,99	1,999	...
	$(x - 2)^2$				...
	$x^2 - 4x + 5$				...

II	x	2,1	2,01	2,001	...
	$(x - 2)^2$				...
	$x^2 - 4x + 5$				...

Çfarë vini re? Cilit numër i afrohen vlerat e funksionit, kur vlerat e x i afrohen numrit 2?

b) Për ç'vlera të $|x - 2|$, kemi $|f(x) - 1| < 0,0001$?

Për ç'vlera të $|x - 2|$, kemi $|f(x) - 1| < \varepsilon$, ku ε është numër pozitiv i dhënë?

c) Ç'dini për funksionin $y = (x - 2)^2$, që është diferenca e funksionit të shqyrtuar f me numrin 1?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrave. Pastaj mësimmshënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Duke u nisur nga zgjidhjet e nxënësve të shënuara në tabelë, kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Shembulli 1

Në figurat 5.5/b dhe 5.5/c janë paraqitur grafikët e funksioneve:

$$g: y = \begin{cases} x^2 - 4x + 5 & \text{për } x \neq 2 \\ 0 & \text{për } x = 2 \end{cases} \quad h: y = x^2 - 4x + 5, \quad x \neq 2.$$

Vëmë re që pika e lëvizshme $M(x; y)$ në secilin nga grafikët e funksioneve f, g, h i afrohet pambarimisht pikës $B(2; 1)$, kur vlerat e x i afrohen pambarimisht numrit 2 [pavarësisht se pika $B(2; 1)$ nuk është as në grafikun e g , as në grafikun e h]. Pra, vlerat e funksionit i afrohen pambarimisht numrit 2, kur vlerat e $|x - 2|$ i afrohen pambarimisht zeros.

Vëmë re, në të tria rastet, që funksionet $y = f(x) - 1$; $y = g(x) - 1$; $y = h(x) - 1$ janë p.m.v. (kanë limit zeron kur $x \rightarrow 2$).

Le të kemi, në rastin e përgjithshëm, një funksion numerik të përcaktuar në të gjitha pikat e një intervali që përmban numrin a , me përjashtim ndofta të pikës $x = a$.

Përkufizim

Themi që funksioni f ka limit numrin ℓ , kur $x \rightarrow a$, nëse vlerat e këtij funksioni mund të bëhen sa të duam afër numrit ℓ , kur vlerat e x zgjidhen mjaft afër numrit a , por të ndryshme nga a .

Kjo do të thotë që:

Sido që të na jepet një numër pozitiv ε (sado i vogël), gjejmë një numër pozitiv r të tillë që për $x \neq r$ nga intervali $]a - r, a + r[$ të kemi:

$|f(x) - \ell| < \varepsilon$. Në këtë rast, shënojmë $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ dhe lexojmë: “limiti i $f(x)$ kur x shkon në a është ℓ ”.

Nëse shënojmë me α diferencën e funksionit f me numrin ℓ ,

$[\alpha(x) = f(x) - \ell]$, vëmë re se kur $|f(x) - \ell| < \varepsilon$ kemi $|\alpha(x)| < \varepsilon$ dhe anasjellas. Duke pasur parasysh përkufizimin e p.m.v., arrijmë në këtë përfundim:

Teorema 5

Funksioni f ka limit numrin ℓ , kur $x \rightarrow a$, atëherë dhe vetëm atëherë kur funksioni $\alpha = f - \ell$ është p.m.v. kur $x \rightarrow a$.

Ndryshe:

Që $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ duhet dhe mjafton që $[f(x) - \ell = \alpha(x)]$, ku $\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$.

Ndryshe shkruajmë: $\left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell \right] \Leftrightarrow \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) - \ell = 0 \right]$

Shembulli 2

Të vërtetohet që $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 3) = 2$.

Zgjidhje

Mjafton të vërtetojmë që diferenca e funksionit f me numrin 2 është p.m.v., kur $x \rightarrow 1$. Kjo diferencë është funksioni $y = (x^2 - 2x + 3) - 2$, d.m.th. $y = x^2 - 2x + 1$, pra $y = (x - 1)^2$, i cili me të vërtetë është p.m.v. kur $x \rightarrow 1$.

Rrjedhim 1

$\lim_{x \rightarrow a} c = c$ (c konstante)

Me të vërtetë, diferenca e funksionit $y = c$ me numrin c është numri zero, i cili është p.m.v. kur $x \rightarrow a$.

Rrjedhim 2

$\lim_{x \rightarrow a} x = a$.

Me të vërtetë, diferenca e funksionit $y = x$ me numrin a është funksioni $y = x - a$, i cili është p.m.v. kur $x \rightarrow a$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Skiconi grafikun e funksionit $y = x^2$. Gjeni nga grafiku limitin e këtij funksioni, kur $x \rightarrow 0$, $x \rightarrow 1$, $x \rightarrow 2$.

Detyrë 2

Gjeni bashkësinë e përcaktimit, ndërtoni grafikun e funksionit $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ dhe gjeni nga grafiku limitin e këtij

Funksioni, kur: a) $x \rightarrow 1$; b) $x \rightarrow 2$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësve u kërkohet që të prezantojnë punën e tyre dhe mësimpldhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës të prezantuar nga nxënësit. Më pas mësimpldhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund mësimpldhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit i kanë kuptuar detyrat.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale dhe në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Vërtetoni që:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-1}{3} = \frac{1}{3}$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x+3}{11} = 1$.

2. Është dhënë funksioni $f: y = \frac{x^2 - 4}{2x - 4}$.

- a) Gjeni bashkësinë e përcaktimit.
 b) Skiconi grafikun e funksionit.
 c) Përcaktoni nga grafiku limitin e funksionit, kur $x \rightarrow 0$; $x \rightarrow 2$.

d) Vërtetoni sipas përkufizimit që $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x - 4} = 4$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon $\varepsilon - \delta$ rrethinën e një numri.
- Përkufizon limitin e funksionit në gjuhën $\varepsilon - \delta$ rrethinë.
- Përkufizon limitet e njëanshme të funksionit dhe paraqet formën gjeometrike të tyre.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: TEOREMAT THEMELORE PËR LIMITIN E FUNKSIONIT Nr.: 3

Fjalët kyçe: funksion, limit, limit i njëanshëm, teoremë, limiti i shumës, limiti i prodhimit, limiti i fuqisë, faktori konstant

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Cakton limitet e njëanshme.
- Zbaton teoremat në zgjidhjen e limiteve të funksionit.
- Cakton limitin e funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Për $\lim_{x \rightarrow 1} x = 1$; $\lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2$, cakton limitin e funksioneve $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)$, $\lim_{x \rightarrow 1} 2x$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{2}$
- Zbaton teoremat e limitit në zgjidhjen e limiteve të funksioneve të caktuara.
- Llogarit vlerën e limiteve të funksioneve për vlerat e caktuara të x.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

(Shpejtësia e trupit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit****R Ditari dypjesësh****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrës**

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë

Dihet që $\lim_{x \rightarrow 1} x = 1$; $\lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2$. Gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} 2x$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{2}$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë pjesët karakteristike që ata kanë veçuar gjatë leximit dhe në anën e djathtë shënojnë pjesët përbërëse të tyre. Pastaj atyre u kërkohet që të lexojnë ato që kanë shkruar dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje kur dëgjon një koment. Mësimdhënësi pastaj pyet nëse ka nxënës që i kanë shënuar pjesët e njëjta dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar mësimin.

Për gjetjen e limiteve të funksioneve të dhëna me formula $y = f(x)$, në rastet kur $f(x)$ është shumë, prodhim apo herës shprehjesh më të thjeshta, përdoren shpesh teoremat e mëposhtme. Ato do t'i formulojmë e vërtetojmë në rastin kur $x \rightarrow a$, por ato janë të vërteta edhe kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$).

Teoremë 6 (limiti i shumës)

Nëse funksionet f_1, f_2 kanë limit kur $x \rightarrow a$, atëherë edhe shuma e tyre ka limit kur $x \rightarrow a$ dhe

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) + f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) + \lim_{x \rightarrow a} f_2(x).$$

Vërtetim

E zëmë se $\lim_{x \rightarrow a} f_1(x) = \ell_1$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) = \ell_2$. Sipas teoremës 4, mund të shkruajmë: $f_1(x) - \ell_1 = \alpha_1(x)$ dhe $f_2(x) - \ell_2 =$

$\alpha_2(x)$, ku α_1, α_2 janë p.m.v. kur $x \rightarrow a$, d.m.th. $\lim_{x \rightarrow a} \alpha_1(x) = \lim_{x \rightarrow a} \alpha_2(x) = 0$. Duke mbledhur anë për anë, kemi:

$$[f_1(x) + f_2(x)] - (\ell_1 + \ell_2) = \alpha_1(x) + \alpha_2(x) \quad (1).$$

Por shuma e funksioneve p.m.v. kur $x \rightarrow a$ është p.m.v. kur $x \rightarrow a$ (pra $\lim_{x \rightarrow a} [\alpha_1(x) + \alpha_2(x)] = 0$).

Barazimi (1) na tregon që diferenca e funksionit $(f_1 + f_2)$ me numrin $(\ell_1 + \ell_2)$ është p.m.v., kur $x \rightarrow a$. Kjo do të thotë, në bazë të teoremës 4, që limiti i funksionit $(f_1 + f_2)$, kur $x \rightarrow a$, është $(\ell_1 + \ell_2)$. Pra, $\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) + f_2(x)] = \ell_1 + \ell_2 = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) +$

$\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$, çfarë deshëm të vërtetonim.

Shembulli 1

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 5) = \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 5 = 2 + 5 = 7$.

b) $\lim_{x \rightarrow 4} (x - 2) = \lim_{x \rightarrow 4} x + \lim_{x \rightarrow 4} (-2) = 4 + (-2) = 2$.

Vërejtje

Teorema është e vërtetë edhe në rast se numri i funksioneve që mbliidhen është më i madh se 2. Pra, shuma e një numri të fundmë funksionesh që kanë limit kur $x \rightarrow a$, ka limit kur $x \rightarrow a$, dhe ky limit është sa shuma e limiteve të funksioneve që mbliidhen.

Shembulli 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 5) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 - \lim_{x \rightarrow 0} x + \lim_{x \rightarrow 0} 5 = 0 - 0 + 5 = 5.$$

Teoremë 7 (limiti i prodhimit)

Nëse funksionet f_1, f_2 kanë limit kur $x \rightarrow a$, atëherë edhe prodhimi i tyre $f_1 \cdot f_2$ ka limit kur $x \rightarrow a$ dhe

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \cdot f_2(x)] = \left[\lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \right] \cdot \left[\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \right]$$

Vërtetim

E zëmë se $\lim_{x \rightarrow a} f_1(x) = \ell_1$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) = \ell_2$.

Në bazë të teoremës 4, ekzistojnë dy p.m.v. α_1, α_2 kur $x \rightarrow a$, në mënyrë që

$$f_1(x) - \ell_1 = \alpha_1(x) \text{ dhe } f_2(x) - \ell_2 = \alpha_2(x),$$

$$\text{d.m.th. } f_1(x) = \ell_1 + \alpha_1(x) \text{ dhe } f_2(x) = \ell_2 + \alpha_2(x).$$

Duke shumëzuar anë për anë këto dy barazime, marrim:

$$f_1(x) \cdot f_2(x) = \ell_1 \ell_2 + \ell_1 \alpha_2(x) + \ell_2 \alpha_1(x) + \alpha_1(x) \cdot \alpha_2(x), \text{ që nga}$$

$$f_1(x) \cdot f_2(x) - \ell_1 \ell_2 = \ell_1 \alpha_2(x) + \ell_2 \alpha_1(x) + \alpha_1(x) \cdot \alpha_2(x) \quad (2)$$

$\ell_1 \cdot \alpha_2$ dhe $\ell_2 \cdot \alpha_1$ janë p.m.v kur $x \rightarrow a$ (teorema 3) dhe gjithashtu

$\alpha_1 \cdot \alpha_2$ është p.m.v. kur $x \rightarrow a$ (teorema 2).

Atëherë, shuma $\ell_1 \cdot \alpha_2 + \ell_2 \cdot \alpha_1 + \alpha_1 \cdot \alpha_2$ është p.m.v kur $x \rightarrow a$ (teorema 1),

$$\text{d.m.th. } \lim_{x \rightarrow a} [\ell_1 \alpha_2(x) + \ell_2 \alpha_1(x) + \alpha_1(x) \cdot \alpha_2(x)] = 0.$$

Barazimi (2) tregon që diferenca e funksionit $f_1 \cdot f_2$ me numrin $\ell_1 \cdot \ell_2$ është p.m.v. kur $x \rightarrow a$, prandaj limiti i funksionit $f_1 \cdot f_2$ kur $x \rightarrow a$ është numri $\ell_1 \cdot \ell_2$ (teorema 4). Kështu, $\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \cdot f_2(x)] = \ell_1 \cdot \ell_2 = \left[\lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \right] \cdot \left[\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \right]$, çfarë deshëm të vërtetonim.

Shembulli 3

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x + 5)x = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 5) \cdot \lim_{x \rightarrow 2} x = 7 \cdot 2 = 14.$$

Mund të tregohet se prodhimi i një numri të fundmë funksionesh, që kanë limit kur $x \rightarrow a$, ka limit kur $x \rightarrow a$ dhe ky është i barabartë me prodhimin e limiteve të funksioneve që shumëzohen.

Rrjedhim 1

Faktori konstant mund të nxirret jashtë shenjës së limitit.

Pra, nëse funksioni f ka limit kur $x \rightarrow a$ dhe c është konstante, atëherë edhe funksioni $c \cdot f$ ka limit kur $x \rightarrow a$

$$\text{dhe } \lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

Vërtetim

Sipas teoremës 7, duke pasur parasysh se $\lim_{x \rightarrow a} c = c$, kemi:

$$\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = \lim_{x \rightarrow a} c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

Shembulli 4

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{3} (x+5) = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 2} (x+5) = \frac{1}{3} \cdot 7 = \frac{7}{3}.$$

Rrjedhim 2 (limiti i fuqisë)

Nëse funksioni f ka limit kur $x \rightarrow a$, atëherë edhe funksioni f^n (ku n është numër natyror) ka limit kur $x \rightarrow a$ dhe

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n.$$

Do të vërtetojmë teoremën për $n = 2$. Le ta zëmë se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$.

Atëherë, duke pasur parasysh se $f^2 = f \cdot f$, sipas teoremës 6, mund të shkruajmë:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^2 = \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot f(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell \cdot \ell = \ell^2 = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^2.$$

Shembulli 5

1) Duke ditur që $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 5) = 7$, kemi $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 5)^2 = 7^2 = 49$.

2) Duke ditur që $\lim_{x \rightarrow a} x = a$, shkruajmë $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$.

Shembulli 6

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 - 3x)$.

Zgjidhje

Në bazë të teoremës 5, shkruajmë:

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 - 3x) = \lim_{x \rightarrow 5} x^2 - \lim_{x \rightarrow 5} (3x) = 5^2 - 3 \lim_{x \rightarrow 5} (x) \text{ (nga rrjedhimet e teoremës 7)} = 5^2 - 3 \cdot 5 = 10. \text{ Kështu, } \lim_{x \rightarrow 5} (x^2 - 3x) = 10.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë 1

Të gjendet limiti: a) $\lim_{x \rightarrow 2} (10 + x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 3)$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} (x - \sin x)$.

Detyrë 2

Të gjendet limiti: a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x}{2}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1+x}{4}$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës së nxënësve në çifte.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. a) Nëse funksioni f ka limit kur $x \rightarrow a$, kurse funksioni g nuk ka limit kur $x \rightarrow a$, ç'mund të thoni për funksionin $f - g$?

b) Nëse funksioni g nuk ka limit, kurse funksioni $\frac{f}{g}$ ka limit kur $x \rightarrow a$, ç'mund të thoni për funksionin f ?

2. Gjjeni: a) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 3)$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 3)^4$.

3. Gjjeni: a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)(x - 4)$; b) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 7)(1 - 5x)$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon $\varepsilon - \delta$ rrethinën e një numri.
- Përkufizon limitin e funksionit në gjuhën $\varepsilon - \delta$ rrethinë.
- Përkufizon limitet e njëanshme të funksionit dhe paraqet formën gjeometrike të tyre.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: TEOREMAT THEMELORE MBI LIMITIN (vazhdim) Nr.: 4

Fjalët kyçe: funksion, limit, polinom, funksion racional thyesor, funksion i zakonshëm, teoremë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Zbaton teoremat në zgjidhjen e limiteve të funksionit.
- Cakton vlerat e limiteve të funksioneve.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit $\lim_{x \rightarrow 3} 2x^2$; $\lim_{x \rightarrow 3} 5x$; $\lim_{x \rightarrow 3} (-7)$.
- Cakton $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 + 5x - 7)$ duke zbatuar teoremën 6.
- Interpretin se çfarë vërejmë pas caktimit të vlerës së polinomit $P(x) = 2x^2 + 5x - 7$ në pikën $x = 3$.
- Llogarit vlerën e limiteve të funksioneve të caktuara duke zbatuar teoremat mbi limitin.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

(Shpejtësia e trupit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Leksion i përparuar****R Mendo/puno në dyshe/thuaia grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse****Detyrë**

- a) Gjeni $\lim_{x \rightarrow 3} 2x^2$; $\lim_{x \rightarrow 3} 5x$; $\lim_{x \rightarrow 3} (-7)$.
- b) Duke përdorur teoremën 6, gjeni $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 + 5x - 7)$.
- c) Njehsoni vlerën e polinomit $P(x) = 2x^2 + 5x - 7$ në pikën $x = 3$. Ç'vini re?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'i u tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Limiti i funksionit polinom

Le të na jetë dhënë funksioni $y = 4x^3 - 3x + 5$. Shprehja $4x^3 - 3x + 5$ është një polinom.

Të gjejmë $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^3 - 3x + 5)$.

$$\begin{aligned} \text{Kemi } \lim_{x \rightarrow 2} (4x^3 - 3x + 5) &= \lim_{x \rightarrow 2} (4x^3) - \lim_{x \rightarrow 2} (3x) + \lim_{x \rightarrow 2} 5 \quad (\text{nga teorema 6}) \\ &= 4 \lim_{x \rightarrow 2} x^3 - 3 \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 5 \quad (\text{nga rrjedhimi 1 i teoremës 7}) \\ &= 4 \left(\lim_{x \rightarrow 2} x \right)^3 - 3 \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 5 \quad (\text{nga rrjedhimi 2 i teoremës 6}) \\ &= 4 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2 + 5 \quad (\text{pse?}). \end{aligned}$$

Shohim që limiti i këtij funksioni kur $x \rightarrow 2$ është i barabartë me vlerën e polinomit në pikën $x = 2$. Ky rezultat ka vlerë të përgjithshme.

Nëse $P(x)$ është një polinom me ndryshore x , limiti i funksionit $y = P(x)$, kur $x \rightarrow a$, është i barabartë me vlerën $P(a)$ të polinomit për $x = a$.

Shembulli 1

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (5x^4 - 3x^2 + 6x - 2) = 5 \cdot 1^4 - 3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 - 2 = 6$.

2) Për të gjetur $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 - 4x + 7)^2$, gjejmë në fillim $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 - 4x + 7)$, që është $2 \cdot 2^3 - 4 \cdot 2 + 7 = 15$. Atëherë, në bazë të rrjedhimit 2 të teoremës 7, kemi:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 - 4x + 7)^2 = 15^2 = 225.$$

Teoremë 8

Nëse funksionet f_1, f_2 kanë limite, kur $x \rightarrow a$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \neq 0$, atëherë edhe funksioni $\frac{f_1}{f_2}$ ka limit, kur $x \rightarrow a$,

$$\text{dhe ky është i barabartë me raportin e limiteve të } f_1 \text{ dhe të } f_2. \text{ Pra, } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f_1(x)}{\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)}.$$

Teoremën do ta pranojmë pa vërtetim.

Shembulli 2

Kemi $\lim_{x \rightarrow 5} (2x - 3) = 2 \cdot 5 - 3 = 7$; $\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 1) = 3 \cdot 5 - 1 = 14 \neq 0$.

Prandaj, sipas teoremës 6, ekziston $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 3}{3x - 1}$, dhe është $\frac{7}{14}$, d.m.th. $\frac{1}{2}$.

Limiti i funksionit racional thyesor

1) Gjeni $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x + 1)$ dhe $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3)$.

2) Gjeni $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x - 3}$.

3) Njehsoni vlerën e funksionit $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{2x - 3}$ në pikën $x = 2$. Ç'vini re?

Ka vend ky përfundim i përgjithshëm:

Nëse $P(x)$, $Q(x)$ janë polinome dhe $Q(a) \neq 0$, limiti i funksionit racional thyesor $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, kur $x \rightarrow a$, është i barabartë me $\frac{P(a)}{Q(a)}$, d.m.th. është i barabartë me vlerën e këtij funksioni në pikën $x = a$.

Shembulli 3

Të gjejmë limitin e funksionit $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - x + 1}$, kur $x \rightarrow 5$.

Vlera e emëruesit ($2x^2 - x + 1$) për $x = 5$ është $2 \cdot 5^2 - 5 + 1 = 46 \neq 0$, kurse vlera e numëruesit ($x^2 - 4x + 3$) për $x = 5$ është

$5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 8$. Prandaj, $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - x + 1} = \frac{8}{46} = \frac{4}{23}$.

Teoremë 9

Nëse funksioni $y = \sqrt[n]{f(x)}$ është i përcaktuar në ndonjë interval $[a - r, a + r]$ (me përjashtim ndofta të pikës $x = a$) dhe ekziston

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, atëherë ekziston edhe $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)}$ dhe është i barabartë me $\sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$. (Pa vërtetim.)

Shembulli 4

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 - x + 1}$.

Zgjidhje

Kemi $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x + 1) = 3^2 - 3 + 1 = 7 > 0$.

Prandaj $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 - x + 1} = \sqrt{7}$.

Vërejtje 1

Do ta pranojmë pa vërtetim që për çdo $a \in \mathbb{R}$, kemi:

1) $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$; 2) $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$; 3) $\lim_{x \rightarrow a} e^x = e^a$; 4) $\lim_{x \rightarrow a} \ln x = \ln a$ ($a > 0$).

Funksion i zakonshëm do të quhet çdo funksion i dhënë me një formulë të trajtës $y = f(x)$, ku $f(x)$ mund të jetë:

- polinom me x ;
- shprehje thyesore racionale me x ;
- $|x|$;
- x^α (α është numër real);
- a^x ($0 < a \neq 1$);
- $\log_a x$ ($0 < a \neq 1$);
- $\sin x$ ose $\cos x$;
- shumë, prodhim ose përbërje e shprehjeve të mësipërme.

Teoremë 9

Nëse f është funksion i zakonshëm dhe a është një numër që ndodhet në bashkësinë e përcaktimit të f , atëherë funksioni f ka limit kur $x \rightarrow a$ dhe ky limit është sa vlera $f(a)$ e funksionit në këtë pikë. Pra, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$. Teoremën do ta pranojmë pa vërtetim.

Shembulli 5

$$\lim_{x \rightarrow 0} [\sin x + \cos x + \sqrt{x^2 + 1} + \log(x + 1)] = \sin 0 + \cos 0 + \sqrt{0^2 + 1} + \log(0 + 1) = 0 + 1 + 1 + 0 = 2.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë 1**

Gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - x + 3)^2$; b) $\lim_{x \rightarrow -3} (x^2 - 4x + 5)^3$.

Detyrë 2

Gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 7}{x + 1}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + x + 1}$; c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 + x}$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 - 2x^2 + 3x - 4)$; b) $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^3 - x^2 - x + 5)$.

2. Gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 2x + 5)^2$; b) $\lim_{x \rightarrow -3} (-x^2 + 4x + 1)^3$.

3. Gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x + 2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 10}{x^2 + x + 7}$; c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - x^2}{x^2 + x}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon limitet e njëanshme të funksionit dhe paraqet formën gjeometrike të tyre.
- Dallon format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Konstaton format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Zbaton vetitë e limitit për njehsimin e limitit të funksioneve të thjeshta.
- Interpreton limitet e njëanshme të funksioneve të ndryshme.
- Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: FUNKSIONE PAMBARIMISHT TË MËDHA (p.m.m.), KUR $x \rightarrow a$ Nr.: 5

Fjalët kyçe: funksion, limit, vetitë, p.m.m.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Dallon funksionet pambarimisht të mëdha.
- Vërteton limitet e funksionit.
- Llogarit limitet e funksionit.
- Analizon funksionet p.m.m.

Kriteret e suksesit:

- Duke u bazuar në $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} = +\infty$, trego që $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) = +\infty$.
- Vërteton vlerën e limiteve për funksionet e caktuara.
- Llogarit vlerën e limiteve të funksioneve të dhëna.
- Për funksionet e caktuara, tregon se janë p.m.m. kur $x \rightarrow 0$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ekonomi
(Oferta)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Di/Dua të di/MësovaR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Duke ditur që $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} = +\infty$, tregoni që $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) = +\infty$.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të saj, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Në mësimet e para të këtij kreu, pamë funksione që marrin vlera *sa të duam të mëdha*, kur vlerat e x bëhen *mjaft të mëdha*. Ka edhe funksione, vlerat e të cilave bëhen *sa të duam të mëdha*, mjafton të shqyrtohen vlerat të x *mjaft afër numrit a ($x \neq a$)*.

Shembulli 1

Në figurën 5.8 është paraqitur grafiku i funksionit $f: y = \frac{1}{x^2}$.

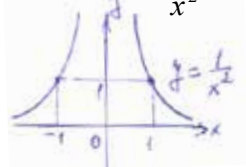


Fig. 5.8

Vëmë re se kur vlerat e x i afrohen pambarimisht numrit 0, vlerat e funksionit rriten pambarimisht. Për një pikë të lëvizshme $M(x; y)$ në grafikun e këtij funksioni, kjo do të thotë që kur $x \rightarrow 0$, $y \rightarrow +\infty$.

Ne mund t'i bëjmë vlerat e funksionit sa të duam të mëdha, mjafton të marrim vlera të x mjaft afër zeros ($x \neq 0$).

P.sh., nëse duam që $f(x) > M$ (M - numër pozitiv i dhënë), mjafton të marrim $x \neq 0$ të tilla që $\frac{1}{x^2} > M$, d.m.th. $x^2 < \frac{1}{M}$, pra $|x| <$

$$\sqrt{\frac{1}{M}}, \text{ d.m.th. } x \in \left(-\sqrt{\frac{1}{M}}; \sqrt{\frac{1}{M}} \right) (x \neq 0).$$

Vëmë re që funksioni $\frac{1}{f}: y = x^2$ është p.m.v. kur $x \rightarrow 0$ ($\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$).

Në këtë rast, funksioni $y = \frac{1}{x^2}$ quhet funksion pambarimisht i madh (p.m.m.) kur $x \rightarrow 0$.

Le të shohim rastin e përgjithshëm. Le të jetë f një funksion i përcaktuar në një interval që përmban pikën a (me përjashtim ndofta të vetë pikës $x = a$) dhe i ndryshëm nga zero në pikat e këtij intervali.

Përkufizim

Funksioni f quhet funksion pambarimisht i madh (p.m.m.) kur $x \rightarrow a$, në qoftë se funksioni $\frac{1}{f}$ është p.m.v. kur $x \rightarrow a$.

Në këtë rast shkruajmë $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$.

Pra, për $f(x) \neq 0$, kemi $\left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \right] \Leftrightarrow \left[\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0 \right]$.

Shembulli 2

Të vërtetohet që $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{x-2} = \infty$.

Zgjidhje

Për funksionin $f: y = \frac{3}{x-2}$, funksioni $\frac{1}{f}$ është $y = \frac{x-2}{3}$.

Meqenëse $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$, mund të themi që $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{x-2} = \infty$.

Vërejtje

1) Nëse $f(x) > 0$ në ndonjë interval që përmban pikën $x = a$ (me përjashtim ndoshta të $x = a$) dhe $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$, atëherë

funksioni f quhet *p.m.m. me shenjë (+)* kur $x \rightarrow a$ dhe shënohet $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$. I tillë është funksioni $y = \frac{1}{x^2}$, i paraqitur

grafikisht në figurën 5.8, për të cilin mund të shkruajmë $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$.

2) Nëse $f(x) < 0$ në ndonjë interval që përmban pikën a (me përjashtim ndoshta të $x = a$) dhe $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$, atëherë

funksioni f quhet *p.m.m. me shenjë (-)* kur $x \rightarrow a$ dhe shënohet $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$. I tillë është funksioni $y = -\frac{1}{x^2}$, i paraqitur

grafikisht në figurën 5.9, për të cilin mund të shkruajmë $\lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{x^2} \right) = -\infty$.

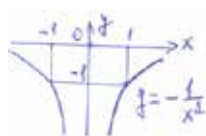


Fig. 5.9

Vetitë e funksioneve p.m.m.

1. Prodhi i dy funksioneve p.m.m. kur $x \rightarrow a$ është p.m.m. kur $x \rightarrow a$.

Vërtetim

Le të jenë f, g dy funksione p.m.m. kur $x \rightarrow a$.

Të vërtetojmë që edhe funksioni $f \cdot g$ është p.m.m. kur $x \rightarrow a$.

Mjafton të vërtetojmë që $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x) \cdot g(x)} = 0$.

Por $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$ (sepse f është p.m.m. kur $x \rightarrow a$) dhe $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{g(x)} = 0$ (pse?).

$$\text{Prandaj } \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{1}{f(x)} \cdot \frac{1}{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} \cdot \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{g(x)} = 0 \cdot 0 = 0.$$

Vërejtje

Mund të vërtetohet më tej se:

1. a) Prodhimi i dy funksioneve p.m.m. me të njëjtën shenjë, kur $x \rightarrow a$, është p.m.m. me shenjë (+) kur $x \rightarrow a$.
- b) Prodhimi i dy funksioneve p.m.m. me shenja të kundërta, kur $x \rightarrow a$, është p.m.m. me shenjë (-) kur $x \rightarrow a$.
2. Shuma e disa funksioneve p.m.m. me të njëjtën shenjë kur $x \rightarrow a$ është funksion p.m.m. me po atë shenjë kur $x \rightarrow a$.
3. Shuma e një funksioni që ka limit kur $x \rightarrow a$ me një funksion p.m.m. kur $x \rightarrow a$, është përsëri funksion p.m.m. kur $x \rightarrow a$.
4. Prodhimi i një funksioni që ka limit të ndryshëm nga zero kur $x \rightarrow a$, me një funksion p.m.m. kur $x \rightarrow a$, është përsëri funksion p.m.m. kur $x \rightarrow a$.

Vetitë 2 – 4 do t'i pranojmë pa vërtetim.

Shembulli 3

$$1. \text{ Kemi } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} = +\infty \text{ dhe } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty, \text{ prandaj } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} \right) = +\infty.$$

$$2. \text{ Kemi } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \infty \text{ dhe } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty, \text{ prandaj } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{x} \cdot x} = \infty.$$

(**Shënim.** Me simbolin ∞ kuptojmë $\pm\infty$.)

$$3. \text{ Kemi } \lim_{x \rightarrow 0} (3x + 2) = 2 \text{ dhe } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty, \text{ prandaj } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} (3x + 2) \frac{1}{x^2} = +\infty.$$

$$\text{Kurse } \lim_{x \rightarrow 0} \left[(3x + 2) + \frac{1}{x^2} \right] = +\infty.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

a) Tregoni që funksionet $y = \frac{1}{x}$; $y = \frac{1}{x^2}$; $y = \frac{1}{x^3}$ janë p.m.m. kur $x \rightarrow 0$.

b) Tregoni që funksioni $y = \frac{c}{x^n}$ (ku $n \in \mathbb{N}$ dhe $c \neq 0$) është p.m.m. kur $x \rightarrow 0$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësit u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Mësuesi pastaj pyet nëse ka nxënësit që kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësit gjatë orës mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. a) Tregoni që funksionet $y = -\frac{1}{(x-2)^2}$, $y = \frac{-3}{(x-2)^4}$, $y = -\frac{1}{|x-2|}$ janë p.m.m. me shenjë (-) kur $x \rightarrow 2$.

b) Tregoni që funksioni $y = \frac{c}{|x-a|}$, ku $c < 0$, është p.m.m. me shenjë (-) kur $x \rightarrow a$.

2. Gjeni limitet: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{x^2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5}{(x-3)^2}$; c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos \pi}{|x+1|}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Dallon format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Konstaton format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Zbaton vetitë e limitit për njësimin e limitit të funksioneve të thjeshta.
- Interpreton limitet e njëanshme të funksioneve të ndryshme.
- Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Zbaton limitin e funksionit për gjetjen e formës analitike të asimptotave të funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: ASIMPTOTAT VERTIKALE Nr.: 6

Fjalët kyçe: funksion, grafik, boshtet koordinative, asimptotë vertikale

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Ndërton grafikun e funksionit.
- Krahason pozitën e grafikut të funksioneve.
- Dallon asimptotën vertikale të funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Konstruktoren grafikët e funksioneve $y = \frac{1}{x}$ dhe $y = \frac{1}{x^2}$.
- Duke u bazuar në grafikun e funksioneve $y = \frac{1}{x}$ dhe $y = \frac{1}{x^2}$, krahaso pozicionin e tyre me boshtet koordinative.
- Llogarit asimptotën vertikale për funksionet $y = \frac{5}{2x+4}$, $y = \frac{x^2}{x^2-4}$.

- Për grafikun e funksionit $y = \frac{x}{x-3}$, tregon që drejtëza $x = 3$ është asimptotë vertikale.
- Shpjegon se cila është asimptota vertikale e grafikut të funksioneve $y = \frac{x^2}{x-1}$ dhe $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Bankat
(Kreditë dhe pagesat e kredive)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Mendo/ puno në dyshe/ thuaia grupit

R Ditari dypjesësh

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Ndërtoni grafikët e funksioneve $y = \frac{1}{x}$ dhe $y = \frac{1}{x^2}$.

Çfarë vini re? Cili është pozicioni i këtyre grafikëve në lidhje me boshtet koordinative?

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë pjesët karakteristike që ata kanë veçuar gjatë leximit dhe në anën e djathtë shënojnë pjesët përbërëse të tyre. Pastaj atyre u kërkohet që të lexojnë ato që kanë shkruar dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje kur dëgjon një koment. Më pas, mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që i kanë shënuar pjesët e njëjta dhe, nëse ka, kërkohet edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar mësimin.

Ne dimë që drejtëza d është asimptotë e një vije ℓ (në një drejtim të caktuar), nëse largesa e pikës $M(x; y)$ të vijës ℓ prej drejtëzës d zvogëlohet pambarimisht kur pika M i largohet pambarimisht origjinës ($OM \rightarrow +\infty$) në këtë drejtim.

Shembulli 1

Në figurën 5.10 janë paraqitur grafikët e funksioneve:

$$y = \frac{1}{x-2}; \quad y = \left| \frac{1}{x-2} \right|; \quad y = -\left| \frac{1}{x-2} \right|.$$

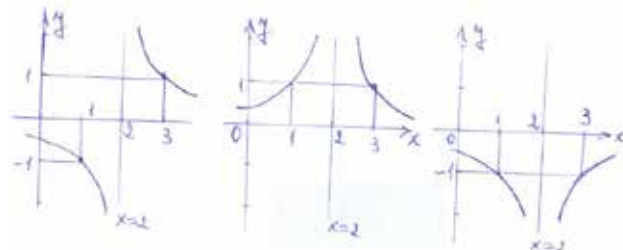


Fig. 5.10

$$\text{Kemi } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = \infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \left| \frac{1}{x-2} \right| = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2} -\left| \frac{1}{x-2} \right| = -\infty.$$

Në të tria rastet vëmë re që largesa e pikës $M(x; y)$ nga drejtëza $x = 2$ është $L = |x - 2|$, dhe kjo largesë zvogëlohet pambarimisht kur $x \rightarrow 2$ ($\lim_{x \rightarrow 2} L = 0$).

Ndërkaq, kur $x \rightarrow 2$, pika $M(x, y)$ largohet pambarimisht nga O , sepse $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$ dhe $\lim_{x \rightarrow 2} y = +\infty$, prandaj edhe $\lim_{x \rightarrow 2} OM = +\infty$.

Kështu, drejtëza $x = 2$ është asimptotë për secilin nga grafikët e tri funksioneve që po shqyrtojmë. Ajo quhet *asimptotë vertikale*. Në përgjithësi, nëse funksioni f është p.m.m. kur $x \rightarrow a$, atëherë drejtëza $x = a$ është asimptotë vertikale e grafikut të f .

Shembulli 2

Të gjendet asimptota vertikale e grafikut të funksionit $y = \frac{5}{2x+4}$.

Zgjidhje

Shohim për ç'vlera të a kemi $\lim_{x \rightarrow a} (2x+4) = 0$, pra $2a+4=0$, d.m.th. $a=-2$.

Funksioni ynë shkruhet $y = 5 \cdot \frac{1}{2x+4}$. Kemi $\lim_{x \rightarrow -2} 5 = 5 \neq 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow -2} (2x+4) = 0$, prandaj $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{2x+4} = \infty$.

Si pasojë, $\lim_{x \rightarrow -2} 5 \cdot \frac{1}{2x+4} = \infty$ (prodhimi i një funksioni që ka limit kur $x \rightarrow a$ me një p.m.m. kur $x \rightarrow a$, është përsëri p.m.m. kur $x \rightarrow a$).

Meqenëse $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5}{2x+4} = \infty$, atëherë drejtëza $x = -2$ është asimptotë vertikale e grafikut të këtij funksioni.

Në përgjithësi, për funksionin racional thyesor $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, që drejtëza $x = a$ të jetë asimptotë vertikale e grafikut, duhet që $Q(a) = 0$.

Shembulli 3

Të gjenden asimptotat vertikale të grafikut të funksionit $y = \frac{x^2}{x^2-4}$.

Zgjidhje

Gjejmë pikat ku emëruesi bëhet zero.

Kemi $x^2 - 4 = 0$, për $x = 2$ ose $x = -2$.

Shohim $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x^2-4}$. Shkruajmë: $\frac{x^2}{x^2-4} = x^2 \cdot \frac{1}{x^2-4}$

Kemi $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4 \neq 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2-4} = \infty$ (pse?).

Prandaj $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(x^2 \cdot \frac{1}{x^2-4} \right) = \infty$.

Kjo do të thotë që drejtëza $x = 2$ është asimptotë vertikale e grafikut të funksionit $y = \frac{x^2}{x^2-4}$.

Tregoni që edhe drejtëza $x = -2$ është asimptotë vertikale e grafikut të këtij funksioni.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

a) Tregoni që drejtëza $x = 3$ është asimptotë vertikale e grafikut të funksionit $y = \frac{x}{x-3}$.

b) Cila është asimptota vertikale e grafikut të funksionit:

i) $y = \frac{x^2}{x-1}$; ii) $y = \frac{2x+3}{x-1}$?

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës së nxënësve në çifte.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Është dhënë funksioni $f: y = \frac{x+1}{x+2}$.

a) Gjeni $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x+2}$.

b) Tregoni asimptotën vertikale të grafikut të funksionit f .

2. Gjeni asimptotat vertikale për grafikun e funksionit:

a) $y = \frac{3x^2 - 12}{(x+3)(x-1)}$;

b) $y = \frac{2x}{x^2 - 4x + 4}$;

c) $y = \frac{5x - 3}{3x^2 - 5x - 2x}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Dallon format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Konstaton format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Zbaton vetitë e limitit për njehsimin e limitit të funksioneve të thjeshta.
- Interpreton limitet e njëanshme të funksioneve të ndryshme.
- Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Zbaton limitin e funksionit për gjetjen e formës analitike të asimptotave të funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: FORMAT E PACAKTUARA Nr.: 7

Fjalët kyçe: funksion, limit, formë e pacaktuar, polinom

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Përcakton limitin e funksionit.
- Llogarit limitet e funksioneve karakteristike.

Kriteret e suksesit:

- Cakton limitin e funksioneve të dhëna $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+2}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x-2}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$.
- Llogarit vlerën e limiteve të funksionit duke u bazuar në limitet karakteristike të funksioneve.
- Për limitin e dhënë $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x}$ cakton vlerën e tij kur $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Gjeometri
(Matjet e sipërfaqeve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të saj, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre.

Detyrë

Gjeni: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x-2}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Forma e pacaktuar $\frac{0}{0}$

Tek ushtrimi i hyrjes, në rastin (a), mund të përdorim teoremën mbi limitin e raportit, meqenëse numëruesi dhe emëruesi kanë limit, dhe limiti i emëruesit është i ndryshëm nga zero.

Në rastin (b), limiti i emëruesit është zero, por limiti i numëruesit është i ndryshëm nga zero. Në këtë rast, mund ta shkruajmë raportin

$\frac{x}{x-2}$ në trajtën $x \cdot \frac{1}{x-2}$ dhe të përdorim faktin që prodhimi i një funksioni me limit të ndryshëm nga zero me një p.m.m. kur $x \rightarrow 2$ është përsëri p.m.m. kur $x \rightarrow 2$.

Në rastin (c) nuk mund të përdorim direkt asnjë nga teoremat e njohura, sepse edhe limiti i numëruesit, edhe limiti i emëruesit janë zero. Në këtë rast themi që “kemi të bëjmë me formë të pacaktuar $\frac{0}{0}$ ”.

Ne mund të gjejmë limitin e funksionit $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ kur $x \rightarrow 2$, duke thjeshtuar shprehjen $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$ me $(x - 2)$. (Kjo lejohet, sepse

kur gjejmë limitin kur $x \rightarrow 2$, ne nuk interesohemi për vlerën e funksionit në pikën $x = 2$, por për vlerat e x mjaft afër 2, por të

ndryshme nga 2.) Kemi $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$.

Prandaj, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 2 + 2 = 4$.

Në përgjithësi, nëse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$, themi që shprehja $\frac{f(x)}{g(x)}$ paraqet formë të pacaktuar $\frac{0}{0}$ kur $x \rightarrow a$. Kjo nuk

do të thotë që $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ është i barabartë me $\frac{0}{0}$ (siç thuhet shpesh gabim), sepse simboli $\frac{0}{0}$ nuk ka kuptim.

Kjo është thjesht një mënyrë të shprehuri për të vënë në dukje se për gjetjen e $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$, në këtë rast, nuk mund të përdorim

teoremat e njohura, por duhen kërkuar mënyra të posaçme, disa nga të cilat do t'i shohim më poshtë.

Mënyra e thjeshtimit me $(x - a)$

Përdoret nëse f dhe g janë polinome që bëhen zero për $x = a$, d.m.th. që e kanë rrënjë numrin a .

Shembulli 1

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 7x + 10}$.

Zgjidhje

Kemi $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 7x + 10) = 2^2 - 7 \cdot 2 + 10 = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 5x + 2) = 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 2 = 0$. Kështu, kemi të bëjmë me formë të pacaktuar $\frac{0}{0}$.

Meqenëse të dyja polinomet bëhen zero, kur $x = 2$, ato plotpjesëtohen me $x - 2$. Për të kryer pjesëtimin, përdorim skemën e Hornerit. Për $2x^2 - 5x + 2$, kemi:

2	-5	2
2	-1	0

Pra $2x^2 - 5x + 2 = (x - 2)(2x - 1)$.

Për $x^2 - 7x + 10$, kemi:

1	-7	10
1	-5	0

Pra, $x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5)$.

Kështu, $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 7x + 10} = \frac{(x - 2)(2x - 1)}{(x - 2)(x - 5)} = \frac{2x - 1}{x - 5}$ (për $x \neq 2$).

Por $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ dhe $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 5) = 2 - 5 = -3 \neq 0$.

Prandaj, sipas teoremës mbi limitin e raportit, kemi: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 1}{x - 5} = \frac{3}{-3} = -1$.

Si përfundim, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 7x + 10} = -1$.

Mënyra e zëvendësimit të ndryshores

Raporti $\frac{f}{g}$ mund të sillet në trajtën e raportit të dy polinomeve me futjen e një ndryshoreje të re (në disa raste). Më tej bëjmë thjeshtime.

Shembulli 2

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$.

Zgjidhje

Kemi $\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x} - 2) = \sqrt{4} - 2 = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow 4} (x - 4) = 0$. Shënojmë $\sqrt{x} = t$. Marrim $x = t^2$.

Kur $x \rightarrow 4$, $\sqrt{x} \rightarrow \sqrt{4}$, d.m.th. $t \rightarrow 2$.

Prandaj $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t - 2}{t^2 - 4} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{1}{t + 2} = \frac{1}{4}$ (pse?).

Mënyra e kalimit të rrënjës nga emërues i thyesës në numërues dhe anasjellas

Te shprehja $\frac{f(x)}{g(x)}$, kalojmë rrënjët nga emëruesi $g(x)$ në numërues dhe anasjellas, duke bërë shumëzimin e shprehjeve të konjuguara dhe pastaj bëjmë thjeshtime.

Shembull 3

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$.

Zgjidhje

Kemi $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9) = 3^2 - 9 = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow 3} (2 - \sqrt{x+1}) = 2 - \sqrt{3+1} = 0$.

Në shprehjen $\frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$ shumëzojmë të dyja gjymtyrët me të konjuguarën e emëruesit, që është $2 + \sqrt{x+1}$. Mbajmë parasysh që:

$$(2 - \sqrt{x+1})(2 + \sqrt{x+1}) = 2^2 - (\sqrt{x+1})^2 = 4 - (x+1) = 3 - x.$$

Kemi:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} &= \frac{(x^2 - 9)(2 + \sqrt{x+1})}{(2 - \sqrt{x+1})(2 + \sqrt{x+1})} = \frac{(x^2 - 9)(2 + \sqrt{x+1})}{3 - x} = \\ &= \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{3 - x} = -(x+3)(2 + \sqrt{x+1}) \text{ (për } x \neq 3). \end{aligned}$$

Prandaj:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} [-(x+3)(2 + \sqrt{x+1})] = -(3+3)(2 + \sqrt{3+1}) = -6 \cdot 4 = -24.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Gjeni $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x}$.

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj atyre u kërkohet të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimsdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësimsdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimsdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit e kanë kuptuar detyrën.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni limitet: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x - 3 \cos x + 2}$; b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{2 \sin^2 x - 5 \sin x + 3}$.
2. Gjeni limitet: a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+4} - 2}$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - x^2}{2 - \sqrt{x+3}}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimsdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Dallon format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Konstaton format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Zbaton vetitë e limitit për njehsimin e limitit të funksioneve të thjeshta.
- Interpreton limitet e njëanshme të funksioneve të ndryshme.
- Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Zbaton limitin e funksionit për gjetjen e formës analitike të asimptotave të funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: DISA LIMITE TË RËNDËSISHME **Nr.: 8**

Fjalët kyçe: funksion, limit, formë e pacaktuar, funksion trigonometrik, numri e

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Cakton limitin e funksionit.
- Dallon limitin e funksioneve karakteristike.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Vërteton limitet e funksioneve karakteristike.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit limitet e funksioneve të caktuara trigonometrike.
- Interpretin vlerat e fituara duke u bazuar në tabelën e dhënë.
- Për funksionet e caktuara trigonometrike llogarit vlerën e tyre, duke u bazuar në limitet e funksioneve trigonometrike.
- Cakton vlerën e limiteve të funksioneve të dhëna $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \cotg 2x$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{x}}$
- Vërteton se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + kx)^{\frac{1}{x}} = e^k$ duke marrë parasysh se limiti $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkurtesa/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Statistikë

(Paraqitja grafike e të dhënave)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit

R Ditari dypjesësh

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësuesi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë

1. Gjeni:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$; $\lim_{x \rightarrow -\pi} \sin x$; $\lim_{x \rightarrow \pi} \sin x$;

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \tan x$; $\lim_{x \rightarrow -\pi} \tan x$; $\lim_{x \rightarrow \pi} \tan x$.

Detyrë

2. Plotësoni tabelën. Çfarë vini re?

x	-0,01	-0,001	-0,0001	-0,00001	0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1
$\sin x$									
$\frac{\sin x}{x}$									

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletës, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj atyre u kërkohet që të prezantojnë punën e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës të prezantuar nga nxënësit. Më pas mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të shikuar nëse nxënësit i kanë kuptuar detyrat.

Limite funksionesh trigonometrike

Kemi $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = \sin 0 = 0$.

Prandaj, kur kërkojmë $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, kemi të bëjmë me formë të pacaktuar $\frac{0}{0}$.

Vërtetohet se kur x matet në radian, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Kjo do të thotë që për x mjaft afër zeros, kemi $\frac{\sin x}{x}$ mjaft afër numrit 1, d.m.th. $\sin x \approx x$.

Shembulli 1

Do të vërtetojmë që $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} = k$ ($k \neq 0$).

Zgjidhje

$$\text{Shkruajmë: } \frac{\sin kx}{x} = k \frac{\sin kx}{kx}.$$

$$\text{Prandaj: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} = k \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{kx}.$$

Zëvendësojmë $kx = t$. Është e qartë që kur $x \rightarrow 0$, edhe $t \rightarrow 0$ (dhe anasjellas).

$$\text{Prandaj, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{kx} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1. \text{ Kështu, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} = k \cdot 1 = k.$$

$$\text{Në veçanti, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\frac{x}{2})}{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\frac{1}{2}x)}{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2}.$$

Shembulli 2

$$\text{Do të vërtetojmë që } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

Zgjidhje

Shumëzojmë numëruesin dhe emëruesin me shprehjen $(1 + \cos x)$,

$$\frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{x^2(1 + \cos x)} = \frac{(1 - \cos^2 x)}{x^2(1 + \cos x)} = \frac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)}.$$

$$\text{Pra, } \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{1 + \cos x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x} \quad (1).$$

$$\text{Kemi } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 + \cos x} \right) = \frac{1}{1 + \cos 0} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

Nga barazimi (1), në bazë të teoremës mbi limitin e prodhimit, shkruajmë:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}.$$

Ushtrim

$$\text{a) Duke shkruar } \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x}, \text{ vërtetoni që } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

$$\text{b) Vërtetoni që } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}, \text{ duke e shkruar } 1 - \cos x = 2 \left(\sin \frac{x}{2} \right)^2.$$

Vërejtje

Nëse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$, për gjetjen e limitit $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x)$, themi që kemi të bëjmë me “formën e pacaktuar

$0 \cdot \infty$ ”, duke nënkuptuar me këto fjalë se nuk mund të përdoren për njehsimin e limitit teorema të njohura. Shpesh, me

shndërrime të thjeshta, ne arrijmë nga forma e pacaktuar $0 \cdot \infty$, në formën e pacaktuar $\frac{0}{0}$.

Shembulli 3

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \cot x$.

Zgjidhje

$$\text{Kemi } \lim_{x \rightarrow 0} x = 0.$$

Veç kësaj, $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0$ dhe $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$, prandaj:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cot x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos x \cdot \frac{1}{\sin x} \right) = \infty \text{ (pse?).}$$

Kështu, te gjetja e limitit të $x \cdot \cot x$ kur $x \rightarrow 0$ kemi të bëjmë me formën e pacaktuar $0 \cdot \infty$.

$$\text{Shkruajmë } x \cdot \cot x = \frac{x \cos x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\frac{\sin x}{x}} \quad (2).$$

$$\text{Por } \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1 \text{ dhe } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

Nga barazimi (2), në bazë të teoremës mbi limitin e raportit, del që:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \cot x = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}} = \frac{1}{1} = 1.$$

Shembulli 4

$$\text{Të gjendet } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}.$$

Zgjidhje

Zëvendësojmë $\frac{1}{x} = t$. Del $x = \frac{1}{t}$. Është e qartë që kur $x \rightarrow +\infty$, $t \rightarrow 0$ dhe anasjellas. Kemi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \sin \frac{1}{x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \cdot \sin t = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1.$$

$$\text{Limiti } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x.$$

Dimë se $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$. Vërtetohet që edhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$.

Shembulli 5

$$\text{Të gjendet } \lim_{t \rightarrow 0^+} (1+t)^{\frac{1}{t}}.$$

Zgjidhje

Zëvendësojmë $t = \frac{1}{x}$. Vëmë re se kur $t \rightarrow 0^+$, $x \rightarrow +\infty$ dhe anasjellas. Prandaj kemi $\lim_{t \rightarrow 0^+} (1+t)^{\frac{1}{t}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në fletat shumëngjyrëshe, shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej atyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve vendos në tabelë fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësuesi, për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

$$\text{Gjeni limitet: a) } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \cot 2x; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Detyrë 2

$$\text{Tregoni se: a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (1+kx)^{\frac{1}{x}} = e^k.$$

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të gjenden limitet: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{2x}\right)^x$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^x$.

2. Të gjenden limitet: a) $\lim_{t \rightarrow 0^+} (1+at)^{\frac{1}{t}}$; b) $\lim_{t \rightarrow 0^+} (1-3x)^{\frac{1}{x}}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përvetëson konceptet bazë për pikën.
- Dallon format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Konstaton format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Zbaton vetitë e limitit për njehsimin e limitit të funksioneve të thjeshta.
- Interpreton limitet e njëanshme të funksioneve të ndryshme.
- Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Zbaton limitin e funksionit për gjetjen e formës analitike të asimptotave të funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: FORMAT E PACAKTUARA (vazhdim) Nr.: 9

Fjalët kyçe: funksion, limit, formë e pacaktuar

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Dallon limitin e funksioneve të formave të pacaktuara.
- Cakton limitin e funksioneve të formave të pacaktuara.
- Shpjegon limitin e funksioneve të formave të pacaktuara.
- Zgjidh limitin e funksioneve të formave të pacaktuara.

Kriteret e suksesit:

- Cakton vlerën e limitit kur $x \rightarrow \pm\infty$ për funksionin $f(x) = \frac{8x^3 - 2x^2 + 5x - 1}{4x^3 - x + 6}$
- Llogarit limitet e funksionit duke u bazuar në format e pacaktuara.
- Shpjego se limiti i $\frac{\cot gx}{\cot g2x}$ kur $x \rightarrow 0$, paraqet formën e pacaktuar $\frac{\infty}{\infty}$.
- Llogarit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot gx}{\cot g2x}$.
- Interpreton se $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x}) = \frac{1}{2}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Gjeometri
(Matjet e sipërfaqeve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

$$\text{Gjeni } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^3 - 2x^2 + 5x - 1}{4x^3 - x + 6}.$$

Mësimdhënësi shpërndan detyrën para nxënësve dhe ata punojnë në mënyrë individuale, duke e zgjidhur detyrën në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që kanë marrë gjatë leximit.

Forma e pacaktuar $\frac{\infty}{\infty}$

Nëse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$, kur kërkojmë limitin e funksionit $\frac{f}{g}$ kur $x \rightarrow a$, themi se kemi të bëjmë “me formën e

pacaktuar $\frac{\infty}{\infty}$ ”.

Kemi shqyrtuar raste të tilla, p.sh. kur kemi gjetur limitin e raportit të dy polinomeve, kur $x \rightarrow +\infty$ ($x \rightarrow -\infty$) që, siç dihet, gjendet si limit i raportit të kufizave me fuqi më të lartë të tyre.

Shembulli 1

$$\text{Kemi } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - x^2 + 3x - 5}{4x^3 - 3x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Shembulli 2

$$\text{Të gjendet } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 + 4x - 1} + x}.$$

Zgjidhje

$$\text{Kemi } \lim_{x \rightarrow +\infty} (4x - 1) = +\infty.$$

$$\text{Veç kësaj, } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 4x - 1) = +\infty.$$

$$\text{Prandaj, edhe } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x - 1} = +\infty \text{ dhe } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x - 1} + x) = +\infty.$$

(kemi shumë e dy p.m.m. me shenjë +).

Kemi të bëjmë, pra, me formën e pacaktuar $\frac{\infty}{\infty}$.

Pjesëtojmë numëruesin dhe emëruesin me fuqinë më të lartë të x që vërehet në ta, d.m.th. me x .

Kemi:

$$\frac{4x-1}{\sqrt{x^2+4x-1}+x} = \frac{\frac{4x-1}{x}}{\frac{\sqrt{x^2+4x-1}}{x} + \frac{x}{x}} = \frac{4-\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2+4x-1}{x^2}} + 1} = \frac{4-\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}} + 1}.$$

(Kemi shkruar $\sqrt{x^2} = |x| = x$, sepse $x \rightarrow +\infty$, pra $x > 0$.)

$$\text{Tani, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(4 - \frac{1}{x}\right) = 4; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = 1; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}} = \sqrt{1} = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}} + 1\right) = 1 + 1 = 2.$$

Duke përdorur teoremën mbi limitin e raportit, shkruajmë:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{4}{2}. \text{ Prandaj, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x-1}{\sqrt{x^2+4x-1}+x} = 2.$$

Forma e pacaktuar $\infty - \infty$

Nëse $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$, kur kërkojmë limitin e funksionit $f(x) - g(x)$, kur $x \rightarrow a$, themi se kemi të bëjmë “me formën e pacaktuar $\infty - \infty$ ” (kemi shumë e dy p.m.m. me shenja të kundërta).

Shembulli 3

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+4x-1} - x)$.

Zgjidhje

Kemi $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+4x-1} = +\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$, pra, kemi të bëjmë me formën e pacaktuar $\infty - \infty$.

Kalojmë rrënjën nga numëruesi i thyesës në emëruesin e saj duke shumëzuar dhe pjesëtuar me të konjuguarën e shprehjes. Më tej, përpiqemi të bëjmë thjeshtime me fuqi të x . Kemi:

$$\begin{aligned} (\sqrt{x^2+4x-1} - x) &= \frac{(\sqrt{x^2+4x-1} - x)(\sqrt{x^2+4x-1} + x)}{\sqrt{x^2+4x-1} + x} = \\ &= \frac{(\sqrt{x^2+4x-1})^2 - x^2}{\sqrt{x^2+4x-1} + x} = \frac{x^2+4x-1-x^2}{\sqrt{x^2+4x-1} + x} = \frac{4x-1}{\sqrt{x^2+4x-1} + x}. \end{aligned}$$

Te shembulli 2, gjetëm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x-1}{\sqrt{x^2+4x-1}+x} = 2$.

Prandaj, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+4x-1} - x) = 2$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimitdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Detyrë 1

Tregoni që limiti i $\frac{\cot gx}{\cot g2x}$ kur $x \rightarrow 0$, paraqet formën e pacaktuar $\frac{\infty}{\infty}$ dhe gjeni këtë limit.

Detyrë 2

Tregoni që $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x}) = \frac{1}{2}$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni limitet: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2 + 5}{6x - 2} - \frac{x^2}{2x - 1} \right)$.

2. Gjeni limitet: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x + 3} - 2x)$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - \sqrt{9x^2 - 4x + 5})$.

3. Gjeni limitet:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 1} - \sqrt{x^2 + 3x - 5})$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 2x})$.

4. Gjeni limitet: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 7}{\sqrt{x^2 + 1} + 3x}$; b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - 3x}{\sqrt{4x^2 + x} + x}$.

5. Gjeni limitet: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 5} - 2x}$; b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 3x}{x - \sqrt{x^2 + 7x}}$.

Udhëzim. Kur $x \rightarrow -\infty$, kemi $x < 0$. Prandaj, $\sqrt{x^2} = -x$ (sepse $\sqrt{x^2} = |x|$).

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimitdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

LIMITET E FUNKSIONEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Dallon format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Konstaton format e pacaktuara të limiteve të funksioneve.
- Zbaton vetitë e limitit për njehsimin e limitit të funksioneve të thjeshta.
- Interpreton limitet e njëanshme të funksioneve të ndryshme.
- Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Zbaton limitin e funksionit për gjetjen e formës analitike të asimptotave të funksionit.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për njehsimin e limitit të funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2,5,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 3; 2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES
MATEMATIKËS- 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË
MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: PërsëritjeNjësia mësimore: USHTRIME PËR PËRPUNIMIN E NJOHURIVE Nr.: 10

Fjalët kyçe: funksion, limit, bashkësia e përcaktimit, grafik, teoremë, formë e pacaktuar, asimptota horizontale, asimptota vertikale

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Përcakton limitin e funksionit.
- Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Zbaton limitin e funksionit për gjetjen e formës analitike të asimptotave të funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Shpjegon mënyrën e zgjidhjes së limitit të funksionit $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^2-a^2}$.
- Llogarit vlerën e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$ për rastet $2x = t$ dhe $1-\cos 2x = 2\sin^2 x$.
- Cakton vlerën e limiteve të funksioneve të dhëna duke u bazuar në limitet karakteristike.
- Për funksionet $y = \frac{x^2+4}{x^2-1}$; $y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{2x-8}}$ përcakton asimptotat horizontale dhe asimptotat vertikale.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi, materiale ndihmëse

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi
(Reaksionet kimike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Këndet

R Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Një nxënës, për të gjetur $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^2-a^2}$, veproi kështu:

Shkroi $\frac{x-a}{x^2-a^2} = \frac{x-a}{(x-a)(x+a)}$. Pasi thjeshtoi me $(x-a)$, gjeti $\frac{1}{x+a}$ dhe nxori përfundimin:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^2-a^2} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x+a} = \frac{1}{2a}.$$

A ka vepruar drejt? Mos duhen dalluar dy raste?

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Realizim/Pjesa kryesore

Ky aktivitet është shumë i dobishëm kur mësimdhënësi dëshiron të theksojë faktin se jo të gjithë në klasë kanë pikëpamje të njëjta ose që ka disa zgjidhje për disa probleme. Kjo metodë mësimore lejon nxënësit që zakonisht nuk komunikojnë në klasë, të aktivizohen dhe të komunikojnë me shokët.

Organizimi i nxënësve bëhet në këtë mënyrë:

Në katër këndet e klasës vendosim etiketat me detyrat e caktuara varësisht prej numrit të nxënësve (pra nr. i etiketave të ngjashme për secilën detyrë). Mësimdhënësi prezanton para nxënësve llojet e detyrave të vendosura në katër këndet e klasës dhe u jep një kohë të caktuar nxënësve për të menduar në lidhje me to. Pastaj kërkohet prej tyre që të bëjnë përzgjedhjen e detyrave të dhëna (secili nga një etiketë). Pasi nxënësit bëjnë zgjedhjen e tyre, kërkohet prej tyre që prapa etiketave të përzgjedhura të japin mendimet e tyre në lidhje me detyrat e caktuara. Pasi i zgjidhin detyrat, ata udhëzohen të drejtohen te këndet nga i kanë përzgjedhur detyrat. Te këndet ata bashkohen në grupe me anëtarët, d.m.th. secili kënd i klasës do të ketë grupe me nxënës, që ndajnë detyrat e ngjashme dhe diskutojnë në lidhje me përzgjedhjen e bërë. Pas një diskutimi të shkurtër, nxënësit thirren në mënyrë të rastësishme, pra nga një nxënës që prezanton grupin përkatës, për të dhënë një deklaratë të thjeshtë, e cila mbështet zgjedhjen e tyre.

Shembulli 1

Gjeni në dy mënyra $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$:

a) duke zëvendësuar $2x = t$;

b) duke zëvendësuar $1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$.

Shembulli 2

Është dhënë funksioni $f: y = \frac{2x^2 - 2}{x + 1}$.

a) Gjeni bashkësinë e përcaktimit dhe ndërttoni grafikun e funksionit.

b) Përcaktoni grafikisht limitin ℓ të funksionit, kur $x \rightarrow -1$.

c) Vërtetoni sipas përkufizimit të limitit që $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \ell$.

d) Gjeni $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2x^2-2}$.

Shembulli 3

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2 + \cos x}}{x \sin x}$.

Zgjidhje

Numëruesi dhe emëruesi kanë limit zero, kur $x \rightarrow 0$. Kemi pra formën e pacaktuar $\frac{0}{0}$. Zhdukim rrënjën nga numëruesi, duke

shumëzuar gjymtyrët e thyesës me $(\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x})$.

$$\text{Kemi } \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2 + \cos x}}{x \sin x} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2 + \cos x})(\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x})}{x \sin x (\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x})} =$$

$$\frac{3 - (2 + \cos x)}{x \sin x (\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x})} = \frac{1 - \cos x}{x \sin x (\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x})} = \frac{1 - \cos x}{x^2} \cdot \frac{x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x}} \quad (*)$$

$$\text{Kemi } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x}) = \sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos 0} = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Prandaj, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2 + \cos x}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{Në bazë të teoremës mbi limitin e prodhimit, nga barazimi (*) kemi: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2 + \cos x}}{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{4\sqrt{3}}.$$

Shembulli 4

Të gjendet $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$.

Zgjidhje

Bëjmë zëvendësimin $x - a = t$, d.m.th. $x = t + a$, kur $x \rightarrow a$, $t \rightarrow 0$. Atëherë,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(t + a) - \sin a}{t}.$$

$$\text{Por } \frac{\sin(a + t) - \sin a}{t} = \frac{2 \sin(a + \frac{t}{2}) \sin \frac{t}{2}}{t} = 2 \sin(a + \frac{t}{2}) \frac{\sin \frac{t}{2}}{t}.$$

$$\text{Kemi } \lim_{t \rightarrow 0} 2 \sin(a + \frac{t}{2}) = 2 \sin a \text{ dhe } \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{t}{2}}{t} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Prandaj, } \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(a + t) - \sin a}{t} = 2 \sin a \cdot \frac{1}{2} = \sin a.$$

$$\text{Kështu, } \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a} = \sin a.$$

Shembulli 5

Të gjenden limitet: a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x - \cos a}{x - a}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - x}$; c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri, derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë 1

Gjeni asimptotat horizontale dhe vertikale të grafikut të funksionit:

$$\text{a) } y = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 1}; \quad \text{b) } y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{2x-8}}.$$

Detyrë 2

$$\text{Gjeni limitet: a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + x - 1}}{2x + 5}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x} - x}{2x - 1}.$$

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR**Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore**

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Fusha kurrikulare: <u>MATEMATIKA</u> Lënda: <u>MATEMATIKË</u> Shkalla e kurrikulës: <u>VI</u> Klasa: <u>12</u>	
Tema (nga plani dymujor): LIMITET E FUNKSIONEVE	Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor): -Përkufizon limitin e funksionit në gjuhën $\varepsilon - \delta$ rrethinë. -Përkufizon limitet e njëanshme të funksionit dhe paraqet formën gjeometrike të tyre. -Zbaton vetitë e limitit për njehsimin e limitit të funksioneve të thjeshta. -Përvetëson disa limite karakteristike të funksioneve dhe i zbaton ato për gjetjen e limiteve të disa funksioneve të tjera. -Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme. - Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për njehsimin e limitit të funksionit.
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara): <u>I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2,5,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;</u> <u>III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;</u>	
Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara): <u>1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 3; 2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;</u>	
ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Tipi i orës: Vlerësim	
Njësia mësimore: DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 11	
Fjalët kyçe: funksion, limit, limite karakteristike, grafik, asimptota horizontale, asimptota vertikale	
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: Nxënësi/ja: Zbaton limitin e funksionit në zgjidhjen e detyrave të ndryshme.	
Kriteret e suksesit: Zgjidh detyrat e caktuara në fletat punuese.	
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese	
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Kimi Fizikë (Reaksionet kimike) (Teoria e relativitetit)	
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE	

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E** Stuhi mendimesh**R** Ditari dypjesësh**R** Ditari dypjesësh**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VAZHDUESHMËRIA E FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Dallon përkufizimin $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \ell$ dhe $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \ell$
- Arsyeton në gjuhën matematikore $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - \ell) = 0$

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 6.1 Funksionet e njëanshme Nr.:1

Fjalët kyçe: limit, vlerë, i fundmë, krahim, funksion, përkufizim, i majtë, i djathtë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon limitin e djathtë nga ai i majtë.
- Interpretin grafikisht funksionet dhe cakton limitet e njëanshme nga grafiku.
- Shqyrton asimptodat vertikale të funksionit.
- Vërteton shembuj duke u bazuar në përkufizim.

Kriteret e suksesit:

- Shqyrton nëse ka limit funksioni për $x \rightarrow 1$, si dhe e paraqit atë grafikisht $y = \begin{cases} 1-x & \text{për } x < 0 \\ 2 & \text{për } x = 0 \\ x^2 & \text{për } x > 0 \end{cases}$.
- Analizon nëse janë të barabarta limitet e njëanshme për funksionin: $y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \neq 0 \\ 1 & \text{për } x = 0 \end{cases}$.
- Cakton asimptodat për funksionin $y = \frac{1}{x-2}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT / FORMAT E PUNËS E Bashkëbisedim R Leksion i përparuar R Diskutim në çift
FAZAT E ORËS Evokim/Pjesa hyrëse Detyrë: Shqyrto funksionin: $y = \begin{cases} 1-x & \text{për } x < 0 \\ 2 & \text{për } x = 0, \\ x^2 & \text{për } x > 0 \end{cases}$ Si do të duket grafiku i funksionit të dhënë? Nga figura e fituar, trego nëse ka limit në pikën $x \rightarrow 1$? Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme. Realizim/Pjesa kryesore Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimmshënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe nga ata kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja. Përkufizim 1 Numri ℓ quhet <i>limit i djathtë</i> i funksionit f, kur $x \rightarrow a$, nëse diferenca $f(x) - \ell$ bëhet sa të duam ne e vogël, me kusht që të shqyrtohen vlera të $x > a$ mjaft afër a. Më saktë, numri ℓ quhet limit i djathtë i funksionit f, kur $x \rightarrow a$, nëse sidoqoftë një numër pozitiv ε, gjejmë një numër pozitiv r, të tillë që për $x \in]a, a+r[$, të kemi $f(x) - \ell < \varepsilon$. Shënohet $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \ell$. Le të kemi një funksion f, të përcaktuar në $[c, a]$. Përkufizim 2 Numri ℓ quhet <i>limit i majtë</i> i funksionit f, kur $x \rightarrow a$, nëse diferenca $f(x) - \ell$ bëhet sa të duam ne e vogël, nëse zgjidhen vlera të $x < a$ mjaft afër a.



Më saktë, numri ℓ quhet limit i majtë i funksionit f , kur $x \rightarrow a$, nëse sidoqoftë numri $\varepsilon > 0$, gjejmë një numër pozitiv r , të tillë që për $x \in]a-r, a[$, të kemi $|f(x) - \ell| < \varepsilon$.

Shënojmë $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \ell$.

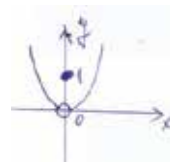
Limiti i djathtë dhe limiti i majtë, kur $x \rightarrow a$, quhen me një emër **limite të njëanshme**, kur $x \rightarrow a$.

Përfundim: Funksioni f ka limit ℓ kur $x \rightarrow a$, atëherë dhe vetëm atëherë kur limitet e njëanshme të këtij funksioni, kur $x \rightarrow a$, ekzistojnë dhe janë të dyja të barabarta me ℓ .

Detyrë

Për funksionin $f: y = \begin{cases} \sin x & \text{për } x \geq \pi \\ \cos x & \text{për } x < \pi \end{cases}$ kemi

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \sin x = \sin \pi = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \cos x = \cos \pi = -1.$$



Detyrë

Shqyrtojmë funksionin $f: y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \neq 0 \\ 1 & \text{për } x = 0 \end{cases}$, grafiku i të cilit është dhënë në figurën

Ky funksion ka limit kur $x \rightarrow 0$; $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

Duket qartë që ky funksion ka edhe limite të njëanshme kur $x \rightarrow 0$, dhe këto janë gjithashtu 0. Pra:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = 0 \text{ dhe } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 = 0.$$

Detyrë

Të gjendet asimptota vertikale e grafikut të funksionit $f: y = \frac{1}{x-2}$.

Zgjidhje

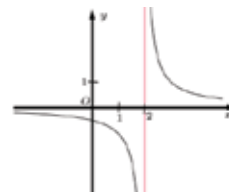
Emëruesi i këtij funksioni racional thyesor bëhet 0 kur $x = 2$. Shohim limitet e njëanshme të funksionit kur $x \rightarrow 2$.

Kur $x \rightarrow 2^+$, kemi $x > 2$, pra $(x-2) > 0$ dhe $(x-2) \rightarrow 0^+$.

Prandaj, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} = +\infty$ (inversi i një p.m.v. është p.m.m.).

Kur $x \rightarrow 2^-$, kemi $x < 2$, pra $(x-2) < 0$ dhe $(x-2) \rightarrow 0^-$.

Prandaj $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} = -\infty$. Drejtëza $x = 2$ është asimptotë vertikale e grafikut të funksionit.



Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Gjeni numrin a që funksioni $f: y = \begin{cases} -x^2 & \text{për } x \geq 2 \\ ax & \text{për } x < 2 \end{cases}$ të ketë limit kur $x \rightarrow 2$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni limitet e njëanshme të funksionit, kur $x \rightarrow 0$:

$$a) y = \begin{cases} \sin x + \cos x & \text{për } x \geq 0 \\ 2x + 1 & \text{për } x < 0 \end{cases}; \quad b) y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \geq 0 \\ 1 - x & \text{për } x < 0 \end{cases}; \quad c) y = \begin{cases} \ln(x+1) & \text{për } x \geq 0 \\ 2^x & \text{për } x < 0 \end{cases}.$$

2. Gjeni vlerën e a që funksioni i mëposhtëm të ketë limit kur $x \rightarrow 1$:

$$a) y = \begin{cases} 2x - 4 & \text{për } x \geq 1 \\ ax & \text{për } x < 1 \end{cases}; \quad b) y = \begin{cases} ax^2 & \text{për } x \geq 1 \\ \sqrt[3]{x} & \text{për } x < 1 \end{cases}.$$

3. Gjeni asimptotat vertikale të grafikut të funksionit:

$$a) y = \frac{5}{2x-6}; \quad b) y = \frac{x}{x-1}; \quad c) y = \frac{1}{x^2-1}.$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VAZHUESHMËRIA E FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Ka përfytyrime konkrete për vazhdueshmërinë e funksionit dhe pikat e shkëputjes së funksionit.
- Përvetëson vetitë e funksioneve të vazhdueshme.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2.3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 6.2 Përkufizimi i funksionit të vazhdueshëm Nr.:2

Fjalët kyçe: funksion, limit, i vazhdueshëm, pikë, shkëputje, grafik

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Kupton përkufizimin për funksionet e vazhdueshme.
- Shqyrton vazhdueshmërinë e funksioneve nëpër pika.
- Vërteton shembuj duke u bazuar në përkufizim.

Kriteret e suksesit:

- Me përkufizim, shqyrton vazhdueshmërinë për funksionin $y = x^2 + 1$ në pikën $x = 0$
- Vërteton përse funksioni $y = \frac{x}{x-3}$ ka shkëputje në pikën $x = 3$
- Ilustron grafikisht vazhdueshmërinë dhe pikat e shkëputjes së funksionit $y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{për } x > 0 \end{cases}$ në pikën $x = 0$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
Kimi
Inxhinieri

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

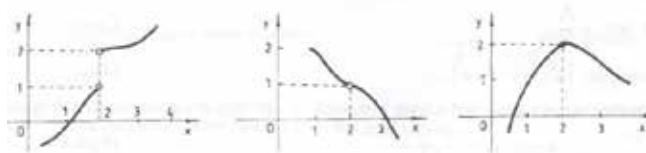
Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT FORMAT E PUNËS

E Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyçeR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë: Në figurë janë dhënë grafikët për tri funksionet numërike, për secilin nga ta jep përgjigje:

- A është i përcaktuar funksioni në pikën $x = 2$?
- A ekziston limiti i funksionit, kur $x \rightarrow 2$?
- A është i barabartë ky limit me vlerën e funksionit në pikën $x = 2$?
- A ka këputje grafiku i funksionit në pikën $x = 2$?

Caktohen katër terma (fjalë) që përdoren më së shumti gjatë mësimit si fjalë kyçe. Nga këto fjalë-pyetje, nxënësit për 5 minuta nxjerrin një zgjidhje me kuptim, ku përfshihen këto terma. Më pas, nxënësit në dyshe shkëmbejnë idetë e zgjidhura, disa nga nxënësit mund edhe t'i komentojnë përgjigjet e tyre me kërkesë të mësimitdhënësit.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimitdhënësi i udhëzon që t'i tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimit) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Përkufizim 1: Funksioni f quhet i vazhdueshëm në pikën a në qoftë se ekziston limiti i tij, kur $x \rightarrow a$, dhe është i barabartë me $f(a)$.

$$[f \text{ i vazhdueshëm në pikën } a] \Leftrightarrow [\text{ekziston } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)].$$

Përkufizim 2: Funksioni $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ quhet i vazhdueshëm në pikën $a \in (a, b)$ nëse:

- funksioni f të jetë i përcaktuar në pikën a ;
- të ekzistojë $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$;
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ të jetë i barabartë me $f(a)$ (d.m.th. me vlerën e funksionit në pikën a).

Pika në të cilën funksioni nuk është i vazhdueshëm, quhet *pikë këputjeje* e funksionit.

Detyrë

Të shqyrtohet vazhdueshmëria e funksionit $y = x^2 + 1$ në pikën $x = 0$

Zgjidhje

- funksioni f është i përcaktuar në këtë pikë: $f(0) = 0^2 + 1 = 1$;

2. ekziston $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 1) = 0^2 + 1 = 1$;

3. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$.

Po qe se vizatojmë grafikun, vërejmë se ai nuk ka këputje në pikën $x = 0$.

Detyrë

A do të jetë funksioni $y = \frac{x}{x-3}$ i vazhdueshëm në pikën $x = 3$?

Zgjidhje

1. Funksioni f nuk është i përcaktuar në pikën $x=3$, sepse $f(3) = \frac{3}{3-3} = \infty$.

2. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x-3} = \frac{3}{3-3} = \infty$.

3. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$.

Detyrë

Shqyrtojmë nëse është i vazhdueshëm funksioni:

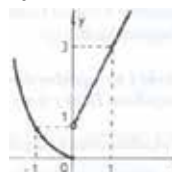
$$y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{për } x > 0 \end{cases} \text{ në pikën } x = 0.$$

1. Funksioni është i përcaktuar për $x = 0$ dhe $f(0) = 0^2 = 0$.

2. Funksioni nuk ka limit, kur $x \rightarrow 0$, sepse limitet e njëanshme në pikën $x = 0$ nuk janë të barabarta.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x+1) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2) = 0^2 = 0$$



Pika $x = 0$ është pikë këputje e këtij funksioni

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Është dhënë funksioni $f: y = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{për } x \neq 2 \\ 3 & \text{për } x = 2 \end{cases}$.

a) A është i vazhdueshëm ky funksion në pikën $x = 2$?

b) A është i vazhdueshëm ky funksion në një pikë $x \neq 2$?

Vërtetohet që, për funksionin e vazhdueshëm në pikën a , ndryshesave pambarimisht të vogla të vlerës së x , u përgjigjen ndryshesa pambarimisht të vogla të vlerës së funksionit.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Tregoni që funksioni $y = x^3$ është i vazhdueshëm në pikën:

a) $x = 1$; b) $x = a$; c) $y = x^2 - 1$; d) $y = \sin x$; e) $y = \frac{x}{x^2+1}$.

2. Gjeni pikat e këputjes së funksioneve të mëposhtme:

$$\text{a) } y = \frac{2x}{x-5}; \quad \text{b) } y = \frac{1}{x^2-3x+2}; \quad \text{c) } y = y = \frac{\sin^2 x}{x}; \quad \text{d) } y = \sqrt{x}.$$

3. Për funksionin e mëposhtëm, skiconi grafikun dhe shqyrtoni vazhdueshmërinë në pikën $x = 1$.

$$\text{a) } y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{për } x \leq 1 \\ x^2 + 1 & \text{për } x > 1 \end{cases}; \quad \text{b) } y = \begin{cases} e^x & \text{për } x > 1 \\ ex & \text{për } x \leq 1 \end{cases}; \quad \text{c) } y = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{për } x \geq 1 \\ \ln x + 1 & \text{për } x < 1 \end{cases}.$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VAZHDESHMËRIA FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Përvetëson veprimet me funksionet e vazhdueshme.
 -Nga teorema e limitit të funksionit njëson vazhdueshmërinë e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 6.3 Veprime me funksionet e vazhdueshme Nr.:3

Fjalët kyçe: funksion, i vazhdueshëm, limit, shumë, ndryshim, diferencë, prodhim, herës

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremat për funksionet e vazhdueshme.
- Shqyrton vazhdueshmërinë e funksioneve nëpër pika.
- Duke u bazuar në përkufizim, njëson limitet e funksioneve të vazhdueshme.

Kriteret e suksesit:

- Nga teorema 4 njëso vazhdueshmërinë e funksionit $y = \sqrt{\sin x}$
- Zbato teoremat 1,2,3 në shembujt a) $y = x^2 + \sqrt{x}$; b) $y = (x^2 - 1) \cdot \sqrt{x}$; c) $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 4}$.
- Duke u bazuar në rregullën $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f[\lim_{x \rightarrow a} x]$, njëso $\lim_{x \rightarrow \pi^2} \sin(\sqrt{x})$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
 Kimi
 Biologji

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Leksion i përparuar****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Dihet që funksionet $y = x^2 + 1$ dhe $y = \sin x$ janë të vazhdueshme në pikën $x = 0$. Ç'mund të thoni për vazhdueshmërinë në këtë pikë të funksioneve:

$$\text{a) } y = (x^2 + 1) + \sin x; \quad \text{b) } y = (x^2 + 1) \cdot \sin x; \quad \text{c) } y = \frac{\sin x}{x^2 + 1}; \quad \text{d) } y = \frac{x^2 + 1}{\sin x}.$$

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimpldhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm vërejmë se:

Teoremë 1

Në qoftë se funksionet f, g janë të vazhdueshme në pikën a , atëherë edhe funksioni $s = f + g$ është i vazhdueshëm në pikën a .

Teoremë 2

Nëse funksionet f, g janë të vazhdueshme në pikën a , atëherë edhe funksioni $p = f \cdot g$ është i vazhdueshëm në pikën a .

Teoremë 3

Nëse funksionet f, g janë të vazhdueshme në pikën a dhe $g(a) \neq 0$, atëherë edhe funksioni $h = \frac{f}{g}$ është i vazhdueshëm në pikën a .

Teoremë 4

Në qoftë se funksioni $g: u = g(x)$ është i vazhdueshëm në pikën a dhe funksioni $f: y = f(u)$ është i vazhdueshëm në pikën $u_1 = g(a)$, atëherë edhe funksioni i përbërë $f \circ g$ është i vazhdueshëm në pikën a .

Detyrë

Të shqyrtohet vazhdueshmëria e funksionit $y = \sqrt{\sin x}$

Zgjidhje

Funksioni $y = \sqrt{\sin x}$ mund të shkruhet si përbërje e dy funksioneve $g: u = \sin x$ dhe $f: y = \sqrt{u}$. Meqenëse funksioni $u = \sin x$ është i vazhdueshëm në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ dhe funksioni $y = \sqrt{u}$ është i vazhdueshëm në çdo pikë $u \geq 0$, del që funksioni i përbërë $y = \sqrt{\sin x}$ është i vazhdueshëm në çdo pikë x , ku $\sin x \geq 0$.

Detyrë

Duke u bazuar në rregullën $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f[\lim_{x \rightarrow a} x]$, njëso $\lim_{x \rightarrow \pi^2} \sin(\sqrt{x})$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Tregoni që funksioni $y = x^2 + \sqrt{x}$ është i vazhdueshëm në pikën $x = 1$:

Detyrë

Gjeni limitet:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 + 1}$; b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \sqrt{2 \sin x}$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimpldhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimpldhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Tregoni që funksionet e mëposhtme janë të vazhdueshme në pikën $x = 1$:

a) $y = x^2 + \sqrt{x}$; b) $y = (x^2 - 1) \cdot \sqrt{x}$; c) $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 4}$.

2. Tregoni që funksionet e mëposhtme janë të vazhdueshme në pikat e treguara:

a) $y = \sin(2x - 4)$; $a = 2$; b) $y = 2 \cdot \sin(\sqrt{x})$; $a = 0$; c) $y = \sqrt{\sin x + 1}$; $a = 0$.

3. Gjeni limitet e mëposhtme:

a) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x + 4}$; b) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\sin(x^2 - 9)}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \sin(x^2 - 3x + 2)$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VAZHdueshmëria e funksionit

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Dallon funksionet e zakonshme.
- Cakton intervalin, ku funksioni f është i vazhdueshëm.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 6.4 Vazhdueshmëria e funksioneve të zakonshme Nr.:4

Fjalët kyçe: funksion, i vazhdueshëm, interval, konstant, fuqi, eksponencial, logaritmik, trigonometrik

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Koncepton bashkësinë e përcaktimit për funksionet e vazhdueshme.
- Dallon funksionet e zakonshme.
- Cakton bashkësinë ku funksioni f është i vazhdueshëm.

Kriteret e suksesit:

- Klasifikon funksionet e mëposhtme si të zakonshme dhe jo të zakonshme:

$$1) y = 2^{\cos x}; 2) y = \sqrt{\sin x}; 3) y = \frac{x^2+1}{\cos 2x}; 4) y = x + \sin(x^2 - 4) + \ln(\operatorname{tg} x); 5) y = \begin{cases} 1 & \text{për } x \geq 0 \\ x & \text{për } x < 0 \end{cases}.$$

- Cakton bashkësinë ku funksioni $y = \sqrt{1 - \log_{0,2} x} + \sqrt[3]{x-1}$ është i vazhdueshëm.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT / FORMAT E PUNËS

E BashkëbisedimR Di/Dua të di/MësovaR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Shikon funksionet e mëposhtme:

A janë funksionet të vazhdueshme në secilën pikë të bashkësisë së tyre të përcaktimit?

Me sa do të jetë vlera e limitit të tyre në atë pikë?

- *funksioni konstant* $y = c$, ku c – numër real;

- *funksioni fuqi* $y = x^\alpha$, ku α – numër real;

- *funksioni eksponencial* $y = a^x$, ku $0 < a \neq 1$;

- *funksioni logaritmik* $y = \log_a x$, ku $0 < a \neq 1$;

- *funksionet trigonometrike* $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$;

- *funksioni* $y = |x|$.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me pyetjet e parashtruara, duke iu përgjigjur pyetjeve, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë, nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri për atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur dhe dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit i kanë marrë gjatë leximit.

Përkufizim: Funksion i zakonshëm quhet çdo funksion numerik, që mund të jepet me një formulë të vetme të trajtës $y = f(x)$, të marrë duke kryer një numër të fundmë veprimesh aritmetike (mbledhje, zbritje, shumëzim, pjesëtim) dhe një numër të fundmë veprimesh të marrjes së përbërjes së funksioneve, prej funksioneve të mësipërme.

Detyrë

Funksionet e dhëna, i klasifikon si funksione të zakonshme dhe jo të zakonshme:

$$1) y = 2^{\cos x}; \quad 2) y = \sqrt{\sin x}; \quad 3) y = \frac{x^2+1}{\cos 2x}; \quad 4) y = x + \sin(x^2 - 4) + \ln(\operatorname{tg} x); \quad 5) y = \begin{cases} 1 & \text{për } x \geq 0 \\ x & \text{për } x < 0 \end{cases}.$$

Shohim se katër funksionet e para janë të zakonshme, ndërsa funksioni i katërt jo i zakonshëm.

Përfundim: Bashkësia ku funksioni i zakonshëm është i vazhdueshëm, është bashkësia e përcaktimit të tij.

Detyrë

Të gjendet bashkësia ku është i vazhdueshëm funksioni f :

$$y = \sqrt{1 - \log_{0,2} x} + \sqrt[5]{x-1} + \cos x.$$

Zgjidhje

Bashkësia ku ky funksion është i vazhdueshëm është bashkësia e përcaktimit të tij, sepse funksioni është i zakonshëm. Nga ana e vet, bashkësia e përcaktimit është bashkësia e vlerave të x , që plotësojnë kushtet:

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1 - \log_{0,2} x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{0,2} x < \log_{0,2} 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow (x > 0,2).$$

Pra, bashkësia ku funksioni është i vazhdueshëm, është intervali $[\frac{2}{10}, +\infty]$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

1. Cilat nga funksionet e mëposhtme janë funksione të zakonshme:

$$a) y = \sqrt[3]{x^4}; \quad b) y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \leq 1 \\ -x^2 & \text{për } x > 1 \end{cases}; \quad c) y = \ln(\operatorname{tg} 2x) + \sqrt{x} ?$$

2. Është dhënë funksioni $f: y = \frac{\sin x}{x} + e^x + \ln(2 + \cos x)$.

- Gjeni bashkësinë e përcaktimit.
- Tregoni që funksioni është i vazhdueshëm në çdo pikë të bashkësisë së përcaktimit.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni bashkësinë ku është i vazhdueshëm funksioni:

$$a) y = \frac{1}{x^2 - 25}; \quad b) y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}; \quad c) y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}; \quad d) y = \sqrt{3 - 2^x}; \quad e) y = \sqrt{2 - \log_3 x}.$$

2. Gjeni pikat e këputjes së funksionit:

$$a) y = \begin{cases} e^x & \text{për } x \geq 0 \\ \sin 2x & \text{për } x < 0 \end{cases}; \quad b) y = \begin{cases} \ln(x-1) & \text{për } x > 1 \\ \sqrt[3]{x} & \text{për } x \leq 1 \end{cases}.$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VAZHDUESHMËRIA E FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Vërteton se funksionet elementare janë të vazhdueshme në intervalin e përkufizimit.
- Kupton nëpërmjet grafikut rrënjën për funksionin e vazhdueshëm brenda intervalit të dhënë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 6.5 Vetë të funksioneve të vazhdueshme në segment Nr.: 5

Fjalët kyçe: funksion, interval, i vazhdueshëm, rrënjë, grafik, maksimum, minimum

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremat e funksioneve të vazhdueshme në segment.
- Njësion shembuj duke u mbështetur në teoremë.
- Ilustron grafikisht vazhdueshmërinë e funksioneve brenda intervalit të dhënë.

Kriteret e suksesit:

- Tregon që ekuacioni $2^x = 4 - x$ ka të paktën një rrënjë në intervalin $[1, 2]$.
- Cakton vlerat e x për të cilat $f(x) = 0$, për $y = \sqrt{1+x^2} - 2x$.
- Argumenton që funksioni i vazhdueshëm brenda intervalit ka një rrënjë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë, Kimi, Biologji

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT FORMAT E PUNËS

EStuhi mendimesh

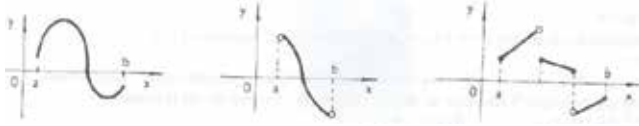
R Leksion i përparuar

R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Në figurë janë paraqitur grafikët e tri funksioneve numerike.



- Tregoni se cili funksion është i vazhdueshëm në bashkësinë e tij të përcaktimit dhe cili jo.
- Cili nga funksionet arrin vlerën e tij më të madhe; më të vogël?
- Nxjerr një përfundim për vlerën maksimale dhe minimale për funksionet e dhëna.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësuesi i udhëzon që t'u tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimit) dhe ta plotësojnë me ide të reja.

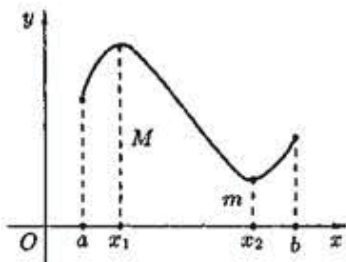
Nga shqyrtimet e nxënësve në lidhje me grafikët e dhënë, nxjerrim teoremën:

Teoremë 1

Në qoftë se funksioni $f(x)$ është i vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$, atëherë ai merr në këtë segment vlerën e tij më të madhe dhe vlerën e tij më të vogël.

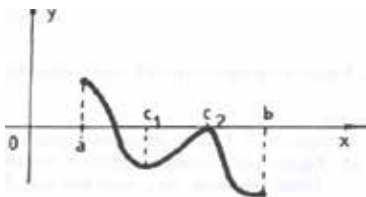
Kjo do të thotë se ekzistojnë të paktën dy pika c_1, c_2 të segmentit $[a, b]$, të tilla që $f(c_1) = M$ dhe $f(c_2) = m$, d.m.th.:

$f(c_1) \geq f(x)$ për çdo $x \in [a, b]$ $f(c_2) \leq f(x)$ për çdo $x \in [a, b]$



Teoremë 2

Në qoftë se funksioni $f(x)$ është i vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$ dhe në skajet e këtij segmenti merr vlera me shenja të kundërta, $f(a)f(b) < 0$, atëherë ekziston të paktën një pikë $c \in [a, b]$, në të cilën funksioni ka vlerën zero $f(c) = 0$.



Detyrë

Të tregohet që ekuacioni $2^x = 4 - x$ ka të paktën një rrënjë në intervalin $[1, 2]$.

Zgjidhje

Shqyrtojmë funksionin $f: y = 2^x - (4 - x)$ në segmentin $[1, 2]$. Ky funksion është i vazhdueshëm në këtë segment dhe merr në skajet e segmentit vlera me shenja të kundërta.

$$f(1) = 2^1 - (4 - 1) = -1 < 0; \quad f(2) = 2^2 - (4 - 2) = 2 > 0.$$

Në bazë të teoremës 2, ekziston të paktën një pikë c e intervalit $[1, 2]$ ku $f(x) = 0$, d.m.th. ku $2^x - (4 - x) = 0$. Kjo do të thotë që ekuacioni $2^x - (4 - x) = 0$ ka të paktën një rrënjë në $[1, 2]$.

Detyrë

Është dhënë funksioni $f: y = \sqrt{1+x^2} - 2x$.

a) Tregoni që funksioni është i vazhdueshëm në $\mathbb{R}$.

b) Gjeni të gjitha vlerat e x për të cilat $f(x) = 0$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Duke përdorur teoremën 2, tregoni që ekuacioni $2x^3 + x^2 - x - 4 = 0$ ka të paktën një rrënjë në $[1, 2]$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Tregoni se ekuacioni i mëposhtëm ka të paktën një rrënjë në segmentin e dhënë:

a) $x^3 + x - 3 = 0$, $x \in [1; 2]$; b) $3^x + x = 5$, $x \in [1, 2]$; c) $\ln x + 1 = x$, $x \in [\frac{1}{2}, \frac{e}{2}]$

d) $x^3 + \sin x = 1$, $x \in [0, \pi]$; e) $2\sin x + 3\cos x = 0$, $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VAZHDESHMËRIA E FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Ka përfytyrime konkrete për vazhdueshmërinë e funksionit dhe pikat e shkëputjes së tij.
- Dallon funksionet e zakonshme.
- Kupton nëpërmjet grafikut rrënjën për funksionin e vazhdueshëm brenda intervalit të dhënë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Ushtime (Përsëritje)Njësia mësimore: 6.6 USHTRIME PËR PËRSËRITJE Nr.: 6

Fjalët kyçe: funksion, interval, i vazhdueshëm, rrënjë, grafik, maksimum, minimum, limit

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremat e funksioneve të vazhdueshme në segment.
- Ilustron grafikisht vazhdueshmërinë e funksioneve brenda intervalit të dhënë.
- Koncepton bashkësinë e përcaktimit për funksionet e vazhdueshme.
- Dallon funksionet e zakonshme.
- Cakton bashkësinë ku funksioni f është i vazhdueshëm.
- Dallon limitin e djathtë nga ai i majtë.

Kriteret e suksesit:

- Studion shenjën e funksionit $y = \sqrt{2x-1} - x + 2$.
- Cakton vazhdueshmërinë për funksionin $y = \begin{cases} x & \text{për } x < 1 \\ -x^2 + 4x & \text{për } 1 \leq x < 3 \\ 4 - x & \text{për } x \geq 3 \end{cases}$.
- Përcakton intervalin ku funksioni $y = \frac{3}{4-x^2} + \log(x^2 - x)$ është i vazhdueshëm.
- Vërteton që ekuacioni $x^5 - 3x = 1$ ka të paktën një rrënjë, të ndodhur në $[1, 2]$.
- Ilustron grafikisht që funksionet a) $y = x \cdot \sin \frac{\pi}{x}$; b) $y = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$ për $x=0$ kanë pikë të shkëputjes.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, materiale ndihmëse për nxënës (fleta punuese)

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike
(Dizajnimi i sistemeve kompjuterike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Këndet

R Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë 1

Për funksionin e mëposhtëm, gjeni intervalin e përcaktimit, ndërtoni grafikun dhe gjeni prej tij bashkësinë

$$\text{a) } y = \sqrt{2x-1} - x + 2; \quad \text{b) } y = \frac{3}{4-x^2} + \log(x^2 - x).$$

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në letër dhe pastaj i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësit.

Realizim/Pjesa kryesore

Ky aktivitet është shumë i dobishëm kur mësimdhënësi dëshiron të theksojë faktin se jo të gjithë në klasë kanë pikëpamje të njëjta ose që ka disa zgjidhje për disa probleme. Kjo metodë mësimore lejon nxënësit, të cilët normalisht nuk komunikojnë në klasë, të marrin pjesë dhe të komunikojnë me shokët e tyre.

Organizimi i nxënësve bëhet në këtë mënyrë:

Në katër këndet e klasës vendosim etiketat me detyrat e caktuara varësisht prej numrit të nxënësve (pra nr. i etiketave të ngjashme për secilën detyrë), në vendet e caktuara për to. Mësimdhënësi prezanton para nxënësve llojet e detyrave të vendosura në katër këndet e klasës dhe u jep një kohë të caktuar nxënësve për të menduar në lidhje me to. Pastaj kërkohet prej tyre që të bëjnë përzgjedhjen e detyrave të dhëna, secili nga një etiketë. Pasi nxënësit bëjnë zgjedhjen e tyre, kërkohet prej tyre që prapa etiketave të përzgjedhura të japin mendimet e tyre në lidhje me detyrat e caktuara. Pasi i zgjidhin detyrat, ata udhëzohen të drejtohen te këndet nga i kanë përzgjedhur detyrat. Te këndet ata bashkohen në grupe me anëtarët, d.m.th. secili kënd i klasës do të ketë grupe me nxënës që ndajnë detyrat e ngjashme dhe diskutojnë në lidhje me përzgjedhjen e bërë. Pas një diskutimi të shkurtër, nxënësit thirren në mënyrë të rastësishme, pra nga një nxënës që prezanton grupin përkatës, për të dhënë një deklaratë të thjeshtë, e cila mbështet zgjedhjen e tyre.

Detyrë 2

Cili nga funksionet e mëposhtme e ka pikën $x = 0$ pikë këputje, por ka limit kur x shkon në zero:

$$\text{a) } y = \frac{\sin 5x}{x}; \quad \text{b) } y = \frac{\cos x}{x}.$$

Detyrë 3

Gjeni bashkësinë ku është i vazhdueshëm funksioni:

$$\text{a) } y = \log[\sin(x-3)] + \sqrt{16-x^2}; \quad \text{b) } y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16-x^2}.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë 5

Gjeni bashkësinë e përcaktimit dhe studioni shenjën e funksionit:

a) $y = x - \sqrt{x+2}$; b) $y = \sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{3x}$.

Arsyetoni përgjigjen tuaj.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Gjeni limitin:

$$\lim_{x \rightarrow 1} [\sqrt{2-x^2} + \sin(\ln x) + (e^x - e) \cdot \operatorname{tg} x].$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: **MATEMATIKA** Lënda: **MATEMATIKË** Shkalla e kurrikulës: **VI Klasa: 12**

Tema (nga plani dymujor):

VAZHUESHMËRIA E FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zgjidh probleme të thjeshta praktike duke zbatuar vazhdueshmërinë e funksioneve.
- Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Vlerësim**Njësia mësimore: 6.7 DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 7****Fjalët kyçe:** funksion, interval, i vazhdueshëm, rrënjë, grafik, maksimum, minimum, limit**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:**

- Zgjidh detyra të ndryshme në lidhje me vazhdueshmërinë dhe pikat e shkëputjes së funksionit.
- Cakton intervalin e përkufizimit për funksionet e vazhdueshme.
- Njësion rrënjën e funksionit të vazhdueshëm brenda intervalit të dhënë.

Kriteret e suksesit:

- Shqyrton vazhdueshmërinë e funksioneve të dhëna në fletat punuese.
- Vërteton rrënjën e funksionit të vazhdueshëm duke u bazuar në teoremë.
- Cakton pikat e shkëputjes së funksionit dhe ilustron grafikisht.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Inxhinieri elektrike dhe kompjuterike
 (Dizajnimi i sistemeve kompjuterike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**MATRICË APO PLAN TESTI**

1. Bëhet një tabelë si më poshtë, me aq kolona sa kemi zhvilluar njësi mësimore.
 2. Caktohet numri i pyetjeve që ne duam t'i ketë testi (9).
 3. Pyetje të nivelit të ulët duhet të jenë rreth 60%, ndërsa të nivelit të lartë rreth 40%.
 4. Nëse ndonjë njësi është më e rëndësishme, nga ajo pjesë duhet të ketë më shumë pyetje (5+3).
 5. Caktohet numri i pyetjeve në njësitë tjera.
 6. Mbliidhet numri i pyetjeve të dy niveleve dhe plotësohet kolona me numër të pyetjeve.
- Njësitë mësimore - Pyetje nga niveli i ulët - Pyetje nga niveli i lartë - Nr. i pyetjeve
 Pas përfundimit të tabelës, shkruhen pyetjet e testit (tabela më poshtë):
1. Pyetjet shkruhen në test sipas radhës së njësive.

2. Pyetjet duhet të jenë të tipave të ndryshëm (të hapura, të mbyllura, të kombinuara...).
3. Numri i poenave për pyetje caktohet nga niveli i pyetjeve (pyetjet e nivelit të lartë të kenë më shumë poena se ato të nivelit të ultë)
4. Në fund caktohet kriteri për vlerësim mbi bazë të numrit të poenave, mbi 40% kaluese...

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Të interpretojë kuptimin kinematik dhe gjeometrik të derivatit.
- Të derivojë funksione të ndryshme duke përdorur përkufizimin si dhe rregullat e derivimit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE TË TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 7.1 Probleme që çojnë në kuptimin e derivatit. Përkufizimi i derivatit Nr.:1

Fjalët kyçe: funksion, derivat, përkufizim, metodë, shpejtësi e çastit, shpejtësi mesatare

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Përkufizon derivatin e funksionit.
- Zbaton metodën hap pas hapi për njësimin e derivatit.
- Krahason shpejtësinë mesatare të lëvizjes, shpejtësinë mesatare të procesit kimik me derivatin e funksionit në një pikë.

Kriteret e suksesit:

- Me përkufizim, njësion derivatin për funksionin $y = x^2$.
- Zbato metodën e njësimit të derivatit në një pikë.
- Vërteto se për funksionin $y = \sqrt{x}$, vlenë: $f(4+h) - f(4) = \frac{h}{\sqrt{4+h} + 2}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
 Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Bashkëbisedimi****R Leksion i përparuar****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Jepet funksioni $y = x^2$.

- Gjeni vlerat e funksionit në pikat 3 dhe $3 + h$.
- Sa është shpejtësia mesatare e ndryshimit të funksionit, kur kalojmë nga pika 3 në pikën $3 + h$?
- Sa është limiti i kësaj shpejtësie mesatare, kur h shkon në zero?

Problemin e këtyre limiteve do ta trajtojmë me formulën $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Mësimdhënësi shkruan problemin e detyrës në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj, mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm, vërejmë se:

Përkufizim

Derivat i funksionit f në pikën a quhet limiti $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, në rast se ky limit ekziston. Ai shënohet $f'(a)$. Pra,

sipas përkufizimit, $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Raporti $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ mund të interpretohet si shpejtësi mesatare e ndryshimit të funksionit f , kur x ndryshon nga a në $a + h$, limiti i këtij raporti kur $h \rightarrow 0$ mund të shihet si shpejtësi e ndryshimit të funksionit f në pikën a .

Metoda për gjetjen e derivatit të funksionit f në pikën a , sipas përkufizimit:

- Njehsojmë $f(a)$;
- Njehsojmë $f(a+h)$;
- Gjejmë ndryshesën $f(a+h) - f(a)$;
- Formojmë raportin $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$;
- Kërkojmë limitin e këtij raporti kur $h \rightarrow 0$. Në rast se ky limit ekziston, ai është $f'(a)$.

Detyrë

Me përkufizim, njëso derivatin për funksionin $y = x^2$.

Zgjidhje

1. $f(x) = x^2$
2. $f(x+h) = x^2 + 2xh + h^2$
3. $f(x+h) - f(x) = x^2 + 2xh + h^2 - x^2 = 2xh + h^2$
4. $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{2xh + h^2}{h} = 2x + h$
5. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = 2x$

Detyrë

Të gjendet derivati i funksionit $f: y = x^3$ në pikën 2.

Zgjidhje

1. $f(2) = 2^3 = 8$.
2. $f(2+h) = (2+h)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot h + 3 \cdot 2h^2 + h^3 = 8 + 12h + 6h^2 + h^3$.
3. $f(2+h) - f(2) = 12h + 6h^2 + h^3$.
4. $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{12h + 6h^2 + h^3}{h} = 12 + 6h + h^2$.
5. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (12 + 6h + h^2) = 12$. Pra, $f'(2) = 12$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë: Gjenero derivatin e funksionit $f: y = x^2 + 2$ në pikën 1.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre u kërkohet të shkëmbejnë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR**Detyrë 1**

Për funksionin: $y = 3x^2$ gjenero:

- a) $f(2)$ dhe $f(2+h)$;
- b) ndryshimin e funksionit kur x kalon nga 2 në $2+h$;
- c) shpejtësinë mesatare të ndryshimit të funksionit kur x ndryshon nga 2 në $2+h$;
- d) limitin e kësaj shpejtësie mesatare kur $h \rightarrow 0$;
- e) derivatin në pikën $a = 2$.

Detyrë 2

Gjeni, sipas përkufizimit, derivatin e funksionit f në pikën a në rast se:

- a) $f: y = -x^2$ $a = 5$;
- b) $f: y = 2x - 1$ $a = 2$;
- c) $f: y = x^2 - x$ $a = 0$;
- d) $f: y = x^2 + x + 1$ $a = -1$.

Detyrë 3

Për funksionin $f: y = \sqrt{x}$ tregoni që $f(4+h) - f(4) = \frac{h}{\sqrt{4+h} + 2}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

Të derivojë funksionet e thjeshta duke përdorur përkufizimin, teoremat.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 7.2 Derivatet e disa funksioneve të thjeshta Nr.:2

Fjalët kyçe: funksion, derivat, pikë, linear, fuqi, racional, irracional

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Derivon funksionet e thjeshta sipas llojit të tyre.
- Vërteton teoremat duke u bazuar në shembuj.
- Analizon rastet e veçanta të funksioni linear dhe funksioni irracional.

Kriteret e suksesit:

- Gjeni derivatin e funksionit $y = \frac{1}{x}$ në pikën $x = 3$.
- Cili do të jetë derivati i funksionit $y = x^3$ në pikën $x = 2$:

a) 2^3 ; b) $3 \cdot 2^2$; c) $3 \cdot x^2$; d) 0?

Rrethoni përgjigjen e saktë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë (Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova**R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse****Detyrë**

Si do të njësohet derivati i funksioni $f(x) = 4x - 7$ në pikën $x = 1$, po për $x = a$?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

1. Derivati i funksionit linear $f: y = kx + b$ në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ është $f'(x) = k$.

P.sh.: $(4x - 7)' = 4$.

Rast i veçantë. Për funksionin $f: y = x$ kemi, për çdo pikë x , $f'(x) = 1$, d.m.th. $(x)' = 1$.

2. Derivati i funksionit konstant $f: y = b$ në çdo pikë x është zero.

P.sh.: $5' = 0$.

3. Derivati i funksionit të fuqisë së dytë $f: y = ax^2 + bx + c$ në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ është $f'(x) = 2ax + b$.

P.sh.: $(-x^2 + 3x - 7)' = -2x + 3$.

4. Derivati i funksionit $f: y = \frac{1}{x}$ në çdo pikë $x \neq 0$ është $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

P.sh.: $\left(\frac{2}{x}\right)' = -\frac{2}{x^2}$.

5. Derivati i funksionit $f: y = \sqrt{x}$, $x > 0$ është $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Vërejtje

Funksioni $f: y = \sqrt{x}$ nuk ka derivat në pikën $x = 0$.

Detyrë

Gjeni derivatin në pikën x për funksionet f : a) $y = -x$; b) $y = -x^2$.

Detyrë

Derivati i funksionit $y = x^3$ në pikën $x = 2$ është:

a) 2^3 ; b) $3 \cdot 2^2$; c) $3 \cdot x^2$; d) 0?

Rrethoni përgjigjen e saktë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Gjeni derivatin e funksionit $y = \frac{1}{x}$ në pikën $x = 3$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Zgjidhni ekuacionin $f''(x) = f(x)$, në rast se f është: a) $y = \frac{1}{x}$; b) $y = 2x^2 + 2$.

2. Në rast se:

a) $f: y = 2x^2 - 1$, gjeni $f'(x)$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Problemeve nga fizika iu jep zgjidhje matematikore me anë të derivateve.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: **7.3. Derivati si shpejtësi e ndryshimit të funksionit Nr.: 3**

Fjalët kyçe: funksion, grafik, domena, pika më e lartë, pika më e ulët, ekstremume, min, max

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zgjidh probleme nga jeta e përditshme me anë të derivateve.
- Njëson ekuacionet e fizikës matematike.

Kriteret e suksesit:

- Duke u bazuar në përkufizimin e derivatit, njëson shembuj nga jeta e përditshme
- Argumenton me shembuj që shpejtësia e çastit paraqet derivat të funksionit në një pikë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Meteorologji (Temperatura e ajrit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Pika materiale lëviz në boshtin Ox , sipas ligjit $x = t^2 - 4t + 3$.

a) Gjeni shpejtësinë e lëvizjes së pikës në çastin $t = 5$.

b) Në cilin çast shpejtësia e pikës është zero?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Dimë se në lëvizjen drejtvizore të pikës materiale gjatë boshtit Ox , sipas ligjit $x = t^2 + 1$, shpejtësia e pikës në çastin 2 është $v(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(2+h) - x(2)}{h}$, d.m.th. e barabartë me derivatin e funksionit $x = t^2 + 1$ në pikën $t = 2$.

Nëse pika materiale kryen lëvizje drejtvizore sipas ligjit $x = x(t)$, atëherë shpejtësia e saj në çastin a është sa derivati i funksionit x (në lidhje me t) në pikën a .

Detyrë

Temperatura e një trupi që ftohet, ndryshon sipas ligjit $T = 20 - t^2$, ku t është koha që ka kaluar që nga fillimi i procesit të ftohjes (T matet në $^{\circ}\text{C}$, t matet në minuta).

a) Në çastin $t = 3$, temperatura është $T(3) = 20 - 3^2 = 11$ ($^{\circ}\text{C}$).

b) Pas h minutash, d.m.th. në çastin $t = 3 + h$, temperatura është:

$$T(3+h) = 20 - (3+h)^2 = 11 - 6h - h^2 (^{\circ}\text{C}).$$

c) Ndryshimi i temperaturës në segmentin kohor $[3, 3+h]$ është:

$$T(3+h) - T(3) = -6h - h^2 (^{\circ}\text{C}).$$

d) Shpejtësia mesatare e ndryshimit të temperaturës (shpejtësia mesatare e ftohjes së trupit) në segmentin kohor $[3, 3+h]$ është:

$$\frac{T(3+h) - T(3)}{h} = -6 - h (^{\circ}\text{C}/\text{min}).$$

e) Shpejtësia e ftohjes në çastin $t = 3$ është: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{T(3+h) - T(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (-6 - h) = -6 (^{\circ}\text{C}/\text{min}).$

Detyrë

Një firmë prodhuese e filloi veprimtarinë në datën 1 janar 2010. Fitimet e saj, t vjet pas kësaj date, parashikohen të jenë $F = 30(t^2 + 30t + 80)$ euro.

a) Sa do të jenë fitimet në datën 1 janar 2015?

b) Sa do të jetë shpejtësia e rritjes së fitimit në këtë datë?

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Një person që mëson përdorimin e kompjuterit, pas x javësh mësim, arrin të shtypë në 1 minutë një sasi fjalësh të dhënë nga formula:

$$y = 60 - \frac{240}{x+5}$$

Gjeni shpejtësinë e të mësuarit:

- a) pas 1 jave; b) pas 3 javësh.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre u kërkohet të shkëmbejnë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Pika materiale kryen lëvizje rrethore jo të njëtrajtshme. Këndi i rrotullimit, t sek pas fillimit të lëvizjes, jepet nga formula $\varphi = 2\sqrt{t}$ (φ matet në radian). Gjeni shpejtësinë këndore të rrotullimit (d.m.th. shpejtësinë e ndryshimit të φ):

- a) në çastin $t = 4$ sek; b) në çastin t .

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dy mujor)

-Argumenton se çdo funksion i vazhdueshëm është i derivueshëm, e anasjella nuk vlen çdo herë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 7.4 Derivatet e njëanshme. Vazhdueshmëria e funksionit që ka derivat Nr.:4

Fjalët kyçe: funksion, i vazhdueshëm, limit, shumë, ndryshim, diferencë, prodhim, herës

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Shqyrton vazhdueshmërinë dhe derivatin e funksioneve në një pikë.
- Shqyrton limitet dhe derivatet e njëanshme të funksionit në një pikë.

Kriteret e suksesit:

- Njëson derivatin për funksionin $y = x^3$ në pikën a .
- Shqyrton limitet dhe derivatet e njëanshme për funksionin $y = \begin{cases} 4x - 4 & \text{për } x \geq 2 \\ x^2 & \text{për } x < 2 \end{cases}$ në një pikë të çfarëdoshme x .

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
Teknikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Leksion i përparuarR Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

A është çdo funksion i vazhdueshëm në një pikë edhe i derivueshëm në atë pikë?

Shqyrtoni shembujt:

a) Funksioni $y = \sqrt[3]{x}$ në pikën $x = 0$.

b) Funksioni $y = |x|$ në pikën $x = 0$.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësuesi udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm, vërejmë se:

Funksioni f është i derivueshëm në pikën a , vetëm atëherë kur ekziston $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$. Në këtë rast, ky limit jep gjithashtu $f'(a)$

Detyrë

Të gjendet derivati i funksionit $f: y = x^3$ në pikën a .

Zgjidhje

Kemi $f(x) = x^3$ dhe $f(a) = a^3$.

Prandaj, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} (x^2 + ax + a^2) = 3a^2$, d.m.th. $f'(a) = 3a^2$.

Detyrë

Të gjendet derivati i funksionit $f: y = \begin{cases} 4x - 4 & \text{për } x \geq 2 \\ x^2 & \text{për } x < 2 \end{cases}$ në një pikë të çfarëdoshme x .

Zgjidhje

Në një pikë x të tillë që $x > 2$, kemi $f'(x) = (4x - 4)' = 4$.

Në një pikë x të tillë që $x < 2$, kemi $f'(x) = (x^2)' = 2x$.

Le të shohim nëse është i derivueshëm funksioni në pikën $x = 2$.

Pra, a ekziston $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$?

Shqyrtojmë limitet e njëanshme në pikën $x = 2$, d.m.th. shohim nëse ekzistojnë dhe janë të barabarta derivatet e njëanshme të funksionit në pikën $x = 2$.

Për $x > 2$, kemi $f(x) = 4x - 4$ dhe $f(2) = 4 \cdot 2 - 4 = 4$.

Prandaj, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(4x - 4) - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4(x - 2)}{x - 2} = 4$. Pra, $f'_+(2) = 4$

Për $x < 2$ kemi $f(x) = x^2$, kështu që:

$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$. Pra, $f'_-(2) = 4$.

Meqenëse limitet e njëanshme dolën të barabarta ($f'_+(2) = f'_-(2) = 4$), ekziston

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 4$, d.m.th. ekziston $f'(2) = 4$.

Teoremë

Në qoftë se funksioni f është i derivueshëm në pikën a , atëherë ai është i vazhdueshëm në pikën a .

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Tregoni që funksioni $y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \geq 1 \\ x & \text{për } x < 1 \end{cases}$ nuk ka derivat në pikën $x = 1$.

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, ato përcillen nga njëri grup te tjetri, derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet e tjera.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Vërtetoni që funksioni:

a) $y = \sqrt[3]{x^4}$ ka derivat në pikën $x = 0$;

b) $y = \sqrt[4]{x^3}$ nuk ka derivat në pikën $x = 0$.

2. Jepet funksioni $y = \sqrt{x^2}$, $x \in R$.

a) Ndërtoni grafikun.

b) A ka derivat funksioni në pikën $x = 1$?

c) A ka derivat funksioni në pikën $x = 0$?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton rregullat e derivimit për funksionet polinom dhe ato racionale.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 7.6 Rregullat e derivimit -Vazhdim Nr.: 6

Fjalët kyçe: funksion i derivueshëm, polinom, herës, racional, rregull, interval, pikë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Njëson derivatin e funksionit polinom.
- Zbaton rregullën e herësit të derivateve.
- Derivatin e funksioneve racionale e kupton si herës të dy derivateve.

Kriteret e suksesit:

- Cakton derivatin në pikën x ($x > 0$) dhe pastaj në pikën 3 për funksionin: a) $y = x^2 + 1 + \sqrt{x}$; b) $y = \frac{1}{x} - x^2 + \sqrt{x}$.
- Analizon rregullën e derivatit të prodhimit dhe derivatit fuqi për shembujt a) $y = (2x - 5)^2$; b) $y = (2x^2 - x)(x - 1)$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Kllaster
R Leksion i përparuar
R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

a) Gjeni derivatin në pikën x të prodhimit të tyre, d.m.th. të funksionit $y = x^2 \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right)$.

b) Gjeni derivatin në pikën x të funksionit $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Ç'vini re?

Mësimdhënësi kërkon nga nxënësit të paraqesin në mënyrë të lirë mendimet e tyre lidhur me temën e përcaktuar nga ai.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Derivati i funksionit polinom është përsëri polinom.

Detyrë

Të shqyrtohet derivati i funksionit $f: y = x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x + \sqrt{3}$, ku $f(x)$ është polinom.

Zgjidhje

$$f'(x) = (x^4)' + \left(\frac{1}{3}x^3\right)' + (-2x)' + (\sqrt{3})' = 4x^3 + \frac{1}{3}(x^3)' - 2(x)' + 0 = 4x^3 + x^2 - 2.$$

Teorema 3

Nëse funksionet f, g janë të derivueshme në intervalin I dhe për çdo $x \in I$ kemi $g(x) \neq 0$, atëherë funksioni $\frac{f}{g}$ është i derivueshëm në

$$I \text{ dhe } \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

Detyrë

Duke zbatuar teoremën 3, për funksionin $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ do të kemi:

$$y'(x) = \frac{(x^2)'(x^2 + 1) - x^2(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x(x^2 + 1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}.$$

Detyrë

Shqyrtoni funksionin racional $f: y = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$.

a) A janë të derivueshme në $\mathbb{R}$ funksionet $y = x^3 + x^2 + x + 1$ dhe $y = x^2 - 1$? Pse? b) Në cilën bashkësi është i derivueshëm funksioni f dhe pse? c) Gjeni $f'(x)$.
Reflektim/Pjesa përfundimtare 1. Gjeni derivatin në pikën x për funksionin: a) $y = \frac{x^2 - 4}{3}$; b) $y = \frac{3}{x^2 - 4}$. 2. Paraqitni funksionin e dhënë në trajtë të përshtatshme dhe pastaj gjeni derivatin e tij në pikën x: a) $y = (x^2 - 3x + 5)x^2$; b) $y = (x - 1)^2(x + 1)$. Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.
VLERËSIMI I NXËNËSVE Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës në çift.
DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR 1. Gjeni derivatin në pikën x të funksioneve të mëposhtme: a) $y = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + x - 5$; b) $y = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + \sqrt{2}x + 1$. 7. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksionit f dhe derivatin e tij në pikën x, në rast se f: a) $y = \frac{x + 3}{x - 3}$; b) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 7}$; c) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$; d) $y = \frac{(x - 1)^2}{x}$.
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton rregullat e derivimit për funksionet polinom dhe racionale.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 7.6 Rregullat e derivimit -Vazhdim Nr.: 6

Fjalët kyçe: funksion i derivueshëm, polinom, herës, racional, rregullë, interval, pikë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Njësion derivatin e funksionit polinom.
- Zbaton rregullën e herësit të derivateve.
- Derivatin e funksioneve racionale e kupton si herës të dy derivateve.

Kriteret e suksesit:

- Shqyrton derivatin e funksionit $f: y = x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x + \sqrt{3}$.
- Zbaton teoremën e herësit të derivatit për funksionin $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.
- Analizo teoremën $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E KllasterR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

a) Gjeni derivatin në pikën x të prodhimit të tyre, d.m.th. të funksionit $y = x^2 \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right)$.

b) Gjeni derivatin në pikën x të funksionit $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Ç'vini re?

Mësimdhënësi kërkon nga nxënësit në mënyrë të lirë të paraqesin mendimet e tyre lidhur me temën e përcaktuar nga ai.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe u kërkohej të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin), si dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Derivati i funksionit polinom është përsëri polinom.

Detyrë

Të shqyrtohet derivati i funksionit $f: y = x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x + \sqrt{3}$, ku $f(x)$ është polinom.

Zgjidhje

$$f'(x) = (x^4)' + \left(\frac{1}{3}x^3\right)' + (-2x)' + (\sqrt{3})' = 4x^3 + \frac{1}{3}(x^3)' - 2(x)' + 0 = 4x^3 + x^2 - 2.$$

Teorema 3: Nëse funksionet f, g janë të derivueshme në intervalin I dhe për çdo $x \in I$ kemi $g(x) \neq 0$, atëherë funksioni $\frac{f}{g}$ është i

derivueshëm në I dhe $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$.

Detyrë

Duke zbatuar teoremën 3, për funksionin $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ do të kemi:

$$y'(x) = \frac{(x^2)'(x^2 + 1) - x^2(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x(x^2 + 1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}.$$

Detyrë

Shqyrtoni funksionin racional $f: y = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$.

a) A janë të derivueshme në $\mathbb{R}$ funksionet $y = x^3 + x^2 + x + 1$ dhe $y = x^2 - 1$? Pse?

b) Në cilën bashkësi është i derivueshëm funksioni f dhe pse?

c) Gjeni $f'(x)$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

1. Gjeni derivatin në pikën x për funksionin: a) $y = \frac{x^2 - 4}{3}$; b) $y = \frac{3}{x^2 - 4}$.

2. Paraqitni funksionin e dhënë në trajtë të përshtatshme dhe pastaj gjeni derivatin e tij në pikën x : a) $y = (x^2 - 3x + 5)x^2$; b) $y = (x - 1)^2(x + 1)$.

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimmhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni derivatin në pikën x të funksioneve të mëposhtme:

a) $y = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + x - 5$; b) $y = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + \sqrt{2}x + 1$.

7. Gjeni bashkësinë e përcaktimit të funksionit f dhe derivatin e tij në pikën x , në rast se f :

a) $y = \frac{x+3}{x-3}$; b) $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x-7}$; c) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$; d) $y = \frac{(x-1)^2}{x}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimmhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dy mujor)

DERIVATI

- Kupton që tangjentja e pikës A ka për koeficient këndor limitin e koeficientit këndor prerës.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 7.7 Tangjentja në një pikë të vijës (Kuptimi gjeometrik i derivatit) Nr.: 7

Fjalët kyçe: funksion, derivat, përkufizim, tangjente, koeficient këndor, bosht koordinativ, paralele, pikë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Përkufizon tangjenten e pikës A.
- Cakton ekuacionin e tangjentes.
- Kupton derivatin e funksionit si limit të koeficientit këndor $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Kriteret e suksesit:

- Shkruan ekuacionin e tangjentes së grafikut të funksionit $f: y = x^2$ në pikën e tij me abshisë 3.
- Cakton pikën që tangjentja $y = 2x^2 - x - 1$ formon me boshtin Ox këndin 45° .
- Vërteton pikën kur tangjentja $y = 2x^2 - x - 1$ është paralele me boshtin OX.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E BashkëbisedimiR Leksion i përparuarR Mendo/puno në dyshë/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

1. Në grafikun e funksionit $y = x^2$, gjeni pikat me abshisa 1 dhe $1 + h$.
2. Gjeni koeficientin këndor të drejtëzës që kalon nëpër këto dy pika.
3. Gjeni limitin e këtij koeficienti kur h shkon në zero.

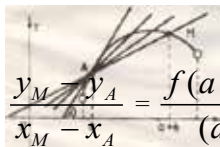
Mësimdhënësi shkruan problemin e detyrës në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm, vërejmë se:

Le të kemi funksionin f të përcaktuar në intervalin I dhe le të jenë $a, a + h$ dy pika të intervalit I . Funksionin f e supozojmë të derivueshëm në pikën a . Le të jenë A dhe M pikat e grafikut të funksionit f , me abshisa përkatësisht a dhe $a + h$ (figura 7.3). Ordinatat e tyre janë $y_A = f(a)$ dhe $y_M = f(a + h)$.



Koeficienti këndor i drejtëzës AM është $k_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a}$.

$$\text{Pra, } k_{AM} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

Me ndryshimin e h , ndryshon pozicioni i pikës M , pra edhe pozicioni i drejtëzës (AM). Sa më afër zeros të jetë h , aq më afër pikës A është pika M dhe aq më tepër pozicioni i (AM) i përgjigjet idesë që ekziston për tangjenten (kjo përfytyrohet si “pozicioni kufi” i prerësve (AM), kur pika M i afrohet pambarimisht pikës A).

Përkufizim: Tangjente në pikën A të grafikut quhet drejtëza që kalon nga A dhe ka për koeficient këndor limitin e koeficientit këndor të prerësve (AM), kur $h \rightarrow 0$.

Kështu, koeficienti këndor i tangjentes në pikën A është $k = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, d.m.th. $k = f'(a)$.

Derivati i funksionit f në pikën a , kur ai ekziston, është i barabartë me koeficientin këndor të tangjentes ndaj grafikut të funksionit f në pikën A me abshisë a .

Ekuacioni i kësaj tangjenteje është $y - y_A = k(x - x_A)$, d.m.th. $y - f(a) = f'(a)(x - a)$.

Detyrë

Të shkruhet ekuacioni i tangjentes së grafikut të funksionit $f: y = x^2$ në pikën e tij me abshisë 3.

Zgjidhje

Kemi $f(3) = 3^2 = 9$. Meqë $f'(x) = 2x$, kemi $f'(3) = 6$. Prandaj, ekuacioni i tangjentes është: $y - 9 = 6(x - 3)$, d.m.th. $6x - y - 9 = 0$.

Detyrë

Në cilën pikë tangjentja ndaj vijës $y = 2x^2 - x - 1$ formon me boshtin Ox këndin 45° ?

Zgjidhje

Shënojmë me A pikën e kërkuar dhe me a abshisën e saj. Për të gjetur a , shprehim koeficientin këndor të tangjentes në pikën A në dy mënyra:

Së pari, $k = f'(a)$. Meqë $f'(x) = 4x - 1$, kemi $f'(a) = 4a - 1$, pra $k = 4a - 1$.

Së dyti, koeficienti këndor i drejtëzës është $\text{tg } \alpha$, ku α është këndi që drejtëza formon me boshtin Ox . Në rastin tonë $\alpha = 45^\circ$,

prandaj $k = \text{tg } 45^\circ$, d.m.th. $k = 1$. Duke barazuar dy shprehjet për k , marrim: $4a - 1 = 1$, d.m.th. $a = \frac{1}{2}$, pra $x_A = \frac{1}{2}$.

$y_A = f(a) = f\left(\frac{1}{2}\right)$, d.m.th. $y_A = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 1$, pra $y_A = -1$. Pika e kërkuar është $A\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Shkruani ekuacionin e tangjentes ndaj grafikut të funksionit $y = 1 - x^2$:

- në pikën e tij me abshisë 2;
- në pikën ku grafiku pret boshtin Oy;
- në pikën ku grafiku pret gjysmëboshtin pozitiv Ox.

Detyrë

Në cilën pikë të vijës $y = 2x^2 - x - 1$ tangjentja:

- formon me boshtin Ox këndin 135° ;
- është paralele me boshtin Ox?

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Detyrë

Njehsoni koeficientin këndor të tangjentes ndaj grafikut të funksionit f në pikën me abshisë a , nëse:

- $f: y = x^2 - 10x + 9$ $a = 2$;
- $f: y = \sqrt{x}$ $a = 1$;
- $f: y = x^3$ $a = 2$;
- $f: y = \frac{6}{x}$ $a = -3$

Detyrë

Gjeni pikën në të cilën tangjentja ndaj grafikut të funksionit të dhënë ka koeficientin këndor të dhënë:

- $y = 2x^2 - 5x$ $k = 3$;
- $y = \frac{4}{x}$ $k = 1$;
- $y = 2x^3$ $k = 0$.

Detyrë

Në cilën pikë tangjentja ndaj parabolës $y = x^2$:

- formon me boshtin Ox këndin 45° ?
- formon me boshtin Ox këndin 120° ?
- është paralele me boshtin Ox?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Dallon derivatin e funksionit varësisht nga funksioni.
- Zbaton rregullat e derivimit të funksionet elementare.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 7.8 Derivatet e funksioneve logaritmike, funksioneve fuqi dhe atyre eksponenciale Nr.:4

Fjalët kyçe: funksion, derivat, pikë, fuqi, eksponencial, logaritëm, bazë, eksponent

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremat për njësimin e derivatit për funksionet eksponenciale, logaritmike dhe fuqi.
- Kupton rregullat e derivimit për funksionet eksponenciale, logaritmike dhe fuqi.

Kriteret e suksesit:

- Gjeni derivatin e funksionit $y = \log 3x$.- Zbaton rregullën e herësit të derivatit dhe rregullën e derivatit eksponencial për të njësuar funksionin: $y = \frac{e^x}{1 + e^x}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë (Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT FORMAT E PUNËS

E BashkëbisedimR Di/Dua të di/MësovaR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Si do të jetë derivati i funksionit $y = \ln x$ sipas përkufizimit në pikën $x = 1$?

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me pyetjet e parashtruara, duke iu përgjigjur pyetjeve, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: : shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Teoremë Funksioni logaritmik $f: y = \log_a x$ (ku $a > 0$ dhe $a \neq 1$) ka derivat në çdo pikë x (ku $x > 0$) dhe ky derivat është $\frac{1}{x \cdot \ln a}$

Detyrë: Gjeni derivatin e funksionit $y = \log_3 x$

Zgjidhje

$$y'(x) = (\log_3 x)' = \frac{(3x)'}{3x \cdot \ln a} = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

Rrjedhim: Duke mbajtur parasysh se $\log_a x = \ln x$, del që funksioni $y = \ln x$ ka derivat në çdo pikë x ($x > 0$) dhe që $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Detyrë

Njehsoni derivatin në pikën x ($x > 0$) për funksionin: $y = -2 \cdot \ln x$.

Zgjidhje

$$y'(x) = (-2 \ln x)' = -2' \cdot \ln x - 2 \cdot (\ln x)' = -\frac{2}{x}$$

Teoremë: Funksioni eksponencial $y = a^x$ (ku $a > 0$ dhe $a \neq 1$), në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$, ka derivat dhe ky derivat është $a^x \cdot \ln a$.

$$\text{Pra, } (a^x)' = a^x \cdot \ln a \quad (2)$$

Rrjedhim: Kur $a = e$, kemi funksionin $y = e^x$. Derivati i tij në pikën x është $e^x \cdot \ln e = e^x$.

$$\text{Pra, } (e^x)' = e^x.$$

Detyrë

Njësio derivatin në pikën x për funksionin: $y = \frac{e^x}{1 + e^x}$.

Teoremë: Funksioni fuqi $y = x^\alpha$ (ku $\alpha \in \mathbb{R}$) në çdo pikë x ($x > 0$) ka derivat dhe ai është $\alpha x^{\alpha-1}$, d.m.th. $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Njësio derivatin për funksionin a) $y = \sqrt[3]{x}$; b) $y = x^2 \ln x$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre u kërkohet të shkëmbejnë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Njehsoni derivatin në pikën x ($x > 0$) për funksionin:

a) $y = 2x^2 - \ln x$; b) $y = x^2 \ln x$; c) $y = \frac{\ln x}{x}$; d) $y = (\ln x)^3$;

2. Njehsoni derivatin në pikën x ($x > 0$) për funksionin:

b) $y = (x^2 - 2x)e^x$; c) $y = \sqrt{x} \cdot e^x$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Dallon derivatin e funksionit varësisht nga funksioni.
 -Zbaton rregullat e derivimit për secilin funksion trigonometrik.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 7.8 Derivatet e funksioneve trigonometrike Nr:8

Fjalët kyçe: funksion, derivat, pikë, fuqi, eksponencial, logaritëm, bazë, eksponent

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton teoremat për njësimin e derivatit për funksionet trigonometrike.
- Kupton rregullat e derivimit për funksionet trigonometrike.

Kriteret e suksesit:

- Gjeni derivatin e funksionet a) $y = \sin x$; b) $y = \cos x$.
- Cakton derivatin $f'(0)$ dhe $f'(\pi)$ për funksionet a) $y = \frac{1}{2} \cos(x - \pi)$; b) $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
- Zbaton rregullat për katër funksionet trigonometrike.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
 Fizikë (Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT / FORMAT E PUNËS

E BashkëbisedimR Di/Dua të di/MësovaR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Gjeni, sipas përkufizimit, derivatin në pikën $x = 0$ për funksionin:

a) $y = \sin x$; b) $y = \cos x$.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me pyetjet e parashtruara, duke iu përgjigjur pyetjeve, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Teoremë: Funksioni $f: y = \sin x$ në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ ka derivat dhe ky është $f'(x) = \cos x$.

Pra, $(\sin x)' = \cos x$.

Teoremë: Funksioni $f: y = \cos x$ ka derivat në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ dhe ky derivat është $f'(x) = -\sin x$.

Pra, $(\cos x)' = -\sin x$.

Teoremë: Në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$, ku $\cos x \neq 0$, funksioni $y = \tan x$ ka derivat dhe ky është $\frac{1}{\cos^2 x}$.

Pra, $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Teoremë: Në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$, ku $\sin x \neq 0$, funksioni $y = \cot x$ ka derivat dhe ky është $-\frac{1}{\sin^2 x}$.

Pra, $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Detyrë

Gjeni derivatin në pikën x për funksionin:

a) $y = \sin x + \cos x$; b) $y = \sin x \cdot \cos x$.

Detyrë

Gjeni derivatin në pikën x për funksionin:

$y = x^2 \cdot \cos x$; b) $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$; c) $y = \frac{x^2}{\sin x}$; d) $y = \tan^2 x$.

Detyrë

Gjeni $f'(0)$ dhe $f'(\pi)$ në rast se f :

a) $y = \frac{1}{2} \cos(x - \pi)$; b) $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Njëso derivatin për funksionin

a) $y = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x$;

b) $y = \sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.	
VLERËSIMI I NXËNËSVE	
Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.	
DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR	
Detyrë Gjeni për ç'vlera të x bëhet 0 derivati i funksionit: a) $y = x - \cos x$; b) $y = \frac{1}{2}x - \sin x$; c) $y = x - \operatorname{tg} x$.	
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore	

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Kupton derivatin e dytë të funksionit si nxitim.
- Kupton rregullën e derivatit të rendit të dytë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 7.10 Derivatet e rendeve të larta. Diferenciali i funksionit Nr.: 10

Fjalët kyçe: funksion, derivat, diferencial, pikë, shpejtësi, nxitim, fizikë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zbaton rregullat e njësimit të derivatit të rendit të lartë.
- Njëson problemet e shpejtësisë dhe nxitimit me ndihmën e derivateve.
- Kupton diferencialin e funksionit me ndihmën e derivateve.

Kriteret e suksesit:

- Shqyrton derivatin e rendit të dytë për funksionin $f: y = x^3 - 5x^2 + 6x - 3$.
- Njëson shpejtësinë dhe nxitimin me ndihmën e derivatit të parë dhe të dytë.

- Vërtetohen barazimet: a) $x^2 \cdot dx = \frac{1}{3} d(x^3)$; b) $\cos x \cdot dx = d(\sin x)$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
 Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Gjeni $f'(x)$ në pikën x për funksionin:

a) $y = \sin x$; b) $y = \ln x, (x > 0)$; c) $y = e^x$.

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Nëse pika materiale kryen lëvizje drejtvizore sipas ligjit $x = x(t)$. Kemi parë se shpejtësia e lëvizjes së pikës në çastin t është $x'(t)$. Kemi pra $v = x'(t)$. Nxitimi në çastin t (që përfaqëson *shpejtësinë e ndryshimit të shpejtësisë* v) është sa derivati $v'(t)$ i funksionit $v = x'(t)$ në çastin t , d.m.th. sa $x''(t)$. Pra, *nxitimi i pikës materiale në lëvizjen drejtvizore është sa derivati i dytë i abshisës në lidhje me kohën*. Shkruajmë: $a(t) = v'(t) = x''(t)$.

Le të jetë dhënë një funksion $y = f(x)$ i derivueshëm në një interval I . Në qoftë se ekziston derivati i funksionit f' ku $f': y = f'(x)$ në pikën $x \in I$, ai quhet derivat i dytë i funksionit f në pikën x dhe shënohet $f''(x)$.

Detyrë

Të shqyrtohet derivati i funksionit $f: y = x^3 - 5x^2 + 6x - 3$.

Zgjidhje

Ky funksion në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ ka derivat dhe $f'(x) = 3x^2 - 10x + 6$. Nga ana e vet, funksioni $f': y = 3x^2 - 10x + 6$ ka në çdo pikë $x \in \mathbb{R}$ derivat dhe ky është $6x - 10$.

Detyrë

Abshisa e pikës materiale që kryen lëvizje sipas boshtit Ox ndryshon sipas ligjit $x = 3\sin t + 1$, ku x matet në m dhe koha në sek. Gjeni shpejtësinë dhe nxitimin pas 1,5 sek.

Zgjidhje

Vëmë në dukje se $1,5 \approx \frac{\pi}{2}$. Kemi: $x'(t) = 3\cos t$ dhe $x''(t) = (3\cos t)' = -3\sin t$.

Shpejtësia në çastin 1,5 sek është afërsisht e barabartë me: $x'(\frac{\pi}{2}) = 3 \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$ m/s.

Nxitimi në çastin 1,5 sek është afërsisht i barabartë me: $x''(\frac{\pi}{2}) = -3 \cdot \sin(\frac{\pi}{2}) = -3$ m/s².

Derivati i rendit n i funksionit f në pikën x quhet derivati i derivatit të rendit $(n - 1)$ në pikën x . Ai shënohet $f^{(n)}(x)$. Funksioni $x \rightarrow f^{(n)}(x)$, shënohet $f^{(n)}$.

Le të jetë $f: y = f(x)$ një funksion i përcaktuar në intervalin I dhe i derivueshëm në pikën $a \in I$. Ta zëmë se $h \neq 0$ dhe $(a + h) \in I$.

Përkufizim: Prodhimi $f'(a) \cdot h$ quhet diferencial i funksionit f në pikën a dhe shënohet me njërën nga shenjat $df(a)$ ose $dy(a)$. Pra, $df(a) = f'(a) \cdot h$ ose $dy(a) = f'(a) \cdot h$.

Nëse f është i derivueshëm në pikën e çfarëdoshme x të intervalit I , atëherë: $df(x) = f'(x) \cdot h$ ose $dy(x) = f'(x) \cdot h$.

Shqyrtojmë në veçanti funksionin $y = x$. Duke ditur që $y'(x) = 1$ për çdo $x \in \mathbb{R}$, mund të shkruajmë: $dy = 1 \cdot h$. Pra, (meqenëse $y = x$) $dx = 1 \cdot h$. Pra, $df(x) = f'(x) \cdot dx$ (është zëvendësuar h me dx) ose $dy(x) = y'(x) \cdot dx$. Prej kësaj del që: $y'(x) = \frac{dy(x)}{dx}$; ose $f'(x) = \frac{dy}{dx}$.

Detyrë

Të gjendet diferenciali i funksionit $f: y = x^2 - 1$ në pikën x dhe në pikën $x = 2$.

Zgjidhje

Meqenëse $f'(x) = 2x$ dhe $f'(2) = 4$, shkruajmë $df(x) = 2x \cdot dx$ dhe $df(2) = 4 \cdot dx$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Gjeni $f''(x)$ për funksionin f :

a) $y = -4x^3 + 7x^2 + 5x - 1$; b) $y = \frac{x}{5+x}$.

Detyrë

Të vërtetohen barazimet:

a) $x^2 \cdot dx = \frac{1}{3} d(x^3)$; b) $\cos x \cdot dx = d(\sin x)$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësuesi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësuesi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni $f''(x)$ për funksionin f :

a) $y = \sqrt{x}$; b) $y = \tan x$; c) $y = x \cdot \ln x$; d) $y = x \cdot e^x$.

2. Vërtetoni që funksioni $y = \frac{1}{2}x^2 \cdot e^x$ vërtetohet për çdo $x \in \mathbb{R}$ barazimin $y'' - 2y' + y = e^x$.

3. Pika materiale kryen lëvizje drejtvizore sipas ligjit: $x = \frac{1}{2}t^2 + \frac{t}{t+1}$ (x në cm, t në sek). Gjeni nxitimin e pikës në çastin $t = 1$.

4. Gjeni diferencialin e funksionit të dhënë në pikën e treguar:

a) $y = \sqrt{x}$ në pikën $x(x > 0)$; në pikën $x = 9$;

b) $y = \frac{2}{x}$ në pikën $x(x \neq 0)$; në pikën $x = 1$;

c) $y = \sin x + x$ në pikën x ; në pikën $x = 0$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Të derivojë funksione të ndryshme duke përdorur tabelën e funksioneve të përbëra si dhe rregullat e derivimit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 7.11 Derivati i funksionit të përbërë Nr.:11

Fjalët kyçe: funksion, derivat, teoremë, i përbërë, tabelë, rregull

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Komunikon në gjuhën e matematikës gjatë arsyetimeve matematike.
- Zbaton teoremën për njësimin e derivatit të përbërë.
- Përdor tabelën për njësimin e derivatit për funksionin e përbërë.

Kriteret e suksesit:

- Të shqyrtohet derivati i funksionit $y = \sqrt{2x-6}$.
- Zbato teoremën për derivatin e funksionit të përbërë $y = (x^2 - 5x + 3)^2$.
- Përdor tabelën për njësimin e derivatit të funksionit $y = \sin 2x$ në pikën x .

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E BashkëbisedimiR Leksion i përparuarR Mendo/puno në dyshë/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Janë dhënë funksionet $g: u = 4x - 2$ dhe $f: y = u^2$.

- Tregoni që funksioni $f \circ g$ jepet me formulën $y = (4x - 2)^2$.
- Tregoni që $g(1) = 2$. Gjeni derivatin e g në lidhje me x në pikën $x_1 = 1$.
- Gjeni derivatin e y në lidhje me u në pikën $u_1 = 2$.
- Gjeni drejtpërdrejt derivatin e funksionit të përbërë $f \circ g: y = (4x - 2)^2$ në pikën $x_1 = 1$. E krahasoni atë me prodhimin $y'_u(2) \cdot u'_x(1)$. Ç'vini re?

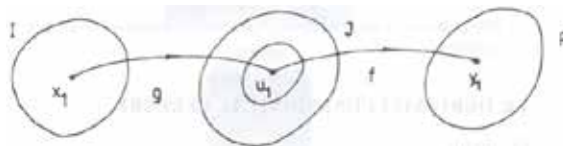
Mësimdhënësi shkruan problemin e detyrës në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon e shpjegon njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm, vërejmë se:

Teoremë: Le të jetë $g: u = u(x)$ një funksion i përcaktuar në intervalin I dhe $f: y = f(u)$ një funksion i përcaktuar në intervalin J , që e përfshin bashkësinë e vlerave të u (fig.7.4). Nëse g është i derivueshëm në lidhje me x në pikën x_1 dhe $f: y = f(u)$ është i derivueshëm, në lidhje me u , në pikën u_1 , ku $u_1 = u(x_1)$, atëherë edhe funksioni i përbërë $f \circ g: y = f[u(x)]$ është i derivueshëm, në lidhje me x , në pikën x_1 dhe ka vend barazimi: $y'_x(x_1) = y'_u(u_1) \cdot u'_x(x_1)$.



Detyrë

Funksioni $y = (x^2 - 5x + 3)^2$ është përbërje $f \circ g$ e dy funksioneve $g: u = x^2 - 5x + 3$ dhe $f: y = u^2$. Funksioni $u = x^2 - 5x + 3$ është i derivueshëm në $\mathbb{R}$ dhe derivati i tij në pikën $x_1 \in \mathbb{R}$ është $u'_x(x_1) = 2x_1 - 5$, kurse vlera e këtij funksioni në pikën x_1 është $u_1 = x_1^2 - 5 \cdot x_1 + 3$.

Funksioni $f: y = u^2$ është i derivueshëm në lidhje me u në çdo pikë të $\mathbb{R}$. Derivati i tij $f'_u(u)$ në pikën u është $2 \cdot u$, kurse derivati në pikën u_1 do të jetë: $2 \cdot u_1$, d.m.th. $2(x_1^2 - 5x_1 + 3)$.

Prandaj, derivati i funksionit të dhënë në pikën x_1 është: $f'_u(u_1) \cdot u'_x(x_1) = 2u_1 \cdot (2x_1 - 5) = 2(x_1^2 - 5x_1 + 3) \cdot (2x_1 - 5)$.

Detyrë

Të shqyrtohet derivati i funksionit $y = \sqrt{2x - 6}$.

Zgjidhje

Shënojmë me: $u = 2x - 6$, kemi $y = \sqrt{u}$. Dimë që $u'_x(x) = 2$ (për çdo $x \in \mathbb{R}$) dhe $y'_u(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}}$, kur $u > 0$.

Pra, për x të tilla që $u = 2x - 6 > 0$ (d.m.th. për $x > 3$), kemi:

$$y'_x(x) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'_x(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x-6}} \cdot 2 = \frac{1}{\sqrt{2x-6}}.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Për të gjetur derivatin e funksionit të përbërë, në disa raste të veçanta mund të përdoret tabela e mëposhtme:

Funksioni	Derivati në lidhje me u , në pikën u	Derivati në lidhje me x , në pikën x
$y = \sqrt{u}$	$y'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}}$	$y'(x) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'(x)$
$y = u^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$y'(u) = \alpha u^{\alpha-1}$	$y'(x) = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'(x)$
$y = \sin u$	$y'(u) = \cos u$	$y'(x) = \cos u \cdot u'(x)$
$y = \cos u$	$y'(u) = -\sin u$	$y'(x) = -\sin u \cdot u'(x)$
$y = e^u$	$y'(u) = e^u$	$y'(x) = e^u \cdot u'(x)$
$y = \ln u$	$y'(u) = \frac{1}{u}$	$y'(x) = \frac{1}{u} \cdot u'(x)$
$y = \operatorname{tgu}$	$y'(u) = \frac{1}{\cos^2 u}$	$y'(x) = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'(x)$

Detyrë

Cakto derivati i funksionit $y = \sin 2x$ në pikën x

Zgjidhje

Në bazë të tabelës kemi: $y' = \cos 2x \cdot (2x)' = 2 \cdot \cos 2x$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimpldhënësi dhe, pasi arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre u kërkohet të shkëmbejnë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimpldhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nx.në orën mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1.Gjeni derivatin në pikën x për funksionin:

a) $y = (3x - 7)^3$ b) $y = \sqrt{9 - x^2}$; c) $y = \sqrt{\sin x}$.

2.Gjeni derivatin në pikën x për funksionin:

a) $y = \cos 3x$; b) $y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$; c) $y = x + \sin(\pi - x)$; d) $y = \frac{1}{3} \sin(2x - 4)$.

3.Gjeni derivatin në pikën x për funksionin

a) $y = x - \ln(1 + x)$; b) $y = x \cdot e^{-2x}$; c) $y = e^{-x} \cdot \cos x$; d) $y = \ln(\sin 2x)$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton rregullat e derivimit për funksionet inverse.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 7.12 Derivati i funksionit të anasjellë (inversi) Nr.: 12Fjalët kyçe: funksion i derivueshëm, polinom, herës, racional, rregull, interval, pikëRezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Njëson derivatin e funksionit invers.
- Zbaton rregullën për njësimin e derivatit të funksionet inverse.
- Përdor rregullat e prodhimit dhe të herësit për njësimin e derivateve për funksionet inverse.

Kriteret e suksesit:

- Vërtetoni që për çdo x nga $[-1, 1]$ ka vend barazimi $(\arcsin x)' + (\arccos x)' = 0$.
- Njehson derivatin për funksionet: a) $y = x^2 \cdot \arccos x$; b) $y = (\arccot x)^3$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësiLidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyqeR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

I anasjellt, funksion, derivat, njehso.

a) $y = 3x - 8$;

b) $y = \ln x$;

c) $y = a^x$;

d) $y = \frac{4 + 2x}{5 - x}$.

Ç'vini re?

Caktohen katër terma (fjalë) që përdorën më së shumti gjatë mësimit, si fjalë kyçe të mësimit. Nga këto fjalë-pyetje, nxënësit për 5 minuta nxjerrin një zgjidhje me kuptim, ku përfshihen këto terma. Më pas nxënësit në dyshe shkëmbejnë idetë e zgjidhura, disa nga nxënësit mund edhe t'i komentojnë përgjigjet e tyre me kërkesë të mësimitdhënësit.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimitdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimit) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Teoremë: Nëse funksioni $y = f(x)$ ka derivat në një pikë x_0 të intervalit $[a, b]$ dhe $f'(x_0)$ është i ndryshëm nga 0, atëherë funksioni invers $x = f^{-1}(y)$ ka derivat në pikën përgjegjëse y_0 (ku $y_0 = f(x_0)$) dhe ka vend barazimi $(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$.

Nëse bëhet fjalë për një pikë çfarëdo x të $[a, b]$ dhe pikën përgjegjëse të saj y në $]c, d[$, shkruajmë $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$, ose shkurt

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}.$$

Derivati i funksionit $y = \arcsin x$ $y' = (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Derivati i funksionit $y = \arccos x$ $y' = (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Derivati i funksionit $y = \arctan x$ $y' = (\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

Derivati i funksionit $y = \operatorname{arccot} x$ $y' = (\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Detyrë

Gjeni derivatet e funksioneve:

a) $y = \arcsin 2x$;

b) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Gjeni derivatin e funksionit:

a) $y = x^2 \cdot \arccos x$; b) $y = (\operatorname{arccot} x)^3$.

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej atyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Vërtetoni që për çdo x nga $]-1, 1[$ ka vend barazimi $(\arcsin x)^2 + (\arccos x)^2 = 0$.

2. Gjeni derivatin e funksionit:

a) $y = \operatorname{arctg}(2x - 1)$; b) $y = \operatorname{arctg}\left(\frac{3x}{1+x^2}\right)$.

3. Gjeni derivatin në pikën me abshisë 0 për funksionin:

a) $y = \arcsin\left(\frac{2x^3}{1+x^6}\right)$; b) $y = (\operatorname{arctg} 2x)^2$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

DERIVATI

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Të derivojë funksione të ndryshme duke përdorur përkufizimin, si dhe rregullat e derivimit.
- Problemeve nga fizika iu jep zgjidhje matematikore me anë të derivateve.
- Argumenton që çdo funksion i vazhdueshëm është i derivueshëm, e anasjella nuk vlen çdo herë.
- Zbaton rregullat e derivimit për funksionet polinom dhe racionale.
- Kupton që tangjentja e pikës A ka për koeficient këndor limitin e koeficientit këndor prerës.
- Kupton derivatin e dytë të funksionit si nxitim.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Ushtrime (Përsëritje)

Njësia mësimore: 7.13 USHTRIME PËR PËRSËRITJE Nr.: 13

Fjalët kyçe: funksion, derivat, përkufizim, metodë, shpejtësi e çastit, shpejtësi mesatare, derivat i rendit të dytë, diferencial

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Përkufizon derivatin e funksionit.
- Zbaton metodën hap pas hapi për njësimin e derivatit.
- Zgjidh probleme nga jeta e përditshme me anë të derivateve.
- Njësion ekuacionet e fizikës matematike.
- Shqyrton vazhdueshmërinë dhe derivatin e funksioneve në një pikë.
- Njësion derivatin e funksionit polinom.
- Zbaton rregullën e herësit të derivateve.
- Cakton ekuacionin e tangjentes.
- Zbaton teoremat për njësimin e derivatit për funksionet eksponenciale, logaritmike dhe fuqi.

- Kupton rregullat e derivimit për funksionet eksponenciale, logaritmike dhe fuqi.
- Zbaton rregullat e njësimit të derivatit të rendit të lartë.
- Zgjidh probleme nga jeta e përditshme me anë të derivateve.
- Njësion ekuacionet e fizikës matematike.

Kriteret e suksesit:

- Njësion rregullën e derivatit të prodhimit dhe derivatit fuqi për shembuj.
- Shkruan ekuacionin e tangjentes së grafikut të funksionit.
- Cakton pikën që tangjentja formon me boshtin Ox dhe OY nënkënd të caktuar.
- Zbaton rregullat e derivimit të funksioneve eksponenciale, logaritmike.
- Zbaton rregullat për katër funksionet trigonometrike.
- Shqyrton derivatin e rendit të dytë për funksionin.
- Njësion derivatin e funksioneve në bazë të tabelës.
- Duke u bazuar në përkufizim të derivatit, njësion shembuj nga jeta e përditshme.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, materiale ndihmëse për nxënës (fleta punuese)

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT**

E Stuhi mendimesh

R Këndet

R Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS**Evokim/Pjesa hyrëse**

Njësio derivatin e funksioneve në bazë të tabelës së mëposhtme:

Funksioni $f: y = f(x)$	Derivati $f'(x)$ në pikën x	Derivati i funksionit të përbërë $y = f[u(x)]$, ku $u: x \rightarrow u(x)$, është i derivueshëm në pikën x
$y = k$	0	
$y = x$	1	
$y = kx + b$	k	

$y = ax^2 + bx + c$	$2ax + b$	
$y = a^x$	$a^x \ln a$, ku $0 < a \neq 1$	$a^{u(x)} \cdot \ln a \cdot u'(x)$
$y = e^x$	e^x	$e^{u(x)} \cdot u'(x)$
$y = x^n \ (n \in \mathbb{N})$	$n x^{n-1}$	$n [u(x)]^{n-1} \cdot u'(x)$
$y = x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha x^{\alpha-1}$ (kur $x > 0$)	$\alpha [u(x)]^{\alpha-1} \cdot u'(x)$ [kur $u(x) > 0$]
$y = \log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$ (kur $x > 0$), ku $0 < a \neq 1$	$\frac{u'(x)}{u(x) \cdot \ln a}$ [kur $u(x) > 0$]
$y = \ln x$	$\frac{1}{x}$ (kur $x > 0$)	$\frac{u'(x)}{u(x)}$ [kur $u(x) > 0$]
$y = \sin x$	$\cos x$	$\cos [u(x)] \cdot u'(x)$
$y = \cos x$	$-\sin x$	$-\sin [u(x)] \cdot u'(x)$
$y = \operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$ (kur $\cos x \neq 0$)	$\frac{u'(x)}{\cos^2 [u(x)]}$ [kur $\cos [u(x)] \neq 0$]
$y = \operatorname{cotg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$ (kur $\sin x \neq 0$)	$\frac{u'(x)}{-\sin^2 [u(x)]}$ [kur $\sin [u(x)] \neq 0$]
$y = \arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (kur $-1 < x < 1$)	$\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'(x)$ (kur $-1 < u(x) < 1$)
$y = \operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{1+u^2} \cdot u'(x)$

Detyrë 1

a) Gjeni derivatin e funksionit $y = \sqrt[3]{x}$ në pikën $x = 64$.

b) Gjeni derivatin e funksionit $y = \sqrt[3]{64}$.

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift, duke i hedhur në letër mendimet e tyre në lidhje me detyrën dhe pastaj i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Realizim/Pjesa kryesore

Ky aktivitet është shumë i dobishëm kur mësimdhënësi dëshiron të theksojë faktin se jo të gjithë në klasë kanë pikëpamje të njëjta ose që ka disa zgjidhje për disa probleme. Kjo metodë mësimore i lejon nxënësit, të cilët normalisht nuk komunikojnë në klasë, për të marrë pjesë dhe të komunikojnë me shokët e tyre.

Organizimi i nxënësve bëhet në këtë mënyrë:

Në katër këndet e klasës vendosim etiketat me detyrat e caktuara varësisht prej numrit të nxënësve (pra nr. i etiketave të ngjashme për secilën detyrë) në vendet e caktuara për to. Mësimdhënësi prezanton para nxënësve llojet e detyrave të vendosura në katër këndet e klasës dhe u jep një kohë të caktuar atyre për të menduar në lidhje me to. Pastaj kërkohet prej tyre që të bëjnë përzgjedhjen e detyrave të dhëna, secili nga një etiketë. Pasi nxënësit bëjnë zgjedhjen e tyre, kërkohet prej tyre që prapa etiketave të përzgjedhura të japin mendimet e tyre në lidhje me detyrat e caktuara. Pasi i zgjidhin detyrat, ata udhëzohen të drejtohen te këndet nga i kanë përzgjedhur detyrat. Te këndet ata bashkohen në grupe me anëtarët, d.m.th. secili kënd i klasës do të ketë grupe me nxënës, që ndajnë detyrat e ngjashme dhe diskutojnë në lidhje me përzgjedhjen e bërë. Pas një diskutimi të shkurtër, nxënësit thirren në mënyrë të rastësishme, pra nga një nxënës që prezanton grupin përkatës, për të dhënë një deklaratë të thjeshtë, e cila mbështet zgjedhjen e tyre.

Detyrë 2

a) Gjeni derivatin e rendit II për funksionin $y = \frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 6x + \sqrt{2}$.

b) Gjeni derivatin e rendit n për funksionin $y = e^x$.

Detyrë 3

Në një kanal që derdhet në det, shpejtësia e ujit në km/orë, t orë pas mesnatës, jepet nga formula: $v = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{2}\right)$, $t \in [0, 12]$.

a) Gjeni shpejtësinë e rrjedhjes në çastin $t = 6$ orë.

b) Gjeni nxitimin e rrjedhjes në këtë çast.

Detyrë 4

Gjeni derivatin e funksionit në pikën x të bashkësisë së tij të përcaktimit:

a) $y = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt{3}$; b) $y = x\sqrt{a^2 - x^2}$; c) $y = \ln(\sin 10x)$; d) $y = \cos(\sqrt{1 - x^2})$; e) $y = \lg^2(x - \varphi)$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre.

Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë 5

Për funksionin $y = \ln(\operatorname{tg} x)$:

a) Gjeni derivatin në pikën x .

b) Shkruani ekuacionin e tangjentes ndaj grafikut në pikën me abshisë $\frac{\pi}{3}$.

c) Zgjidhni ekuacionin $\ln(\operatorname{tg} x) = 0$ në $[0, \pi]$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE	
Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.	
DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR	
Detyrë Është dhënë funksioni $f: y = \begin{cases} \sin x & \text{për } x \geq 0 \\ e^x - 1 & \text{për } x < 0 \end{cases}$. a) Tregoni që funksioni është i vazhdueshëm në pikën $x = 0$. b) Tregoni që funksioni ka derivat në pikën $x \neq 0$. c) Tregoni që funksioni ka derivat në pikën $x = 0$.	
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore	
Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.	

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12

Tema (nga plani dymujor):

VAZHUESHMËRIA E FUNKSIONIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zgjidh probleme të thjeshta praktike duke zbatuar derivatin e funksioneve.
- Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Vlerësim

Njësia mësimore: 7.14 DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA **Nr.: 14**

Fjalët kyçe: funksion, derivat, përkufizim, metodë, shpejtësi e çastit, shpejtësi mesatare, derivat i rendit të dytë, diferencial

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Zgjidh detyra të ndryshme në lidhje me vazhdueshmërinë dhe derivatin e funksionit.
- Zbaton rregullat e derivimit për funksionet e thjeshta, eksponenciale, logaritmike, trigonometrike.
- Njëson derivatin e funksionit në bazë të tabelës.
- Zgjidh probleme nga jeta e përditshme me anë të derivateve.
- Njëson ekuacionet e fizikës matematike.

Kriteret e suksesit:

- Shqyrton vazhdueshmërinë dhe derivatin me metodën hap pas hapi të funksioneve të dhëna në fletat punuese.
- Vërteton derivatin e funksionit duke u bazuar në teoremë.
- Cakton pikën dhe ekuacionin e tangjentës së funksionit dhe e ilustron grafikisht.
- Duke u bazuar në përkufizim të derivatit, njëson shembuj nga jeta e përditshme.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndet tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

MATRICË APO PLAN TESTI

1. Bëhet një tabelë si më poshtë, me aq kolona sa kemi zhvilluar njësi mësimore.
 2. Caktohet numri i pyetjeve që ne duam t'i ketë testi (9).
 3. Pyetje të nivelit të ulët duhet të jenë rreth 60%, ndërsa të nivelit të lartë rreth 40%.
 4. Nëse ndonjë njësi është më e rëndësishme, nga ajo pjesë duhet të ketë më shumë pyetje (5+3).
 5. Caktohet numri i pyetjeve në njësitë tjera.
 6. Mblidhet numri i pyetjeve të dy niveleve dhe plotësohet kolona me numër të pyetjeve.
- Njësitë mësimore - Pyetje nga niveli i ulët - Pyetje nga niveli i lartë - Nr. i pyetjeve
- Pas përfundimit të tabelës, shkruhen pyetjet e testit (tabela më poshtë):
1. Pyetjet shkruhen në test sipas radhës së njësive.
 2. Pyetjet duhet të jenë të tipave të ndryshëm (të hapura, të mbyllura, të kombinuara...).
 3. Numri i poenave për pyetje caktohet nga niveli pyetjeve (pyetjet e nivelit të lartë të kenë më shumë poena se ato të nivelit të ulët).
 4. Në fund caktohet kriteri për vlerësim mbi bazë të numrit të poenave, mbi 40% kaluese...

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12****Tema (nga plani dymujor):****VIJAT E GRADËS SË DYTË****Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):**

- Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike).
- Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5.
PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK-
1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës: Zhvillim****Njësia mësimore: RRETHI DHE EKUACIONI I TIJ Nr.: 1****Fjalët kyçe:** prerje konike, kon, rrafsh, rreth, ekuacion, qendër, rreze, koordinata**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- identifikon rrethin;
- dallon ekuacionin e rrethit;
- përcakton ekuacionin e rrethit me qendër dhe rreze;
- interpreton vijat e shkallës së dytë (rrethi) nga ekuacionet e drejtëzave.

Kriteret e suksesit:

- Shpjegon kushtin e nevojshëm dhe të mjaftueshëm që largesa e pikës M nga pika Q të jetë 5 njësi.
- Cakton ekuacionin e rrethit me qendër $Q(1; -1)$ dhe rreze $r = 3$.
- Interpretin se çfarë vije paraqesin ekuacionet $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$; $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = 0$; $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 7 = 0$
- Duke u bazuar në ekuacionet $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 49$; $(x + 3)^2 + y^2 = 9$; $(x - 1)^2 + y^2 = 1$; $x^2 + (y + 2)^2 = 5$; cakton koordinatat dhe qendrën e rrethit.
- Arsyeton se çfarë vije paraqesin ekuacionet e dhëna $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$; $x^2 + y^2 + 6x - 7 = 0$; $x^2 + y^2 + 3y = 0$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese, konat prej letre apo ndonjë materiali tjetër, fleta të bardha apo shumëngjyrëshe, gërshërë, vizore, kompas

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kinematografia
(Kamerat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E BashkëbisedimR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit. Pastaj, mësimdhënësi fillon të demonstrojë prerjen e një rrafshi me njërin prej koneve, duke e ndërlidhur me njësinë që bëhet fjalë.

Detyrë

Le të jenë dhënë në rrafsh pikat $Q(a; b)$ dhe $M(x; y)$. Cili është kushti i nevojshëm dhe i mjaftueshëm që largesa e pikës M nga pika Q të jetë 5 njësi?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Rreth quhet bashkësia e pikave të planit, të cilat kanë të njëjtën largesë nga një pikë fikse e planit.

Pika fikse quhet **qendër** e rrethit. Atë e shënojmë me Q . Largesa e pikave të rrethit nga qendra e tij quhet **rreze** e rrethit. Rrezen e rrethit e shënojmë me r .

Në plan zgjedhim një sistem koordinativ xOy . Shënojmë me a dhe b koordinatat e qendrës Q .

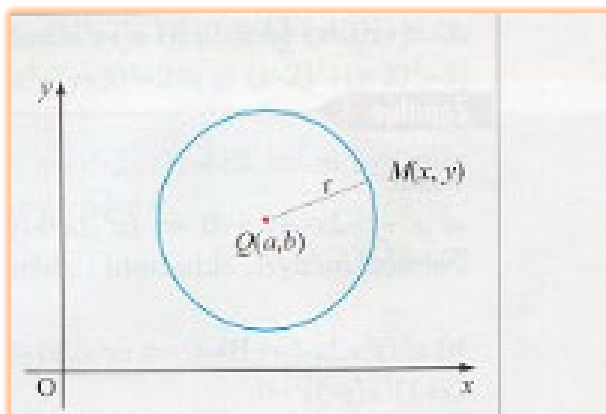
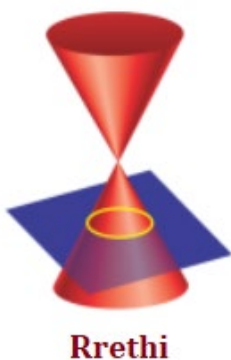


Fig. 8.1

Në rreth marrim një pikë të çfarëdoshme $M(x; y)$. Nga përkufizimi, pika M është pikë e rrethit atëherë dhe vetëm atëherë kur $QM = r \dots (1)$

Nga formula që jep largesën ndërmjet dy pikave, kemi: $QM = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$.

Meqë $QM = r \Rightarrow QM^2 = r^2$, kemi: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \dots (2)$.

Nga njëvlefshmëria e barazimeve (1) dhe (2), del që në qoftë se pika $M(x; y)$ është pikë e rrethit, koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dhe anasjellas, në qoftë se koordinatat $(x; y)$ të pikës M vërtetojnë ekuacionin $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, atëherë ajo pikë ndodhet në rreth.

Në këtë mënyrë kemi provuar se ekuacioni i rrethit me qendër $Q(a; b)$ dhe rreze r është $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Ky ekuacion quhet edhe ekuacioni më i thjeshtë i rrethit.

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i rrethit me qendër $Q(1; -1)$ dhe rreze $r = 3$.

Zgjidhje

Kemi $a = 1$; $b = -1$ dhe $r = 3$. Ekuacioni i rrethit është $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

Shënim.

Ekuacionit të rrethit $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ mund t'i japim një trajtë tjetër. Duke zhvilluar katrorët kemi: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0 \dots (3)$
Shënojmë $-2a = A$; $-2b = B$; $a^2 + b^2 - r^2 = C$.
Atëherë, ekuacioni merr trajtën: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \dots (4)$

Ky ekuacion quhet **ekuacioni i përgjithshëm i rrethit**.

Vëmë re se ekuacioni (4) është ekuacion i fuqisë së dytë në lidhje me x, y me këto cilësi:

1) Koeficientet e kufizave x^2 dhe y^2 janë të barabarta.

2) Mungon kufiza me prodhimin $x \cdot y$.

Anasjellas shtrojmë pyetjen: në qoftë se plotësohen kushtet e mësipërme, a paraqet rreth ekuacioni (4)? Kësaj pyetjeje do t'i përgjigjemi duke zgjidhur shembujt e mëposhtëm.

Shembulli 2

Të gjendet vija e paraqitur nga ekuacioni:

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$; b) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 7 = 0$.

Zgjidhje

Kemi:

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \Rightarrow (x^2 - 2x) + (y^2 + 4y) - 4 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 - 1 + (y + 2)^2 - 4 - 4 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

Në këtë mënyrë, ekuacioni i dhënë paraqet rreth me qendër $Q(1; -2)$ dhe rreze $r = 3$.

b) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) + 10 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 - 1 + (y - 3)^2 - 9 + 10 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 0$.

Meqë $(x + 1)^2 \geq 0$ dhe $(y - 3)^2 \geq 0$. Ekuacioni i mësipërm vërtetohet vetëm për $x = -1$ dhe $y = 3$. Pra, ai paraqet pikën $(-1; 3)$.

c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 7 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4x) + (y^2 - 2y) + 7 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 + 7 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = -2$.

Ky ekuacion nuk vërtetohet për asnjë vlerë të x dhe y . Rrjedhimisht, ai nuk paraqet asnjë vijë.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi një problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon nxënësin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

Të gjenden koordinatat dhe qendra e rrethit me ekuacion:

a) $(x+5)^2 + (y-3)^2 = 49$; b) $(x+3)^2 + y^2 = 9$; c) $(x-1)^2 + y^2 = 1$; d) $x^2 + (y+2)^2 = 5$.

Detyrë 2

Të gjendet vija e përcaktuar nga ekuacionet e mëposhtme. Në rastet kur ajo është rreth, të gjendet qendra dhe rrezja e tij.

a) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$; b) $x^2 + y^2 + 6x - 7 = 0$; c) $x^2 + y^2 + 3y = 0$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nx. gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të gjenden koordinatat dhe qendra e rrethit me ekuacion:

a) $x^2 + y^2 = 1$; b) $x^2 + (y - \frac{1}{3})^2 = 4$; c) $(x + \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{2})^2 = \sqrt{2}$.

2. Të shkruhet ekuacioni i rrethit kur jepen qendra dhe rrezja e tij:

a) $Q(-3; 2)$ dhe $r = 5$; b) $Q(0; -1)$ dhe $r = 1$;
c) $Q(-3; -2)$ dhe $r = 3$; d) $Q(2; 0)$ dhe $r = \sqrt{2}$.

3. Në një sistem boshtesh koordinative të ndërtohet rrethi me ekuacion:

a) $x^2 + y^2 = 1$; b) $x^2 + (y - 1)^2 = 1$; c) $(x + 1)^2 + y^2 = 1$.

4. Të shkruhet ekuacioni i rrethit kur jepet qendra Q e tij dhe pika M, e cila ndodhet në rreth:

a) $Q(-1; 1)$ dhe $M(2; 3)$; b) $Q(2; 0)$ dhe $M(1; 1)$;
c) $Q(0; -3)$ dhe $M(2; 1)$; d) $Q(2; 2)$ dhe $M(2; 0)$.

Udhëzim. Rrezja e rrethit është largesa ndërmjet pikave Q dhe M.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Interpretën pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1, 2; 5.
PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK-
1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: RASTE TË VEÇANTA TË EKUACIONIT TË RRETHIT Nr.: 2

Fjalët kyçe: rreth, ekuacion, tangjente, rreze, qendër, koordinata

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- përcakton ekuacionin e rrethit.
- interpretën ekuacionet e rrethit duke u bazuar në figurat e dhëna.

Kriteret e suksesit:

- Cakton ekuacionin e rrethit me qendër në origjinën e koordinatave dhe me rreze 3.
- Nëse është dhënë qendra e rrethit në pikën $(2; 0)$ dhe tangjent me boshtin Ox , përcakton ekuacionin e rrethit.
- Për pikat $M(3; 9)$ dhe $N(7; 3)$, që janë skajet e një diametri rrethit, shkruaj ekuacionin e rrethit.
- Rrethi është tangjent me boshtet koordinative dhe pikat e takimit janë në largesë a nga origjina e koordinatave. Tregon se cili është ekuacioni i rrethit.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkurtesë/markeri, fleta të bardha apo shumëngjyrëshe, vizore, kompas

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kinematografia
(Kamerat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E** Leximi në dyshe**R** Di/Dua të di/Mësova**R** Diskutim në çift**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Detyrë:

- a) Shkruani ekuacionin e rrethit me qendër në origjinën e koordinatave dhe me rreze 3.
b) Shkruani ekuacionin e rrethit me qendër në pikën (2; 0) dhe tangjent me boshtin Ox.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

1. Rrethi me qendër në origjinën e koordinatave

Në këtë rast, $a = b = 0$. Ekuacioni i rrethit ka trajtën $x^2 + y^2 = r^2$ (fig. 8.2).

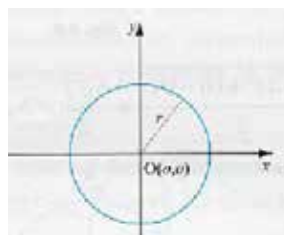


Fig. 8.2

2. Rrethi tangjent me boshtin e abshisave

Vëmë re se $b = r$. Ekuacioni i rrethit është $(x - a)^2 + (y - r)^2 = r^2$ (fig. 8.3).

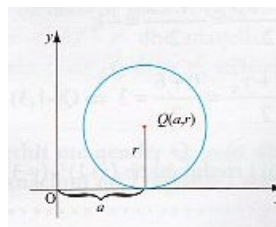


Fig. 8.3

3. Rrethi tangjent me boshtin e ordinatave

Kemi $a = r$. Ekuacioni i rrethit është $(x - r)^2 + (y - b)^2 = r^2$ (fig. 8.4).

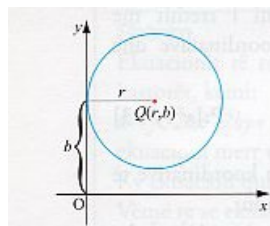


Fig. 8.4

4. Rrethi tangjent me boshtet koordinative

Vëmë re se $a = b = r$. Ekuacioni i rrethit është $(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2$ (fig. 8.5).

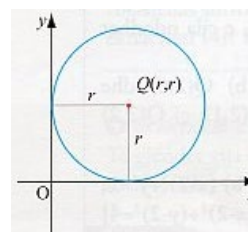


Fig. 8.5

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i rrethit, i cili kalon nga pika $M(1; 2)$ dhe është tangjent me të dyja boshtet koordinative.

Zgjidhje

Kemi $a = b = r$. Ekuacioni i rrethit është $(x - r)^2 + (y - r)^2 = r^2$. Pika $M(1; 2)$ ndodhet në rreth, prandaj koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e rrethit. Kemi:

$$(1 - r)^2 + (2 - r)^2 = r^2 \Rightarrow 1 - 2r + r^2 + 4 - 4r + r^2 - r^2 = 0 \Rightarrow r^2 - 6r + 5 = 0 \Rightarrow r_1 = 1 \text{ ose } r_2 = 5.$$

Ekuacioni i rrethit është $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ ose $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$ (fig. 8.6).

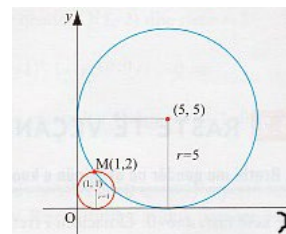
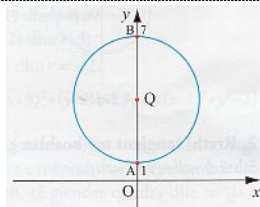


Fig. 8.6

Shembulli 2

Të shkruhet ekuacioni i rrethit të paraqitur në fig. 8.7.



Zgjidhje

Vëmë re se AB është diametër i rrethit. Kemi $AB = 7 - 1 = 6$, nga ku $r = AQ = 3$. Gjithashtu $Q(0; 4)$. Ekuacioni i rrethit është $x^2 + (y - 4)^2 = 9$.

Fig. 8.7

Shembulli 3

Të shkruhet ekuacioni i rrethit me qendër pikën $Q(4; 7)$, i cili është tangjent me drejtëzën $d: 3x - 4y + 1 = 0$.

Zgjidhje

Rrezja e rrethi është largesa QM e pikës Q nga drejtëza d (fig. 8.8).

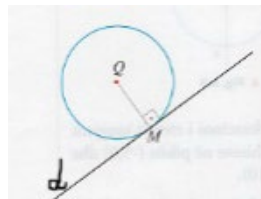


Fig. 8.8

Kemi: $QM = \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 7 + 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3$. Ekuacioni i rrethit është $(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = 9$.

Shembulli 4

Të shkruhet ekuacioni i rrethit që e ka qendrën në drejtëzën $d: x - y + 2 = 0$ dhe kalon nga pikat $A(3; 0)$ dhe $B(-1; 2)$.

Zgjidhje

Ekuacioni i rrethit është $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Pikat A dhe B ndodhen në rreth, pra koordinatat e tyre vërtetojnë ekuacionin e rrethit. Kemi:

Për pikën A: $(3 - a)^2 + (0 - b)^2 = r^2 \dots (1)$

Për pikën B: $(-1 - a)^2 + (2 - b)^2 = r^2 \dots (2)$

Nga barazimet (1) dhe (2), kemi:

$$(3 - a)^2 + (0 - b)^2 = (-1 - a)^2 + (2 - b)^2 \Rightarrow 9 - 6a + a^2 + b^2 = 1 + 2a + a^2 + 4 - 4b + b^2 \Rightarrow -8a + 4b + 4 = 0 \Rightarrow -2a + b + 1 = 0 \dots (3)$$

Qendra $Q(a; b)$ e rrethit ndodhet në drejtëzën $d: x - y + 2 = 0$, pra koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e kësaj drejtëze.

Kemi: $a - b + 2 = 0 \dots (4)$

Koordinatat a dhe b të qendrës së rrethit janë zgjidhje të sistemit të formuar nga ekuacionet (3) dhe (4).

$$\begin{cases} -2a + b + 1 = 0 \\ a - b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow Q(3; 5). \text{ Duke zëvendësuar në ekuacionin (1), gjejmë } r. \text{ Kemi:}$$

$$(3 - 3)^2 + (0 - 5)^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = 25. \text{ Ekuacioni i rrethit është: } (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në fletat shumëngjyrëshe shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift, për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësuesi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

Të shkruhet ekuacioni i rrethit, në qoftë se pikat $M(3; 9)$ dhe $N(7; 3)$ janë skaje të një diametri të tij.

Detyrë 2

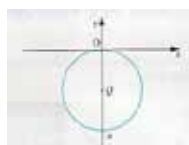
Rrethi është tangjent me boshtet koordinative. Pikat e takimit janë në largesë a nga origjina e koordinatave. Të shkruhet ekuacioni i rrethit.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës së nxënësve në çift dhe i punës individuale të tyre.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të shkruhet ekuacioni i rrethit, i cili është bashkëqendror me rrethin $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ dhe e ka rrezen 1 njësi më të madhe.
2. Të shkruhen ekuacionet e rathëve të paraqitur në fig. 8.9 dhe 8.10.



3. Të shkruhet ekuacioni i rrethit tangjent me të dyja boshtet koordinative, qendra e të cilit ndodhet në drejtëzën $y = 2x - 1$ dhe në kuadratin e parë.
4. Rrethi $2x^2 + 2y^2 - 2x + 2y - k + 1 = 0$ e ka rrezen të barabartë me 3. Të gjendet k .

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Fusha kurrikulare:** MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12**Tema (nga plani dymujor):****VIJAT E GRADËS SË DYTË****Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):**

- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë në një pikë të saj.
- Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë nga një pikë jashtë saj.
- Interpreton në formën gjeometrike zgjidhjet e sistemeve të barazimeve jolineare me pozitën reciproke të vijave të shkallës së dytë dhe drejtëzës.
- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.
- Paraqet ekuacionin e tangjentes dhe normales së vijave të gradës së dytë në rrafsh.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):**I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;****III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;****Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):****2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5.****PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;****ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE****Tipi i orës:** Zhvillim**Njësia mësimore:** EKUACIONI I TANGJENTES DHE PINGULES NË NJË PIKË TË RRETHIT Nr.: 3**Fjalët kyçe:** rreth, ekuacion, pikë, tangjente, pingule, drejtëz, përgjysmore, kuadrant**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- dallon ekuacionin e tangjentes dhe të pingules në rreth;
- interpreton ekuacionin e tangjentes së rrethit në një pikë;
- cakton ekuacionin e tangjentes dhe pingules ndaj rrethit.

Kriteret e suksesit:

- Cakton ekuacionin e rrethit me qendër në origjinën e koordinatave dhe rreze 5 njësi.
- Arsyeton vendndodhjen e pikës A(3; 4) në rrethin e dhënë dhe shkruaj ekuacionin e drejtëzës dhe tangjentes së rrethit në atë pikë.
- Përcakton ekuacionet e tangjenteve dhe pinguleve ndaj rrethit $x^2 + y^2 = 10$ në pikat e prerjes së tij me drejtëzën $y = -2x + 7$.
- Nëse është dhënë rrethi $x^2 + y^2 = 5$ në pikën M(1; -2), cakton ekuacionin e tangjentes dhe pingules së rrethit.

- Shpjegon ekuacionin e tangjentes me rrethin $x^2 + y^2 = 2$ në pikat e prerjes së saj me përgjysmoren e kuadratisë të parë dhe të tretë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese, vizore, kompas

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kinematografia
(Kamerat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Mendo/ puno në dyshe/ thua ja grupit

R Leksion i përparuar

R Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimmhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë:

- Shkruani ekuacionin e rrethit me qendër në origjinën e koordinatave dhe rreze 5 njësi.
- A ndodhet në këtë rreth pika $A(3; 4)$?
- Shkruani ekuacionin e drejtëzës OA.
- Shkruani ekuacionin e tangjentes së rrethit në pikën A.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimmhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Jepet rrethi me ekuacion $x^2 + y^2 = r^2$ dhe pika $M_1(x_1; y_1)$ në të. Të gjendet ekuacioni i tangjentes me rrethin në këtë pikë (fig. 8.12).

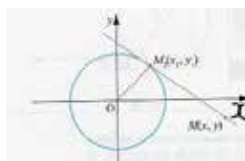


Fig. 8.12

Nga gjeometria dimë se në çdo pikë të rrethit hiqet një dhe vetëm një tangjente ndaj tij dhe se kjo tangjente është pingule me rrezen e rrethit që kalon nga kjo pikë.

Shënojmë $M(x; y)$ një pikë të çfarëdoshme të tangjentes. Kemi:

$$\overrightarrow{OM_1} = \begin{pmatrix} x_1 - 0 \\ y_1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{M_1M} = \begin{pmatrix} x - x_1 \\ y - y_1 \end{pmatrix}.$$

Vektorët $\overrightarrow{M_1M}$ dhe $\overrightarrow{OM_1}$ janë pingulë, kështu që prodhimi numerik i tyre është i barabartë me zero. Kemi:

Pika $M_1(x_1; y_1)$ është pikë e rrethit, prandaj $x_1^2 + y_1^2 = r^2$. Duke zëvendësuar në barazimin e fundit, del se ekuacioni i tangjentes ndaj rrethit $x^2 + y^2 = r^2$ në pikën $M_1(x_1; y_1)$ të tij ka trajtën $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = r^2$.

Shembulli 1

Jepet rrethi me ekuacion $x^2 + y^2 = 17$ dhe pika $P(4; 1)$.

- a) Të tregohet se pika P është pikë e rrethit.
b) Të shkruhet ekuacioni i tangjentes ndaj rrethit në pikën P .

Zgjidhje

- a) Zëvendësojmë koordinatat e pikës P në ekuacionin e rrethit. Kemi:
 $4^2 + 1^2 = 17$, pra pika P është pikë e rrethit.
b) Në ekuacionin e tangjentes zëvendësojmë $x_1 = 4$ dhe $y_1 = 1$. Kemi:
 $x \cdot 4 + y \cdot 1 = 17 \Rightarrow 4x + y - 17 = 0$.

Shënim.

Pingule (normale) ndaj rrethit në pikën M_1 të tij quhet drejtëza që kalon nga kjo pikë dhe është pingule me tangjenten e rrethit në pikën M_1 . Nga vetia e tangjentes del se vetë rrezja e rrethit është drejtëza pingule me tangjenten. Ekuacioni i saj gjendet si ekuacion i drejtëzës që kalon nëpër dy pika (qendra e rrethit dhe pika M_1). Kemi:

$$\frac{x-0}{x_1-0} = \frac{y-0}{y_1-0} \Rightarrow \frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} \Rightarrow y = \frac{y_1}{x_1} \cdot x$$

Shembulli 2

Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve dhe pinguleve ndaj rrethit $x^2 + y^2 = 10$ në pikat e prerjes së tij me drejtëzën $y = -2x + 7$.

Zgjidhje

Gjejmë fillimisht pikat e prerjes së rrethit me drejtëzën. Për këtë zgjidhim sistemin e ekuacioneve. Kemi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ y = -2x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 1 \end{cases} \text{ ose } \begin{cases} x_2 = \frac{13}{5} \\ y_2 = \frac{9}{5} \end{cases}. \text{ Kemi dy pika të prerjes, } M_1(3; 1) \text{ dhe } M_2\left(\frac{13}{5}, \frac{9}{5}\right).$$

Duke zëvendësuar në ekuacionin e tangjentes, kemi:

Për pikën M_1 : $x \cdot 3 + y \cdot 1 = 10 \Rightarrow 3x + y - 10 = 0$.

Për pikën M_2 : $x \cdot \frac{13}{5} + y \cdot \frac{9}{5} = 10 \Rightarrow 13x + 9y - 50 = 0$.

Për ekuacionet e pinguleve në këto pika, kemi:

Për pikën M_1 : $\frac{x-0}{3-0} = \frac{y-0}{1-0} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{1} \Rightarrow x - 3y = 0$.

Për pikën M_2 : $\frac{x-0}{\frac{13}{5}-0} = \frac{y-0}{\frac{9}{5}-0} \Rightarrow \frac{x}{\frac{13}{5}} = \frac{y}{\frac{9}{5}} \Rightarrow 9x - 13y = 0$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre. Mësimdhënësi i shpërndan nga një fletë secilit grup, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, ato përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet e tjera.

Detyrë 1

Të shkruhet ekuacioni i tangjentes dhe pingules së rrethit $x^2 + y^2 = 5$ në pikën $M(1; -2)$ të tij.

Detyrë 2

Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me rrethin $x^2 + y^2 = 2$ në pikat e prerjes së saj me përgjysmoren e kuadrantit të parë dhe të tretë.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi ndihmës në grupe.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Në fig. 8.13 janë ndërtuar rrethët $x^2 + y^2 = 5$ dhe $x^2 + y^2 = 10$ si dhe pika $P(2; 1)$ në rrethin e parë. Drejtëza AB është tangjente me rrethin e parë. Të gjendet gjatësia e segmentit AB.



Fig. 8.13

2. Në fig. 8.14 është ndërtuar rrethi $x^2 + y^2 = 13$ dhe pika $P(2; 3)$ në të.

- Të shkruhet ekuacioni i tangjentes ndaj rrethit në pikën P.
- Të gjenden gjatësitë e segmenteve OA dhe OB.
- Të gjendet syprina e trekëndëshit OAB.

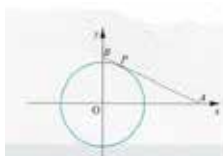


Fig. 8.14

3. Jepet rrethi $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 17 = 0$ dhe drejtëza $5x + 2y + 8 = 0$. Të shkruhet ekuacioni i:

- diametrit të rrethit, i cili është pingul me këtë drejtëz.
- tangjentes së rrethit, e cila është paralele me këtë drejtëz.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë në një pikë të saj.
- Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë nga një pikë jashtë saj.
- Interpretton në formën gjeometrike zgjidhjet e sistemeve të barazimeve jolineare me pozitën reciproke të vijave të shkallës së dytë dhe drejtëzës.
- Interpretton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.
- Paraqet ekuacionin e tangjentes dhe normales së vijave të gradës së dytë në rrafsh.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5.
PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK-
1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: KUSHTI I TANGJENCËS SË DREJTËZËS DHE RRETHIT Nr.: 4

Fjalët kyçe: rrethi, pika, drejtëza, tangjente, parametri, ekuacion, pozitë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- identifikon tangjenten e rrethit;
- cakton pikat e përbashkëta të rrethit dhe drejtëzës;
- dallon ekuacionin e tangjentes së rrethit;
- interpretton ekuacionet e tangjentes sipas pozitës së drejtëzës.

Kriteret e suksesit:

- Përcakton pikat e përbashkëta të drejtëzës $y = x$ me rrethin $x^2 + y^2 = 8$.
- Interpretton nëse është tangjente e rrethit drejtëza $y = x$.
- Për drejtëzën $y = 2x + t$, shpjegon nëse është tangjente e rrethit $x^2 + y^2 = 5$.
- Cakton ekuacionet e tangjenteve ndaj rrethit $x^2 + y^2 = 5$, të cilat janë paralele me drejtëzën $y = 2x + 1$.
- Arsyeton vlerën e parametrin k , ku rrethi $x^2 + y^2 = 10$ është tangjent me drejtëzën $y = kx + 10$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore, kompas

Lidhja me lëndet tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kinematografia
(Kamerat)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Leksion i përparuar

R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Detyrë

a) Sa pika të përbashkëta me rrethin $x^2 + y^2 = 8$ ka drejtëza $y = x$?

b) A është kjo drejtëz tangjente me rrethin? Pse?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimmshënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Jepet rrethi $x^2 + y^2 = r^2$ dhe drejtëza $y = kx + t$. Për të gjetur pikat e përbashkëta të tyre, zgjidhim sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ y = kx + t \end{cases}$$

Duke zëvendësuar y në ekuacionin e parë, kemi:

$$x^2 + (kx + t)^2 = r^2 \Rightarrow x^2 + k^2x^2 + 2ktx + t^2 - r^2 = 0 \Rightarrow x^2(1 + k^2) + 2ktx + (t^2 - r^2) = 0 \dots (1)$$

Përftohet në këtë mënyrë një ekuacion i fuqisë së dytë. Dallori i këtij ekuacioni është:

$$D = (2kt)^2 - 4(1 + k^2)(t^2 - r^2) = 4k^2t^2 - 4t^2 + 4r^2 - 4k^2t^2 + 4k^2r^2 = 4(k^2r^2 + r^2 - t^2).$$

Dallojmë tri raste:

1) $D < 0 \Rightarrow k^2r^2 + r^2 - t^2 < 0 \Rightarrow r^2(k^2 + 1) < t^2$. Ekuacioni (1) nuk ka rrënjë. Rrjedhimisht, rrethi dhe drejtëza nuk kanë pika të përbashkëta. Drejtëza nuk e pret rrethin (fig. 8.15).



Fig. 8.15

2) $D > 0 \Rightarrow k^2 r^2 + r^2 - t^2 > 0 \Rightarrow r^2(k^2 + 1) > t^2$. Ekuacioni (1) ka dy rrënjë. Rrjedhimisht, rrethi dhe drejtëza kanë dy pika të përbashkëta. Drejtëza e pret rrethin (fig. 8.16).

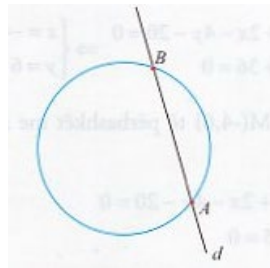


Fig. 8.16

3) $D = 0 \Rightarrow k^2 r^2 + r^2 - t^2 = 0 \Rightarrow r^2(k^2 + 1) = t^2$. Ekuacioni (1) ka vetëm një rrënjë. Drejtëza dhe rrethi kanë vetëm një pikë të përbashkët. Drejtëza është tangjente me rrethin (fig. 8.17).

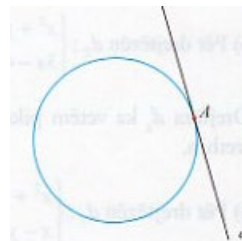


Fig. 8.17

Në këtë mënyrë, kemi gjetur kushtin që drejtëza $y = kx + t$ të jetë tangjente me rrethin $x^2 + y^2 = r^2$. Ai është: $r^2(k^2 + 1) = t^2$.

Shembulli 1

Rrethi $x^2 + y^2 = 5$ është tangjent me drejtëzën $y = 2x + t$. Të gjendet t .

Zgjidhje

Zëvendësojmë në formulën $r^2(k^2 + 1) = t^2$. Kemi $r^2 = 5$ dhe $k = 2$.

$$5(4 + 1) = t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = \pm 5.$$

Shembulli 2

Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve ndaj rrethit $x^2 + y^2 = 20$, të cilat janë paralele me drejtëzën $y = -2x + 3$.

Zgjidhje

Ekuacioni i tangjentes së kërkuar është $y = -2x + t$ (pse?).

Zëvendësojmë në kushtin e tangjencës. Kemi: $20(4 + 1) = t^2 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = \pm 10$.

Ekuacionet e tangjenteve të kërkuara janë $y = -2x \pm 10$.

Shembulli 3

Jepet rrethi $x^2 + y^2 = 10$ dhe pika $P(4; 2)$ jashtë tij. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve të ndërtuara nga pika P ndaj këtij rrethi.

Zgjidhje

Kërkohen ekuacionet e tangjenteve PA dhe PB (fig. 8.18).

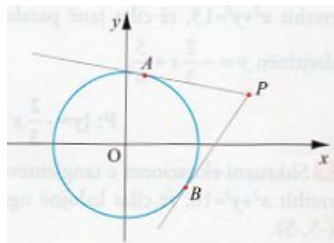


Fig. 8.18

Ekuacioni i tangjentes ka trajtën $y = kx + t$. Tangjentja kalon nga pika $P(4; 2)$, pra kemi: $2 = 4k + t \dots (1)$

Nga kushti i tangjencës së drejtëzës me rrethin, kemi: $10(k^2 + 1) = t^2 \dots (2)$

Të panjohurat k dhe t janë zgjidhje të sistemit të formuar nga ekuacionet (1) dhe (2).

$$\begin{cases} 4k + t = 2 \\ 10(k^2 + 1) = t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 3 \\ t_1 = -10 \end{cases} \text{ ose } \begin{cases} k_2 = -\frac{1}{3} \\ t_2 = \frac{10}{3} \end{cases}.$$

Ekuacionet e tangjenteve janë $y = 3x - 10$ ose $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$.

Shembulli 4

Të gjendet gjatësia e tangjenteve ndaj rrethit $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 14$ të ndërtuara nga pika $M(7; 8)$.

Zgjidhje

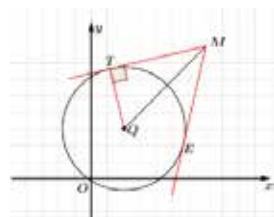


Fig. 8.19

Provojmë që pika M ndodhet jashtë rrethit. Shënojmë me T dhe E pikat e takimit të tangjenteve me rrethin. Nga vetia e tangjentes, kemi $QT \perp MT$ (fig. 8.19).

$QT = \sqrt{14}$ (si rreze e rrethit). Gjejmë largesën e pikës M nga qendra Q e rrethit. Kemi:

$$QM = \sqrt{(x_M - x_Q)^2 + (y_M - y_Q)^2} = \sqrt{(7 - 2)^2 + (8 - 3)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}. \text{ Në trekëndëshin QMT kemi:}$$

$$MT^2 = QM^2 - QT^2 = 50 - 14 = 36, \text{ nga ku } MT = 6 \text{ njësi.}$$

Dimë se $MT = ME = 6$ njësi.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimin. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e saj, njërit prej tyre u kërkohet të shkëmbejnë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

Detyrë 1

Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve ndaj rrethit $x^2 + y^2 = 5$, të cilat janë paralele me drejtëzën $y = 2x + 1$.

Detyrë 2

Rrethi $x^2 + y^2 = 10$ është tangjent me drejtëzën $y = kx + 10$. Të gjendet k .

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve ndaj rrethit $x^2 + y^2 = 16$, të cilat formojnë me boshtin e abshisave këndin 60° .

Udhëzim. Ekuacioni i tangjentes është $y = kx + t$, ku $k = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

2. Qendra e rrethit ndodhet në drejtëzën $x - 3y = 0$ dhe rrethi është tangjent me drejtëzat $y = 2$ dhe $y = 4$ (fig. 8.20). Të shkruhet ekuacioni i tij.

Udhëzim. Ordinata e qendrës Q të rrethit është e barabartë me 3 (Pse?).



Fig. 8.20

3. Të shkruhet ekuacioni i rrehit me qendër në pikën $(-1; 3)$ dhe që është tangjent me drejtëzën $3x - 4y + 12 = 0$.

4. Jepen rrethi $x^2 + y^2 = 20$ dhe drejtëza $y = 2x + 6$.

a) Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës që kalon nga qendra e rrehit dhe është paralele me drejtëzën e dhënë.

b) Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve ndaj rrehit në pikat ku drejtëza e dhënë pret rrethin.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMOREFusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike).
- Interpretin vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):**I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;****III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;****Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):**

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1; 8. PËRDORIMI I TIK NË/PËR MATEMATIKË- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORETipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: ELIPSI DHE EKUACIONI I TIJ Nr.: 5**Fjalët kyçe:** prerje konike, kon, rrafsh, elipsë, ekuacion, largesa, vatra, boshtet, gjysmëboshtet, rreze vatrorë, drejtëz**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore :****Nxënësi/ja:**

- identifikon elipsën;
- dallon ekuacionin e elipsës;
- përcakton ekuacionin e elipsës;
- interpretin vijat e shkallës së dytë (elipsa) nga ekuacionet e drejtëzave.

Kriteret e suksesit :

- Arsyet se cili është kushti i nevojshëm dhe i mjaftueshëm që pika $M(x; y)$ e planit ta ketë shumën e largesave nga A dhe nga B (10 njësi), nëse në planin koordinativ janë dhënë pikat $A(-3; 0)$ dhe $B(3; 0)$.
- Cakton ekuacionin e elipsit nëse largesa ndërmjet vatrave është $2c = 8$, ndërsa shuma e rrezeve vatrorë është $2a = 10$.
- Përcakton ekuacionin e elipsit që kalon nga pikat $M(\sqrt{3}; 2)$ dhe $N(2\sqrt{3}; 1)$.
- Përshkruan ekuacionin e elipsit në qoftë se: a) $a = 8$ dhe $b = 7$; b) gjysmëboshtet janë 5 dhe 3; c) boshtet janë 8 dhe 4; d) largesa ndërmjet vatrave është 12 dhe boshti i madh është 20; e) gjysmëboshti i vogël është 2 dhe largesa ndërmjet vatrave është 8.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, interneti, projektori fleta punuese, konet prej letre apo ndonjë materiali tjetër, fleta të bardha apo shumëngjyrëshe, gërrshërë, <https://www.mathopenref.com/constellipse1.html>, <https://www.youtube.com/watch?v=9z2lh-vhXkI>

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi
(Lëvizja e elektroneve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E BashkëbisedimR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit. Pastaj, mësimdhënësi fillon të demonstrojë prerjen e një rrafshi me njërin prej koneve, duke e ndërlidhur me njësinë që bëhet fjalë.

Detyrë

Cili është kushti i nevojshëm dhe i mjaftueshëm që pika $M(x; y)$ e planit ta ketë shumën e largesave nga A dhe nga B 10 njësi, nëse në planin koordinativ janë dhënë pikat $A(-3; 0)$ dhe $B(3; 0)$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.



Elips quhet bashkësia e pikave të planit, shuma e largesave të të cilave nga dy pika të dhëna të planit (të quajtura vatra) është madhësi konstante (më e madhe se largesa ndërmjet vatrave).

Për të nxjerrë ekuacionin e elipsit, zgjedhim si bosht të abshisave drejtëzën që bashkon dy vatrën, ndërsa originën e koordinatave e caktojmë në mesin e segmentit që bashkon vatrën (fig. 8.21).

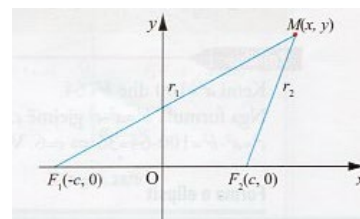


Fig. 8.21

Shënojmë me $2c$ largesën ndërmjet vatrave F_1 dhe F_2 . Atëherë kemi $F_1(-c; 0)$; $F_2(c; 0)$.

Shënojmë $M(x; y)$ një pikë të çfarëdoshme të elipsit. Segmentet MF_1 dhe MF_2 quhen **rreze vatrore** të pikës M. Gjatësitë e tyre i shënojmë me r_1 dhe r_2 . Kemi:

$$r_1 = MF_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}; \quad r_2 = MF_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

Sipas përkufizimit të elipsit, shuma $r_1 + r_2 = MF_1 + MF_2$ është madhësi konstante. Duke e shënuar atë me $2a$, kemi:

$$MF_1 + MF_2 = 2a \text{ ose}$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a \dots (1)$$

Në këtë mënyrë, koordinatat $(x; y)$ të pikës së çfarëdoshme M të elipsit vërtetojnë ekuacionin (1). Pranojmë anasjellas që çdo pikë $M(x; y)$, koordinatat e së cilës vërtetojnë ekuacionin (1), ndodhet në elips.

Në këtë mënyrë, arrijmë në përfundimin që ekuacioni i elipsit është:

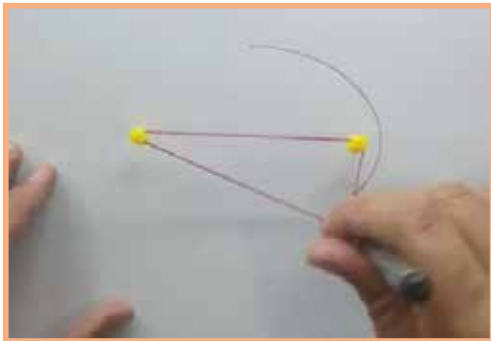
$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

Duke bërë disa shndërtime të njëvleftshme, ekuacioni (1) merr trajtën:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ku } b^2 = a^2 - c^2, \text{ i cili quhet ekuacioni më i thjeshtë i elipsit.}$$

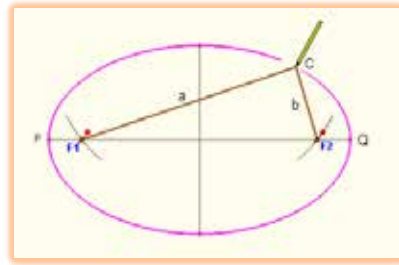
Ndërtimi praktik i elipsit

Skajet e një fijeje spango me gjatësi $2a$, i fiksojmë në vatrat F_1 dhe F_2 . Meqë $2 > 2c$, spangoja qëndron e lirë. Me majën e lapsit tendosim spangon dhe e lëvizim atë mbi një fletë letre. Gjurma e majës së lapsit gjatë kësaj lëvizjeje formon elipsin (fig. 8.22).



Shembulli

Të elipsit, rrezeve



1

shkruhet ekuacioni i

duke ditur se largesa ndërmjet vatrave është $2c = 8$, ndërsa shuma e vatrove është $2a = 10$.

Zgjidhje

Kemi $2c = 8 \Rightarrow c = 4$; $2a = 10 \Rightarrow a = 5$.

Nga formula $b^2 = a^2 - c^2$, kemi $b^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow b = 3$.

Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Forma e elipsit

1. Simetria

Ekuacioni $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ përmban vetëm katrorët e koordinatave x, y , prandaj në qoftë se pika $(x; y)$ ndodhet në elips, edhe pikat $(-x; y)$; $(x; -y)$ dhe $(-x; -y)$ ndodhen në elips. Rrjedhimisht, boshtet koordinative janë boshte simetrie për elipsin, ndërsa origjina e koordinatave është qendër simetrie e tij. Kjo quhet **qendër e elipsit**.

2. Pikat e prerjes me boshtet

Duke marrë $y = 0$, kemi $\frac{x^2}{a^2} = 1 \Rightarrow x = \pm a$. Pikat $A_1(-a; 0)$ dhe $A(a; 0)$ janë pikat e prerjes së elipsit me boshtin e abshisave.

Duke marrë $x = 0$, kemi $\frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow y = \pm b$. Pikat $B_1(0; -b)$ dhe $B(0; b)$ janë pikat e prerjes së elipsit me boshtin e ordinatave.

Segmentet $A_1A = 2a$ dhe $B_1B = 2b$ quhen përkatësisht **boshti i madh** dhe **boshti i vogël** i elipsit, ndërsa madhësitë a dhe b quhen përkatësisht **gjysmëboshti i madh** dhe **gjysmëboshti i vogël** i elipsit.

3. Zona e vendosjes

Nga ekuacioni $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq a^2 \Rightarrow -a \leq x \leq a$, si dhe $\frac{y^2}{b^2} \leq 1 \Rightarrow y^2 \leq b^2 \Rightarrow -b \leq y \leq b$.

Rrjedhimisht, elipsi ndodhet brenda brezit të kufizuar nga drejtëzat $x = \pm a$ dhe $y = \pm b$.

4. Forma e elipsit

Për pjesën e elipsit që ndodhet në kuadrantin e parë, kemi:

$$\frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2} \Rightarrow y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}.$$

Vëmë re se me rritjen e x nga zero në a , y zvogëlohet nga b në zero.

Në këtë mënyrë, duke pasur parasysh edhe fig. 8.22, forma e elipsit në kuadrantin e parë jepet në fig. 8.23/a, ndërsa e plotë në fig. 8.23/b.

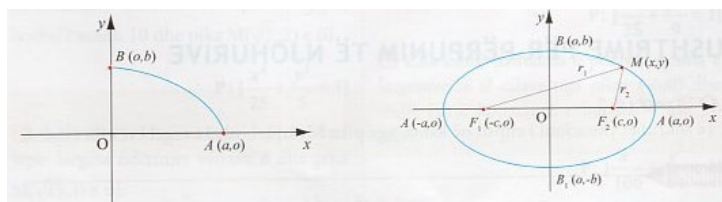


Fig.

Fig. 8.23/a
8.23/b

Shembulli 2

Të shkruhet ekuacioni i elipsit që kalon nga pika $M(4; 1)$, boshti i vogël i të cilit është 6.

Zgjidhje

Kemi $2b = 6 \Rightarrow b = 3$. Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$. Pika M ndodhet në elips, prandaj koordinatat e saj vërtetojnë

ekuacionin e elipsit. Kemi: $\frac{16}{a^2} + \frac{1}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 18$.

Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Shembulli 3

Të shkruhet ekuacioni i elipsit që kalon nga pikat $M(\sqrt{3}; 2)$ dhe $N(2\sqrt{3}; 1)$.

Zgjidhje

Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Meqë pikat M dhe N ndodhen në elips, koordinatat e tyre vërtetojnë ekuacionin e elipsit,

$$\text{pra kemi: } \begin{cases} \frac{3}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \\ \frac{12}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases}$$

Duke zgjidhur këtë sistem, gjejmë $a^2 = 15$ dhe $b^2 = 5$. Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte për zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon nxërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

Të shkruhet ekuacioni i elipsit në qoftë se:

- $a = 8$ dhe $b = 7$.
- Gjysmëboshtet janë 5 dhe 3.
- Boshtet janë 8 dhe 4.
- Largesa ndërmjet vatrave është 12 dhe boshti i madh është 20.
- Gjysmëboshti i vogël është 2 dhe largesa ndërmjet vatrave është 8.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës në çifte dhe angazhimi i nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Të gjenden gjatësitë e boshteve, koordinatat e kulmeve dhe vatrave të elipsit $16x^2 + 25y^2 = 400$.
- Vatrat e elipsit janë $F_1(-5; 0)$ dhe $F_2(5; 0)$. Boshti i madh i tij është $2a = 26$. Të shkruhet ekuacioni i elipsit.
- Jepet elipsi $4x^2 + 25y^2 = 100$. Të gjenden:
 - gjatësitë e boshteve të tij;
 - koordinatat e vatrave dhe largesa ndërmjet tyre.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMOREFusha kurrikulare: **MATEMATIKA** Lënda: **MATEMATIKË** Shkalla e kurrikulës: **VI Klasa: 12**

Tema (nga plani dy mujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):**I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;****Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):****2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;****ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës: **Zhvillim**Njësia mësimore: **JASHTËQENDËRSIA E ELIPSIT Nr.: 6****Fjalët kyçe:** elips, ekuacion, jashtëqendërsia, boshti, segmenti, vatra, gjysmëboshte, largesa**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- dallon jashtëqendërsinë e elipsit;
- cakton jashtëqendërsinë e elipsit.

Kriteret e suksesit:

- Nëse është dhënë jashtëqendërsia 0,6 dhe boshti i madh 10, cakton ekuacionin e elipsit.
- Përcakton jashtëqendërsinë e elipsit në qoftë se segmenti që bashkon vatrat e tij shihet nga skaji i boshtit të vogël nën një kënd të drejtë.
- Në qoftë se boshtet e elipsit janë në raportin 5:3, dallon jashtëqendërsinë e elipsit.
- Interpreton ekuacionin e elipsit nëse janë përcaktuar: a) gjysmëboshti i vogël 6 dhe jashtëqendërsia 0,8; b) jashtëqendërsia 0,8 dhe largesa ndërmjet vatrave 8; c) shuma e gjysmëboshteve 8 dhe largesa ndërmjet vatrave 8; ç) gjysmëboshti i madh 10 dhe jashtëqendërsia 0,8.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Kimi
(Lëvizja e elektroneve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Di/Dua të di/Mësova****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Nga nxënësve kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre. Mendimet e nxënësve shënohen në tabelë në mënyrë që të analizohen më tutje gjatë zhvillimit të orës mësimore.

Detyrë

a) Gjeni largesat vatrorë të elipseve me gjysmëboshte përkatësisht:

i) 5 dhe 3; ii) 13 dhe 12.

b) Llogarisni për secilin prej tyre raportin $\frac{c}{a}$.

c) Cili prej tyre është më i shtypur?

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Numri $e = \frac{c}{a}$ quhet jashtëqendërsi e elipsit.

Meqë $0 < c < a$, del se jashtëqendërsia e elipsit është numër pozitiv më i vogël se 1.

Nga vlera e jashtëqendërsisë, varet forma e elipsit. Për të gjykuar për formën e elipsit, mund të shkruajmë:

$$e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 \text{ nga ku } \frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2}.$$

Barazimi i fundit tregon që sa më e vogël të jetë jashtëqendërsia, aq më i vogël është ndryshimi ndërmjet a dhe b , d.m.th. aq më shumë elipsi i afrohet rrethit. Për $e = 0$ kemi $a = b$ dhe ekuacioni i elipsit merr trajtën $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = a^2$, i cili është ekuacioni i rrethit me qendër në origjinën e koordinatave dhe rreze a .

Sa më e madhe të jetë jashtëqendërsia, aq më i madh është ndryshimi ndërmjet a dhe b , d.m.th. aq më “i shtypur” është elipsi.

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i elipsit duke ditur se boshti i madh e tij është 10 dhe jashtëqendërsia 0,6.

Zgjidhje

$$\text{Kemi } 2a = 10 \Rightarrow a = 5; e = \frac{c}{a} = 0,6 \Rightarrow c = 0,6 \cdot a = 0,6 \cdot 5 = 3;$$

$$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 9 = 16. \text{ Ekuacioni i elipsit është } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

Shembulli 2

Të gjendet jashtëqendërsia e elipsit në qoftë se segmenti që bashkon vatrat e tij shihet nga skaji i boshtit të vogël nën një kënd të drejtë.

Zgjidhje

Jepet $\angle F_1BF_2 = 90^\circ$ (fig. 8.25).

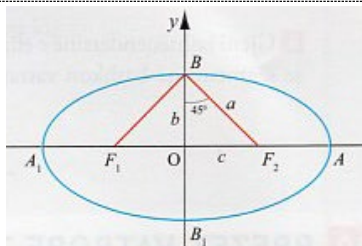


Fig. 8.25

Nga simetria e elipsit del se $\angle OBF_2 = 45^\circ$, nga ku $\angle OF_2B = 90^\circ - \angle OBF_2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, nga ku $b = c$. Në trekëndëshin BOF_2 kemi:

$$a^2 = b^2 + c^2 = c^2 + c^2 = 2c^2 \Rightarrow a = c\sqrt{2}. \text{ Jashtëqendërsia e elipsit është: } e = \frac{c}{a} = \frac{c}{c\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Shembulli 3

Të gjendet jashtëqendërsia e elipsit në qoftë se boshtet e tij janë në raportin 5:3.

Zgjidhje

$$\frac{2a}{2b} = \frac{5}{3} \Rightarrow b = \frac{3}{5}a. \text{ Gjejmë } c \text{ dhe më pas } e. \text{ Kemi:}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 = a^2 - \frac{9}{25}a^2 = \frac{16}{25}a^2 \Rightarrow c = \frac{4}{5}a \text{ dhe } e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{4}{5}a}{a} = \frac{4}{5}.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë t'i japin mendimet e tyre lidhur me zgjidhjen e detyrave, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

Detyrë

Shkruani ekuacionin e elipsit nëse janë dhënë:

- Gjysmëboshti i vogël 6 dhe jashtëqendërsia 0,8.
- Jashtëqendërsia 0,8 dhe largesa ndërmjet vatrave 8.
- Shuma e gjysmëboshteve 8 dhe largesa ndërmjet vatrave 8.
- Gjysmëboshti i madh 10 dhe jashtëqendërsia 0,8.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nx.në orën mësimore dhe i punës së tyre në dyshe/grupe.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Të shkruhet ekuacioni i elipsit në qoftë se vatrave e tij janë $F_1(-6; 0)$ dhe $F_2(6; 0)$ dhe jashtëqendërsia është $e = \frac{3}{5}$.
- Të shkruhet ekuacioni i elipsit me kulme të boshtit të madh $A_1(-2; 0)$ dhe $A(2; 0)$ dhe jashtëqendërsi $e = \frac{1}{2}$.
- Të gjendet jashtëqendërsia e elipsit, në qoftë se segmenti që bashkon vatrave e tij shihet nga skaji i boshtit të vogël nën këndin:
 - 60° ;
 - 120° .
- Të gjendet jashtëqendërsia e elipsit, në qoftë se boshti i vogël i tij shihet nga vatrave nën këndin:
 - 90° ;
 - 120° .

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: RREZET VATRORE TË ELIPSIT Nr.: 7

Fjalët kyçe: elips, rreze vatrore, ekuacion, largesa, pika

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- identifikon rreze vatrore të elipsit;
- llogarit gjatësitë e rrezeve vatrore të elipsit;
- cakton vendndodhjen e pikës në elipsë;
- interpreton vendndodhjen e pikës dhe gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës.

Kriteret e suksesit :

- Dallon rreze vatrore të elipsit duke u bazuar në figurën e dhënë.
- Llogarit gjatësitë vatrore të pikës $M(x; 4\sqrt{3})$, ku $y > 0$ në elipsin $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$.
- Në elipsin $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$ cakton pikën, largesa e së cilës nga vatra e majtë është tri herë më e madhe sesa largesa e saj nga vatra e djathtë.
- Vërteton se pika M, me koordinata $M(2; 3)$, ndodhet në elipsin $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.
- Llogarit gjatësitë e rrezeve vatrore nëse është dhënë pika $M(2; 3)$ në elipsin $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.
- Në elipsin $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ cakton pikën e cila ndodhet në kuadrantin e parë, largesa e së cilës nga vatra e majtë është katër herë më e madhe sesa largesa e saj nga vatra e djathtë.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi
(Lëvizja e elektroneve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Bashkëbisedim

R Leksion i përparuar

R Ditari dypjesësh

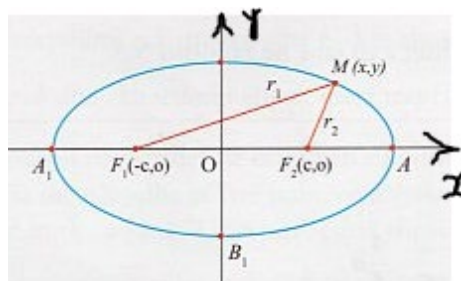
FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Detyrë

Në fig. 8.26 është ndërtuar elipsi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Çfarë paraqesin MF_1 dhe MF_2 në figurën e dhënë?



Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë, ndërsa nxënësit bashkëbisedojnë rreth saj dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm, vërejmë se:

Nga përkufizimi i elipsit, kemi:

$$r_1 + r_2 = 2a \quad (1)$$

$$\text{ku } r_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} \text{ dhe } r_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Duke ngritur të dyja anët në katror në dy barazimet e fundit, kemi:

$$r_1^2 = (x+c)^2 + y^2 = x^2 + 2cx + c^2 + y^2 \text{ dhe}$$

$$r_2^2 = (x-c)^2 + y^2 = x^2 - 2cx + c^2 + y^2. \text{ Duke zbritur anë për anë këto barazime, kemi:}$$

$$r_1^2 - r_2^2 = 4cx \Rightarrow (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = 4cx.$$

Por nga barazimi (1) $r_1 + r_2 = 2a$, prandaj:

$$(r_1 - r_2) \cdot 2a = 4cx \Rightarrow r_1 - r_2 = 2 \frac{c}{a} x \quad (2).$$

Me barazimet (1) dhe (2) formojmë sistemin :

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = 2a \\ r_1 - r_2 = 2\frac{c}{a}x \end{cases} \text{ nga ku } \begin{cases} r_1 = a + \frac{c}{a}x \\ r_2 = a - \frac{c}{a}x \end{cases} \text{ ose } \begin{cases} r_1 = a + ex \\ r_2 = a - ex \end{cases}$$

Këto formula shprehin gjatësitë e rrezeve vatrore të çdo pike të elipsit.

Shembulli 1

Në elipsin $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ jepet pika $M(x; 4\sqrt{3})$, ku $y > 0$. Të gjenden gjatësitë e rrezeve vatrore të kësaj pike.

Zgjidhje

Duke zëvendësuar koordinatat e pikës M në ekuacionin e elipsit, kemi:

$$\frac{x^2}{100} + \frac{48}{64} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{100} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm 5. \text{ Nga kushti } x > 0, \text{ pranohet } x = 5. \text{ Pra, } M(5; 4\sqrt{3}).$$

Nga ekuacioni i elipsit, kemi $a^2 = 100 \Rightarrow a = 10$ dhe $b^2 = 64$, nga ku:

$$c^2 = a^2 - b^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow c = 6$$

$$r_1 = a + \frac{c}{a}x = 10 + \frac{6}{10} \cdot 5 = 10 + 3 = 13;$$

$$r_2 = a - \frac{c}{a}x = 10 - \frac{6}{10} \cdot 5 = 10 - 3 = 7$$

Shembulli 2

Në elipsin $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$ të gjendet pika, largesa e së cilës nga vatra e majtë është tri herë më e madhe sesa largesa e saj nga vatra e djathtë.

Zgjidhje

Kemi $a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$ dhe $c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 11 = 25 \Rightarrow c = 5$.

Në barazimin $r_1 + r_2 = 2a$, zëvendësojmë $r_1 = 3r_2$ dhe kemi:

$$3r_2 + r_2 = 2a \Rightarrow 4r_2 = 12 \Rightarrow r_2 = 3. \text{ Por } r_2 = a - \frac{c}{a}x. \text{ Duke zëvendësuar në këtë formulë, kemi:}$$

$$3 = 6 - \frac{5}{6}x \Rightarrow \frac{5}{6}x = 3 \Rightarrow x = \frac{18}{5}. \text{ Duke zëvendësuar në ekuacionin e elipsit, gjejmë } y = \pm \frac{4}{5}\sqrt{11}.$$

Janë dy pika që plotësojnë kushtet e problemit: $M_1(\frac{18}{5}; \frac{4}{5}\sqrt{11})$ dhe $M_2(\frac{18}{5}; -\frac{4}{5}\sqrt{11})$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësit u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Detyrë 1

Jepet elipsi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ dhe pika $M(2; 3)$.

- Të vërtetohet se pika M ndodhet në elips.
- Të gjenden gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M.

Detyrë 2

Në elipsin $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ të gjendet pika e kuadratit të parë, largesa e së cilës nga vatra e majtë është katër herë më e madhe sesa largesa e saj nga vatra e djathtë.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepet elipsi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ dhe pika $M(x; \frac{7}{4})$ në elips ($x < 0$).

- Të shkruhen ekuacionet e rrezeve vatrore të pikës M.
- Të gjenden gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M.

2. Jepet elipsi $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{12} = 1$ dhe pika $M(x; \sqrt{3})$ në të ($x > 0$). Të shkruhen ekuacionet e rrezeve vatrore të pikës M, si dhe të gjenden gjatësitë e tyre.

3. Jepet elipsi $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ dhe pika M në kuadratin e parë, për të cilën abshisa dhe ordinata janë të barabarta. Të gjenden koordinatat e kësaj pike, si dhe gjatësitë e rrezeve vatrore të saj.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: VIJAT DREJTUESE TË ELIPSIT Nr.: 8

Fjalët kyçe: elips, ekuacion, drejtëz, largesë, raport, vija drejtuese

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon drejtueset e elipsit;
- përcakton ekuacionin e elipsit varësisht prej drejtueseve të tij;
- llogarit largesën e pikës prej drejtueseve të elipsit;
- cakton ekuacionet e drejtueseve të elipsit.

Kriteret e suksesit:

- Cakto ekuacionin e elipsit, boshti i madh i të cilit është 24 dhe largesa ndërmjet vijave drejtuese të tij është 36.
- Llogarit largesën e pikës $M(4; 2,4)$ nga vija drejtuese përkatëse e elipsit me vatra $F_1(-3; 0)$ dhe $F_2(3; 0)$.
- Përcakton ekuacionet e vijave drejtuese të elipsit: $\frac{x^2}{96} + \frac{y^2}{32} = 1$.
- Cakton ekuacionin e elipsit që ka gjysmëbosht të vogël $2\sqrt{6}$ dhe vijën drejtuese me ekuacion $x = \pm 10$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi
(Lëvizja e elektroneve)

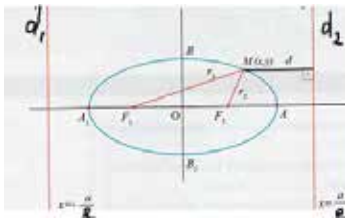
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Kllaster****R Leksion i përparuar****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi kërkon nga nxënësit në mënyrë të lirë të paraqesin mendimet e tyre lidhur me pyetjen e përcaktuar nga ai. Në fletat shumëngjyrëshe që iu shpërndan, kërkon që secili prej tyre të shënojë në to përgjigjen dhe ta vendosë në tabelë.

Detyrë

Në fig. 8.27 është ndërtuar elipsi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ dhe drejtëzat me ekuacione $d_1 : x = -\frac{a}{e}$ dhe $d_2 : x = \frac{a}{e}$.



Çfarë paraqet d në figurën e dhënë?

Fig. 8.27

**Realizim/Pjesa kryesore**

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Shënojmë me d largesën e pikës M nga drejtëza d_2 . Kemi:

$$d = \frac{a}{e} - x. \text{ Gjithashtu, } r_2 = a - ex. \text{ Llogaritim raportin } \frac{r}{d}. \text{ Kemi: } \frac{r}{d} = \frac{a - ex}{\frac{a}{e} - x} = \frac{a - ex}{\frac{a - ex}{e}} = e. \text{ Pra } \frac{r}{d} = e.$$

Njësoj, duke vepruar për vatrën F_1 dhe drejtëzën me ekuacion $x = -\frac{a}{e}$ arrihet në përfundimin $\frac{r}{d} = e$.

Drejtëzat d_1 dhe d_2 me ekuacione $x = \pm \frac{a}{e}$ quhen **vija drejtuese** të elipsit, ose shkurt, **drejtuese** të tij.

Nga sa thamë më lart, ato kanë këtë veti:

Raporti i largesave të çdo pike të elipsit nga vatra dhe vija drejtuese përkatëse është madhësi konstante, e barabartë me jashtëqendrësinë e elipsit.

Shënim.

Në ekuacionin e vijave drejtuese $x = \pm \frac{a}{e}$, zëvendësojmë $e = \frac{c}{a}$, kemi $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a}{\frac{c}{a}} = \pm \frac{a^2}{c}$.

Largesa ndërmjet vijave drejtuese të elipsit është $l = \frac{a}{e} + \frac{a}{e} = \frac{2a}{e}$ ose $l = \frac{2a^2}{c}$.

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i elipsit, boshti i madh i të cilit është 24 dhe largesa ndërmjet vijave drejtues të tij është 36.

Zgjidhje

Kemi $2a = 24 \Rightarrow a = 12$. Largesa ndërmjet vijave drejtuese është $l = \frac{2a^2}{c}$. Kemi:

$$\frac{2a^2}{c} = 36 \Rightarrow c = \frac{a^2}{18} = \frac{144}{18} = 8$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 144 - 64 = 80. \text{ Ekuacioni i elipsit është } \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{80} = 1.$$

Shembulli 2

Në elipsin me vatra $F_1(-3; 0)$ dhe $F_2(3; 0)$, merret pika $M(4; 2,4)$. Të gjendet largesa e kësaj pike nga vija drejtuese përkatëse e elipsit.

Zgjidhje

Largesat e pikës M nga vatrat e elipsit, janë:

$$r_1 = MF_1 = \sqrt{(4+3)^2 + (2,4)^2} = \sqrt{49 + 5,76} = \sqrt{54,76} = 7,4 \text{ dhe}$$

$$r_2 = MF_2 = \sqrt{(4-3)^2 + (2,4)^2} = \sqrt{1 + 5,76} = \sqrt{6,76} = 2,6$$

$$2a = MF_1 + MF_2 = r_1 + r_2 = 7,4 + 2,6 = 10 \Rightarrow a = 5. \text{ Jashtëqendësia e elipsit është } e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Shënojmë me d largesën e pikës M nga vija drejtuese e djathtë e elipsit. Nga përkufizimi i saj, kemi: $\frac{r}{d} = e \Rightarrow d = \frac{r}{e} = \frac{2,6}{0,6} = \frac{13}{3}$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësimsdhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë 1

Përcaktoni ekuacionet e vijave drejtuese të elipsit: $\frac{x^2}{96} + \frac{y^2}{32} = 1$.

Detyrë 2

Cili është ekuacioni i elipsit që ka gjysmëbosht të vogël $2\sqrt{6}$ dhe vijën drejtuese me ekuacion $x = \pm 10$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Të shkruhet ekuacioni i elipsit me largesë ndërmjet vatrave 2 dhe largesë ndërmjet vijave drejtuese 10.
- Të gjendet jashtëqendësia e elipsit, në qoftë se largesa ndërmjet vijave drejtuese është katër herë më e madhe se largesa ndërmjet vatrave të tij.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimsdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës, përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Interpretin pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: GJENDJA E NDËRSJELLË E DREJTËZËS DHE ELIPSIT Nr.: 2

Fjalët kyçe: elipsi, drejtëza, ekuacion, pikë, dallori, tangjente

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon pikat e përbashkëta të elipsit dhe drejtëzës;
- cakton ekuacionin e elipsit tangjent me drejtëzën;
- arsyeto ekuacionin e drejtëzës që është tangjente me drejtëzat.

Kriteret e suksesit:

- Shpjegon pikat e përbashkëta që ka elipsa $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ me drejtëzën $y = x + 1$.
- Cakton t nëse është dhënë drejtëza $y = 2x + t$, tangjente me elipsin $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{4} = 1$.
- Janë dhënë drejtëzat: $d_1 : y = x - 5$ dhe $d_2 : y = \sqrt{7}x + 11$. Llogarit ekuacionin e elipsit tangjent me drejtëzat e dhëna.
- Arsyeton se cili është kushti që drejtëza me ekuacion $Ax + By + C = 0$ të jetë tangjente me elipsin $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
- Përcakton se cila është vlera pozitive e p në drejtëzën $y = px + 4$ që është tangjente me elipsin $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi
(Lëvizja e elektroneve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Ditari dypjesësh****R Ditari dypjesësh****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi e paraqet detyrën para nxënësve. Nxënësit do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj duke i shkëmbyer me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e tyre.

Detyrë

Sa pika të përbashkëta ka elipsi $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ me drejtëzën $y = x + 1$?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë pjesët karakteristike që ata kanë veçuar gjatë leximit dhe në anën e djathtë shënojnë pjesët përbërëse të tyre. Pastaj nxënësve u kërkohet që të lexojnë ato që kanë shkruar dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje kur dëgjon një koment. Më pas, mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që i kanë shënuar pjesët e njëjta dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar ata mësimin.

Jepet drejtëza $y = kx + t$ dhe elipsi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Për të gjetur pikat e tyre të përbashkëta, zgjidhim sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{cases} y = kx + t \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$$

Duke zëvendësuar y në ekuacionin e dytë, kemi:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{a^2} + \frac{(kx+t)^2}{b^2} &= 1 \Rightarrow b^2x^2 + a^2k^2x^2 + 2a^2ktx + a^2t^2 - a^2b^2 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2(a^2k^2 + b^2) + 2a^2ktx + (a^2t^2 - a^2b^2) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Përftohet në këtë mënyrë një ekuacion i fuqisë së dytë. Dallori i këtij ekuacioni është:

$$D = (2a^2kt)^2 - 4(a^2k^2 + b^2)(a^2t^2 - a^2b^2) = 4a^2b^2(a^2k^2 + b^2 - t^2).$$

Dallojmë tri raste:

1) $D < 0 \Rightarrow 4a^2b^2(a^2k^2 + b^2 - t^2) < 0 \Rightarrow a^2k^2 + b^2 - t^2 < 0$. Ekuacioni (1) nuk ka zgjidhje. Rrjedhimisht, elipsi dhe drejtëza nuk kanë pika të përbashkëta. Drejtëza nuk e pret elipsin (fig. 8.28/a).

2) $D > 0 \Rightarrow 4a^2b^2(a^2k^2 + b^2 - t^2) > 0 \Rightarrow a^2k^2 + b^2 - t^2 > 0$. Ekuacioni (1) ka dy rrënjë. Rrjedhimisht, elipsi dhe drejtëza kanë dy pika të përbashkëta. Drejtëza e pret elipsin (fig. 8.28/b).

3) $D = 0 \Rightarrow 4a^2b^2(a^2k^2 + b^2 - t^2) = 0 \Rightarrow a^2k^2 + b^2 - t^2 = 0 \Rightarrow a^2k^2 + b^2 = t^2$. Ekuacioni (1) ka vetëm një rrënjë. Drejtëza dhe elipsi kanë vetëm një pikë të përbashkët. Drejtëza është tangjente me elipsin (fig. 8.28/c).

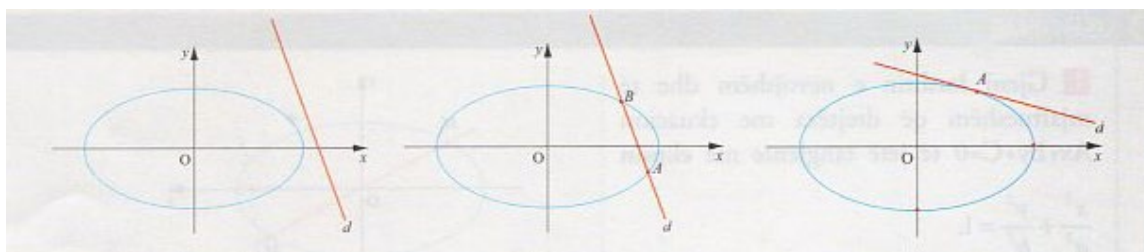


Fig. 8.28/a

Fig. 8.28/b

Fig. 8.28/c

Në këtë mënyrë kemi gjetur kushtin që drejtëza $y = kx + t$ të jetë tangjente me elipsin $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ky kusht është: $a^2k^2 + b^2 = t^2$.

Shembulli 1

Drejtëza $y = 2x + t$ është tangjente me elipsin $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{4} = 1$. Të gjendet t .

Zgjidhje

Nga kushti i tangjencës, kemi: $15 \cdot 4 + 4 = t^2 \Rightarrow t = \pm 8$.

Shembulli 2

Të shkruhet ekuacioni i elipsit, i cili është tangjent me drejtëzat: $d_1: y = x - 5$ dhe $d_2: y = \sqrt{7}x + 11$.

Zgjidhje

Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Nga kushti i tangjencës, kemi:

Për drejtëzën d_1 : $a^2 \cdot 1 + b^2 = 25 \dots (1)$

Për drejtëzën d_2 : $a^2 \cdot 7 + b^2 = 121 \dots (2)$

Me ekuacionet (1) dhe (2) formojmë sistemin:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 25 \\ 7a^2 + b^2 = 121 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases}. \text{ Ekuacioni i elipsit është } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Shembulli 3

Të gjendet kushti që drejtëza me ekuacion $Ax + By + C = 0$ të jetë tangjente me elipsin $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Zgjidhje

Gjejmë ekuacionin më të thjeshtë të drejtëzës së dhënë.

$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$. Kemi $k = -\frac{A}{B}$ dhe $t = -\frac{C}{B}$. Duke zëvendësuar në kushtin e tangjencës $a^2k^2 + b^2 = t^2$, kemi:

$$a^2\left(-\frac{A}{B}\right)^2 + b^2 = \left(-\frac{C}{B}\right)^2 \Rightarrow a^2A^2 + b^2B^2 = C^2.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënëseve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësuesi pyet nëse ka nxënëse që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka,

kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nxënësit nëse e kanë kuptuar detyrën.

Detyrë

Drejtëza $y = px + 4$ është tangjente me elipsin $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$. Cila është vlera pozitive e p ?

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit dhe punës së tyre gjatë zhvillimit të orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Drejtëza $y = x + n$ është tangjente me elipsin $4x^2 + 3y^2 = 12$. Cila është vlera pozitive e n ?

2. Në fig. 8.29, M_1M_2 është përgjysmore e kuadrantit të dytë e të katërt. Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. Të gjendet gjatësia e segmentit M_1M_2 .

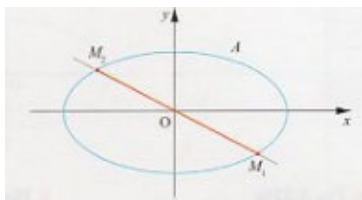


Fig. 8.29

3. Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$.

Të gjendet syprina e drejtkëndëshit MNPQ (fig. 8.30).

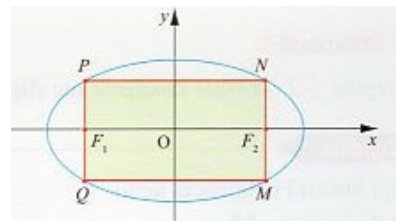


Fig. 8.30

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës, përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë në një pikë të saj.
- Interpretën pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1,2,5,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;**III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;**

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: EKUACIONI I TANGJENTES NË NJË PIKË TË ELIPSIT Nr.: 10

Fjalët kyçe: elips, ekuacion, pikë, tangjente, koeficient këndor, derivat, boshtet koordinative

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon ekuacionin e tangjentes në një pikë të elipsit;
- cakton ekuacionin e tangjentes në një pikë të elipsit;
- llogarit pikëprerjen e tangjentes me boshtet koordinative.

Kriteret e suksesit:

- Cakton ekuacionin e tangjentes së elipsit $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ në pikën e dhënë $M(-2; 3)$.
- Interpretën ekuacionin e tangjentes së elipsit $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ që me boshtet koordinative formon këndin 135° .
- Llogarit cilat janë koordinatat e prerjes së tangjentit me boshtet koordinative.
- Vërteton se në pikën $M(3; -2)$ të elipsit $4x^2 + 9y^2 = 72$, ndërtohet tangjentja me të dhe cakton pikat e prerjes së saj me boshtet koordinative.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkurtesa/markeri, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi (Lëvizja e elektroneve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Bashkëbisedim****R Të lexuarit në dyshe****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë, ndërsa nxënësit bashkëbisedojnë rreth saj dhe japin argumentet për mendimet e tyre.

Detyrë:

- Gjeni pikën C të elipsit $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ që ka abshisë $\sqrt{3}$ dhe ordinatë pozitive.
- Shkruani ekuacionin e drejtëzës që ka koeficient këndor k dhe kalon nga pika C.
- Gjeni vlerën e k që kjo drejtëzë të jetë tangjente ndaj elipsit në pikën C.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit lexojnë në dyshe tekstin dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur në mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj, nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekstin dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënës.

Jepet elipsi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ dhe pika $M_1(x_1; y_1)$ në të (fig. 8.32).

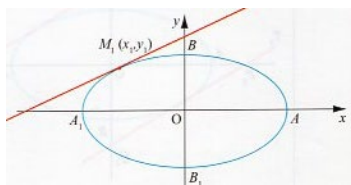


Fig. 8.32

Ekuacioni i tangjentes me elipsin në pikën M_1 ka trajtën $y - y_1 = k(x - x_1)$, ku k është koeficienti këndor i tangjentes.

Nga kuptimi gjeometrik i derivatit, dimë se $k = y'(x_1)$. Nga ekuacioni i elipsit, kemi:

$y^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2$. Duke derivuar të dyja anët në lidhje me x , kemi:

$2y \cdot y' = -2\frac{b^2}{a^2}x \Rightarrow y' = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{y} \Rightarrow k = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1}{y_1}$. Rrjedhimisht, ekuacioni i tangjentes në pikën M_1 është:

$y - y_1 = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1}{y_1} (x - x_1)$. Duke shumëzuar të dyja anët e këtij barazimi me $\frac{y_1}{b^2}$, kemi:

$\frac{yy_1}{b^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = -\frac{xx_1}{a^2} + \frac{x_1^2}{a^2} \Rightarrow \frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2}$. Meqë pika $M_1(x_1; y_1)$ ndodhet në elips, ana e djathtë e barazimit të fundit është e

barabartë me 1. Në këtë mënyrë, ekuacioni i tangjentes është: $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$.

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i tangjentes së elipsit $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ në pikën $M(-2; 3)$ të tij.

Zgjidhje

Duke zëvendësuar në ekuacionin e tangjentes $x_1 = -2$ dhe $y_1 = 3$, kemi:

$$\frac{x \cdot (-2)}{16} + \frac{y \cdot 3}{12} = 1 \Rightarrow x - 2y + 8 = 0.$$

Shembulli 2

Jepet elipsi $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

- a) Të shkruhet ekuacioni i tangjentes ndaj tij, e cila formon me boshtin e abshisave këndin 135° .
 b) Të gjenden koordinatat e prerjes së saj me boshtet koordinative.

Zgjidhje

a) Ekuacioni i tangjentes është $y = kx + t$. Kemi:

$k = \tan 135^\circ = -1 \Rightarrow y = -x + t$. Nga kushti i tangjencës, kemi:

$$a^2 \cdot k^2 + b^2 = t^2 \Rightarrow 64 \cdot 1 + 36 = t^2 \Rightarrow t = \pm 10.$$

Vëmë re se janë dy tangjente $T_1: y = -x + 10$ dhe $T_2: y = x + 10$ (fig. 8.33), të cilat janë paralele ndërmjet tyre.

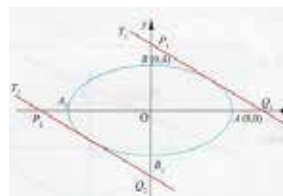


Fig. 8.33

b) Për tangjente $T_1: y = -x + 10$, kemi $P_1: \begin{cases} x = 0 \\ y = 10 \end{cases}$ dhe $Q_1: \begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases}$

Pra, $P_1(0; 10)$ dhe $Q_1(10; 0)$.

Për tangjente $T_2: y = x + 10$, kemi: $P_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = -10 \end{cases}$ dhe $Q_2: \begin{cases} x = -10 \\ y = 0 \end{cases}$

Pra, $P_2(0; -10)$ dhe $Q_2(-10; 0)$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre, dhe në fletat shumëngjyrëshe shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimmshënësi angazhon njërin prej atyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve vendos në tabelë fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mblidhen nga mësimmshënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

Në pikën $M(3; -2)$ të elipsit $4x^2 + 9y^2 = 72$, ndërtohet tangjentja me të. Caktoni pikat e prerjes së saj me boshtet koordinative.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës së nx. në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Të shkruhet ekuacioni i tangjentes ndaj elipsit $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1$ në pikën $M(4; 3)$ të tij.
- Të vërtetohet se tangjentja me elipsin $4x^2 + 12y^2 = 48$ në pikën $(3; 1)$ të tij është paralele me përgjysmoren e kuadrantit të dytë të katërt.
- Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve me elipsin $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, të cilat formojnë me boshtin e abshisave këndin 135° .
- Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me elipsin $4x^2 + 12y^2 = 1$ në pikën $M(\frac{1}{4}; \frac{1}{4})$ të tij.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimmshënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.
- Zbaton vijat e shkallës së dytë në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,5,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: UshtimeNjësia mësimore: USHTRIME Nr.: 11

Fjalët kyçe: elips, ekuacion, tangjente, drejtëz, paralele, pika, këndi

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- cakton ekuacionin e tangjentes së elipsit;
- interpreton tangjentet e elipsave;
- llogarit ekuacionin e tangjentes së elipsit ndaj boshteve koordinatave.

Kriteret e suksesit:

- Cakton ekuacionet e tangjenteve ndaj elipsit $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$, të cilat janë paralele me drejtëzën e dhënë $d: y = 2x + 5$.
- Interpreton se cilat janë ekuacionet e tangjenteve të përbashkëta të elipseve $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ dhe $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$.
- Shpjegon se cilat janë ekuacionet e tangjenteve ndaj elipsit $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$, të ndërtuara nga pika $M(1; -3)$.
- Llogarit ekuacionet e tangjenteve me elipsin $8x^2 + y^2 = 8$, të cilat formojnë me boshtin e abshisave këndin 45° .

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Astronomi
 (Lëvizja e planetëve rreth Diellit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit****R Ditari dypjesësh****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësuesi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë

Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve ndaj elipsit $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$, të cilat janë paralele me drejtëzën $d: y = 2x + 5$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletës, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të prezantojnë punën e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës së prezantuar nga nxënësit. Më pas mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkohet edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nxënësit nëse i kanë kuptuar detyrat.

Shembulli 1

Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve të përbashkëta të elipseve: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ dhe $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Zgjidhje

Ekuacioni i tangjentes është $y = kx + t$. Nga kushti i tangjencës, kemi:

$$\begin{cases} 5k^2 + 4 = t^2 \\ 4k^2 + 5 = t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \pm 1 \\ t = \pm 3 \end{cases}$$

Janë katër tangjente të përbashkëta: $y = x + 3$; $y = x - 3$; $y = -x + 3$; $y = -x - 3$.

Shembulli 2

Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve ndaj elipsit $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$, të ndërtuara nga pika

$M(1; -3)$.

Zgjidhje

Vëmë re se pika $M(1; -3)$ nuk ndodhet në elips, sepse koordinatat e saj nuk e vërtetojnë ekuacionin e elipsit (fig. 8.34).

Drejtëzat që kalojnë nga pika $M(1; -3)$, kanë ekuacionin:

$$y + 3 = k(x - 1) \Rightarrow y = kx + (-k - 3)$$

Nga kushti i tangjencës së drejtëzës me elipsin, kemi:

$$12k^2 + 4 = (-k - 3)^2 \Rightarrow 12k^2 + 4 = k^2 + 6k + 9 \Rightarrow 11k^2 - 6k - 5 = 0 \Rightarrow k_1 = 1 \text{ dhe } k_2 = -\frac{5}{11}.$$

Ekuacionet e tangjenteve janë:

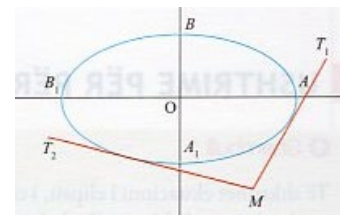


Fig. 8.34

$$T_1 : y = x + (-1 - 3) \Rightarrow y = x - 4$$

$$T_2 : y = -\frac{5}{11}x + \left(\frac{5}{11} - 3\right) \Rightarrow y = -\frac{5}{11}x - \frac{28}{11}$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre, dhe në fletat shumëngjyrëshe shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej tyre që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve vendos në tabelë fletat shumëngjyrëshe me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësuesi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve me elipsin $8x^2 + y^2 = 8$, të cilat formojnë me boshtin e abshisave këndin 45° .

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nx. dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve me elipsin $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$, të cilat formojnë me boshtin e abshisave këndin 135° .
2. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve me elipsin $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$, të cilat janë pingule me drejtëzën $y = x + 7$.
3. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve me elipsin $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$, të cilat janë paralele me drejtëzën $y = 3x + 2$.
4. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve me elipsin $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$, të cilat janë paralele me drejtëzën $y = 2x - 3$ dhe të gjendet largesa ndërmjet tyre.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.
- Zbaton vijat e shkallë së dytë në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultatet e temës.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2,5,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 3; 2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: PërforsimNjësia mësimore: USHTRIME PËR PËRPUNIM TË NJOHURIVE Nr.: 12

Fjalët kyçe: rreth, elips, ekuacion, pikëprerje, abshisa, qendër, vatrë, pika, tangjente, boshte koordinative

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon vatrë e elipsit;
- cakton ekuacionin e elipsit;
- përcakton ekuacionin e tangjentes së elipsit;
- llogarit largesën ndërmjet qendrave të rrathëve.

Kriteret e suksesit:

- Cakton koordinatat e vatrave për elipsin e dhënë $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
- Cakton ekuacionin e elipsit që kalon nga qendra e rrethit $x^2 + y^2 + 2y - 8 = 0$ dhe që i ka vatrë në pikat e prerjes së rrethit me boshtin e abshisave.
- Në pikën $M(-4; 3)$ të elipsit $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1$ ndërtohet tangjentja me të. Llogarit syprinën e trekëndëshit të formuar nga tangjentja e formuar dhe boshtet koordinative.
- Llogarit largesën ndërmjet qendrave të rrathëve $x^2 + y^2 = 5$ dhe $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 36 = 0$.
- Përcakton ekuacionin e elipsit që ka jashtëqendërsinë $e = \frac{2}{3}$ dhe që kalon nga pika $M(2; -\frac{5}{3})$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Astronomi
(Lëvizja e planetëve rreth Diellit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E Mendo/ puno në dyshe/ thuaia grupit****R Ditari dypjesësh****R Rishikim në grupim****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Nx.bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimpldhënësi i udhëzon që t'ju tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë në mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nx. dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë: Muret e një dhome eliptike jepen nga ekuacioni $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Dy njerëz duan të qëndrojnë në vatrat e elipsit në mënyrë që ata të mund të pëshpëritin për të dëgjuar njëri-tjetrin pa dëgjuar askush tjetër. Cilat janë koordinatat e vatrave?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të prezantojnë punën e tyre dhe mësimpldhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës së prezantuar nga nxënësit. Më pas mësimpldhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkohet edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimpldhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nxënësit nëse i kanë kuptuar detyrat.

Shembulli 1

Të shkruhet ekuacioni i elipsit, i cili i ka vatrat në pikat e prerjes së rrethit $x^2 + y^2 + 2y - 8 = 0$ me boshtin e abshisave dhe që kalon nga qendra e këtij rrethi.

Zgjidhje

Gjejmë fillimisht ekuacionin më të thjeshtë të rrethit të dhënë. Kemi:

$$x^2 + y^2 + 2y - 8 = 0 \Rightarrow x^2 + (y^2 + 2y + 1) - 8 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 9.$$

Qendra e tij është $Q(0; -1)$.

Gjejmë pikat e prerjes së këtij rrethi me boshtin e abshisave. Kemi:

$$x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}. \text{ Nga kushti, vatrat e elipsit janë } F_1(-2\sqrt{2}; 0) \text{ dhe } F_2(2\sqrt{2}; 0).$$

Gjithashtu, $c = 2\sqrt{2}$.

Ekuacioni i elipsit është $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Meqë elipsi kalon nga pika $Q(0; -1)$, koordinatat e kësaj pike vërtetojnë ekuacionin e tij.

Kemi:

$$\frac{1}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 1. \text{ Nga barazimi } a^2 = b^2 + c^2 \text{ gjejmë } a^2. \text{ Kemi:}$$

$$a^2 = 1 + (2\sqrt{2})^2 = 1 + 8 = 9. \text{ Ekuacioni i elipsit është } \frac{x^2}{9} + y^2 = 1.$$

Shembulli 2

Në pikën $M(-4; 3)$ të elipsit $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1$ ndërtohet tangjentja me të. Të gjendet syprina e trekëndëshit të formuar nga kjo tangjente dhe boshtet koordinative.

Zgjidhje

Kërkohet syprina e trekëndëshit POQ (fig. 8.35).

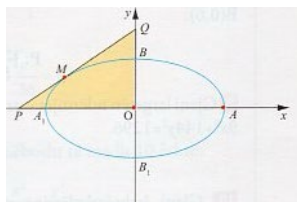


Fig.8.35

Gjejmë fillimisht ekuacionin e tangjentes PQ. Kemi:

$$\frac{x \cdot (-4)}{32} + \frac{y \cdot 3}{18} = 1 \Rightarrow 3x - 4y + 24 = 0. \text{ Gjejmë pikat e prerjes së kësaj tangjenteje me boshtet koordinative.}$$

$$y_P = 0 \Rightarrow x_P = -8 \Rightarrow OP = 8 \text{ njësi;}$$

$$x_Q = 0 \Rightarrow y_Q = 6 \Rightarrow OQ = 6 \text{ njësi.}$$

$$S_{POQ} = \frac{1}{2} \cdot OP \cdot OQ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ njësi katrore.}$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre. Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, ato përcillen nga njëri grup te tjetri derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë 1

Të gjendet largesa ndërmjet qendrave të rathëve $x^2 + y^2 = 5$ dhe $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 36 = 0$.

Detyrë 2

Të shkruhet ekuacioni i elipsit që kalon nga pika $M(2; -\frac{5}{3})$ dhe e ka jashtëqendërsinë $e = \frac{2}{3}$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të shkruhet ekuacioni i rrethit që kalon nga pikat $(0; 6)$; $(8; 0)$ dhe $(0; 0)$.

2. Të shkruhet ekuacioni i elipsit, në qoftë se $b = 4$ dhe $e = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve të këtij elipsi, të cilat janë

pingule me drejtëzën $y = \frac{1}{2}x - 1$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.
- Zbaton vijat e shkallës së dytë në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultatet e temës.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5,8;

III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE- 3; 2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Vlerësim

Njësia mësimore: DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 13

Fjalët kyçe: ekuacion, rreth, qendër, rreze, diametër, tangjente, elipsë, vatër, boshte, koordinata, pikë, jashtëqendërsia, rreze vatrore, kënd

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- zbaton ekuacionet e rrethit dhe elipsës në zgjidhjen e detyrave të ndryshme.

Kriteret e suksesit:

- zgjidh detyrat e caktuara në fletat punuese.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Astronomi Inxhinieri kompjuterike
(Lëvizja e planetëve rreth Diellit) (Grafika kompjuterike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Ditari dypjesësh

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS**Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: TEOREMA FERMA. TEOREMA E LAGRANZHIT Nr.: 1

Fjalët kyçe: teoremë, derivat, funksion, grafik, ekstremum, pika, Langrazh, Ferma

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- interpreton zgjidhjen e detyrave të caktuara.
- ilustron grafikisht funksionin.
- përcakton derivatin e funksioneve.
- zbaton teoremën e Langrazhit në zgjidhjen e detyrave.
- zbaton teoremën e Fermas në zgjidhjen e detyrave.

Kriteret e suksesit:

- Interpreton grafikun e funksionit $y = x^2$, $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$.
- Përcakton ekstremumet e funksionit $y = x^2$, $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$.
- Llogarit derivatin e funksionit $y = x^2$, $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ në pikën e ekstremumeve.
- Për funksionin $f: y = x^2 - 3x + 1$, në segmentin $[0, 4]$, cakton pikën c duke zbatuar teoremën e Lagranzhit.
- Llogarit derivatin e funksionit $y = x^3$ në pikën $x = 0$.
- Ilustron grafikun e funksionit $y = x^3$.
- Vërteton nëse funksioni i mësipërm ka ekstremum në pikën $x = 0$.
- Krahason në bazë të teoremës së Fermas ekstremumin në pikën $x = 0$ për funksionin $f: y = x^2 - 3x + 1$.
- Cakton pikën ku tangjentja e grafikut është paralele me prerësen që kalon nëpër pikat me abshisa $a = 1$; $b = 9$, për funksionin $f: y = 2\sqrt{x}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Lëvizja drejtvizore)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E** Bashkëbisedim**R** Leksion i përparuar**R** Diskutim në çift**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë rreth saj, duke dhënë argumente për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit. Pastaj, mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Detyrë

Interpretoni zgjidhjen e detyrës së dhënë:

- Skiconi grafikun e funksionit $y = x^2$ dhe gjeni pikën ku ky funksion ka ekstremum.
- Gjeni vlerën e derivatit në këtë pikë.
- Veproni në të njëjtën mënyrë për funksionin $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Shembulli 1

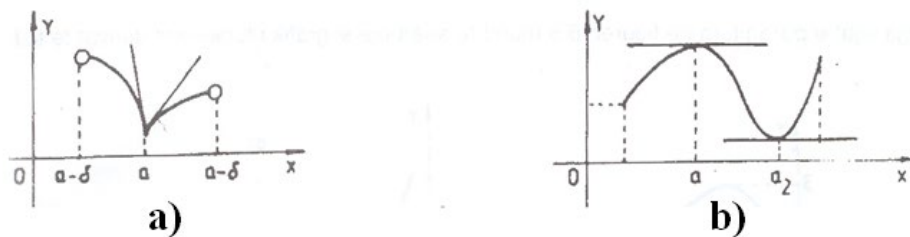
- Skiconi grafikun e funksionit $y = |x|$.
- Tregoni nga grafiku pikën ku ky funksion ka ekstremum dhe shihni nëse funksioni ka derivat në këtë pikë.

Shembulli 2

Është dhënë funksioni $f: y = x^2$:

- Gjeni ordinatat e pikave M_1, M_2 të grafikut me abshisa përkatësisht $x_1 = 1, x_2 = 3$.
- Gjeni koeficientin këndor k të drejtëzës M_1M_2 .
- A ekziston ndonjë pikë C e intervalit $]1, 3[$ ku derivati i funksionit f të jetë i barabartë me k ? Gjeni këtë pikë.
- Ç'mund të thoni për tangjenten e grafikut të funksionit f në pikën me abshisë c ?

Nga shqyrtimi që kryet më lart, ju mund të nxirrni këtë përfundim të përgjithshëm: **Pika të dyshimta, ku një funksion f mund të ketë ekstremum, janë vetëm pikat në të cilat funksioni f nuk ka derivat ose ku derivati është zero** (në pikat përgjegjëse të grafikut nuk kemi tangjente ose tangjentja është paralele me boshtin Ox) (figura 9.1/a, b).

**Fig. 9.1**

Këtë e pohon teorema e mëposhtme (që ne do ta pranojmë pa vërtetim).

Teorema Ferma: Nëse funksioni f , i derivueshëm në intervalin I , ka ekstremum në pikën $a \in I$, atëherë $f'(a) = 0$.

Nga kjo teoremë rrjedh që, nëse funksioni f ka derivat të ndryshëm nga zero në çdo pikë të intervalit I , atëherë ky funksion nuk ka ekstremum në këtë interval (pse?).

Teorema Ferma tregon që kushti $f'(a) = 0$ është i nevojshëm që funksioni f (i derivueshëm) të ketë ekstremum në pikën $x = a$. Por ky kusht nuk është i mjaftueshëm që ky funksion të ketë ekstremum në pikën a , siç e patë në ushtrimin e mësipërm.

Ushtrim.

Jepni një shembull të një funksioni numerik f që ka derivat $f'(a) = 0$, por që nuk ka ekstremum në pikën a .

Do të pranojmë pa vërtetim këtë teoremë të rëndësishme:

Teorema e Lagranzhit

Nëse funksioni f është i derivueshëm në intervalin I dhe x_1, x_2 janë dy pika çfarëdo të këtij intervali, atëherë ekziston të paktën një pikë c , ndërmjet pikave x_1, x_2 e tillë që:

$$f(x_2) - f(x_1) = f'(c) \cdot (x_2 - x_1) \quad \dots (1)$$

Le të sqarojmë gjeometrikisht përmbajtjen e kësaj teoreme (figura 9.2).

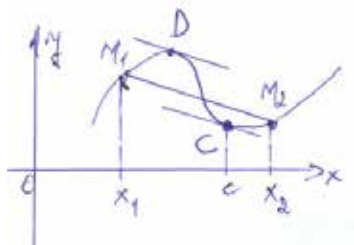


Fig.9.2

Barazimi (1) mund të shkruhet në trajtën:
$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c) \quad \dots (2)$$

Ana e majtë në barazimin (2) paraqet koeficientin këndor të drejtëzës (M_1M_2) (ku M_1 dhe M_2 janë pikat e grafikut që kanë abshisat x_1 dhe x_2) (pse?). Ana e djathtë e barazimit (2) paraqet koeficientin këndor të tangjentës së grafikut në pikën C me abshisë c . Barazimi (2) tregon se tangjentja në pikën C është paralele me drejtëzën (M_1, M_2) , sepse kanë koeficiente këndore të barabarta. Shqyrtimi i figurës 9.2 na bind se pika C që vërteton barazimin (1) mund të mos jetë e vetme. E tillë është p.sh. edhe pika D .

Shembulli 3

Për funksionin $f: y = x^2 - 3x + 1$, në segmentin $[0, 4]$ të gjejmë pikën c sipas teoremës së Lagranzhit.

Kemi $f'(x) = 2x - 3$, prandaj $f'(c) = 2c - 3$. Por $f(4) = 5$ dhe $f(0) = 1$. Sipas teoremës së Lagranzhit, kemi $f(4) - f(0) = f'(c) \cdot (4 - 0)$, d.m.th. $5 - 1 = (2c - 3) \cdot 4$, prej ku gjejmë $c = 2$.

Rrjedhimi 1

Nëse funksioni f e ka derivatin zero në çdo pikë të intervalit I , atëherë ky funksion është konstant në këtë interval.

Në të vërtetë, le ta zëmë se për çdo $x \in I$ kemi $f'(x) = 0$. Zbatojmë teoremën e Lagranzhit, duke menduar x_1 si pikë të palëvizshme dhe duke marrë $x_2 = x$, ku x është një pikë çfarëdo e intervalit I ($x \neq x_1$).

Kemi $f(x) - f(x_1) = f'(c) \cdot (x - x_1)$ (ku c është pikë ndërmjet x_1 dhe x , d.m.th. pikë e intervalit I). Prandaj $f'(c) = 0$ dhe nga barazimi i mësipërm, rrjedh $f(x) - f(x_1) = 0$, pra $f(x) = f(x_1)$, për çdo $x \in I$. Kjo do të thotë që f është konstante në I .

Shembulli 4

Shqyrtojmë funksionin $f: y = \sin^2 x + \cos^2 x$.

Për çdo $x \in I$, kemi $f'(x) = (\sin^2 x)' + (\cos^2 x)' = 2 \sin x \cdot (\sin x)' + 2 \cos x \cdot (\cos x)'$

$f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos x \cdot (-\sin x)$; $f'(x) = 0$, për çdo $x \in I$.

Kështu, funksioni f është konstant në $\mathbb{R}$, d.m.th. $\sin^2 x + \cos^2 x = c$, për çdo $x \in \mathbb{R}$. Për të gjetur c , në barazimin e mësipërm zëvendësojmë x me 0 dhe marrim $\sin^2 0 + \cos^2 0 = c$, d.m.th. $c = 1$.

Kështu, për çdo $x \in \mathbb{R}$, kemi $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (formulë e njohur e trigonometrisë)

Rrjedhimi 2

Nëse funksionet f dhe g i kanë derivatet të barabarta në çdo pikë të intervalit I , atëherë ndryshesa e këtyre funksioneve është konstante në këtë interval.

Vërtetoni vetë këtë rrjedhim duke shqyrtuar derivatin e ndryshesës $d(x) = f(x) - g(x)$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe cilat janë gjërat e reja që janë mësuar radhiten në listë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbliidhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

- a) Njehsoni derivatin e funksionit $y = x^3$ në pikën $x = 0$.
 b) Skiconi grafikun e këtij funksioni. A ka ky funksion ekstremum në pikën $x = 0$?
 c) A biem në kundërshtim, në këtë rast, me teoremën Ferma?

Detyrë 2

Për funksionin $f: y = 2\sqrt{x}$, gjeni pikën ku tangjentja e grafikut është paralele me prerësen që kalon nëpër pikat me abshisa $a = 1$; $b = 9$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës dhe aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Pika materiale kryen lëvizje drejtvizore sipas ligjit $x = t^2 - t + 4$, $t \in [0, 3]$. Gjeni çastin t në të cilin shpejtësia është e barabartë me shpejtësinë mesatare në segmentin kohor $[0, 3]$.

2. Gjeni derivatin në një pikë x të bashkësisë së përcaktimit dhe studioni shenjë e tij për funksionin:

a) $y = \frac{1}{x+1}$; b) $y = \frac{x^2-1}{4x}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: STUDIMI I MONOTONISË SË FUNKSIONIT Nr.: 2

Fjalët kyçe: monotonia, funksion, derivat, interval, shenja

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon monotoninë e funksionit;
- ilustron grafikisht funksionin;
- llogarit derivatin e funksionit;
- shpjegon shenjën e funksionit;
- shqyrton monotoninë e funksionit;
- vërteton teoremën e caktuar.

Kriteret e suksesit:

- Përpilon tabelën e variacionit të funksionit $f: y = -x^2 + 1$, duke u bazuar në grafikun e tij.
- Llogarit derivatin e funksionit $f: y = -x^2 + 1$.
- Shpjegon shenjën e funksionit $y = -x^2 + 1$.
- Arsyeton se çfarë vëren gjatë krahasimit të intervaleve të monotonisë së f me intervalet ku $f'(x)$ ruan shenjë.
- Shqyrton monotoninë e funksionit $f: y = -x^2 + 4x + 5$.
- Duke u bazuar në teoremën 1, vërteton teoremën 2.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe, vizore

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi
(Elementet kimike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E** Bashkëbisedim**R** Të lexuarit në dyshe**R** Diskutim në çift**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën, duke dhënë argumentet për mendimet e tyre.

Detyrë

Është dhënë funksioni $f: y = -x^2 + 1$:

- Skiconi grafikun dhe jepni në bazë të tij tabelën e variacionit të funksionit.
- Njehsoni derivatin $f'(x)$ dhe studioni shenjë e tij.
- Krahasoni intervalet e monotonisë së f me intervalet ku $f'(x)$ ruan shenjë. Ç'vini re?
- Kontrolloni hamendjen tuaj duke bërë të njëjtën punë me funksionin $y = \frac{1}{x}, x \in R^*$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit lexojnë në dyshe tekstin dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur në mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekst dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënësve. Një metodë e fuqishme për të studiuar monotoninë e funksionit në një bashkësi A është ajo që mbështetet në studimin e shenjës së derivatit të tij.

Teorema 1: Nëse funksioni f ka derivat pozitiv në çdo pikë të intervalit I , atëherë ky funksion është rritës në intervalin I .

Vërtetim

Le të jenë x_1, x_2 dy pika çfarëdo të intervalit I , të tilla që $x_2 > x_1$. Meqenëse funksioni f ka derivat në çdo pikë të intervalit I , atëherë në bazë të teoremës së Lagranzhit shkruajmë: (1) $f(x_2) - f(x_1) = f'(c) \cdot (x_2 - x_1)$, ku $x_1 < c < x_2$.

Meqenëse pika c i përket intervalit I (pse?), kemi $f'(c) = 0$ (nga kushti i teoremës).

Meqë $x_2 > x_1$ kemi $x_2 - x_1 > 0$. Ana e djathtë e barazimit (1), si prodhim dy faktorësh pozitivë, del pozitive.

Pra, $f(x_2) - f(x_1) > 0$ d.m.th. $f(x_2) > f(x_1)$.

Treguam kështu që për çdo dy $x_1, x_2 \in I$, nga $x_2 > x_1$ rrjedh $f(x_2) - f(x_1) > 0$. Kjo do të thotë që funksioni f është rritës në intervalin I .

Shembulli 1

Të shqyrtohet monotonia e funksionit $f: y = -x^2 + 4x + 5$.

Zgjidhje

Për çdo $x \in R$, kemi $f'(x) = -2x + 4$.

Studiojmë shenjë e binomit të fuqisë së parë $(-2x + 4)$. Gjejmë rrënjën e tij, pra:

$$-2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bëni tabelën. Shihni që në intervalin $]-\infty, 2[$ kemi $f'(x) > 0$, prandaj funksioni është rritës (teorema 1).

Në intervalin $]2, +\infty[$ kemi $f'(x) < 0$, prandaj funksioni është zbritës (teorema 2).

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimdhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mblidhen nga mësimdhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

Vërtetoni në mënyrë të ngjashme teoremën e mëposhtme:

Teorema 2: Nëse funksioni f ka derivat $f'(x)$ negativ në çdo pikë të intervalit I , atëherë ky funksion është zbritës në këtë interval.

Detyrë 2

Të shqyrtohet monotonia e funksionit:

a) $y = x^2(x - 6)$; b) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$; c) $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$;

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës së nxënësit në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të shqyrtohet monotonia e funksionit:

a) $y = -x^2 + 5$; b) $y = x^2 - 2x$; c) $y = (x - 4)^2$.

2. Përqindja e popullsisë së një vendi që pëlqen një këngë, t muaj pasi ajo është kënduar për herë të parë jepet nga formula:

$$P = 10 + \frac{840t}{t^2 + 49}, \quad t \in]0, 24[.$$

Në cilin interval kohe kjo përqindje është duke u rritur? Po duke u zvogëluar?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMOREFusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat të tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):**I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;****III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;****Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):****3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;****6. MODELIMI MATEMATIK- 2;****ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: KUSHTE TË MJAFTUESHME PËR EKZISTENCËN E EKSTREMUMEVE Nr.: 3

Fjalët kyçe: ekstremum, funksion, interval, derivat, maksimum, minimum

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:**Nxënësi/ja:**

- shqyrton ekstremumet e funksionit;
- shpjegon ekzistencën e ekstremumeve të funksionit;
- cakton ekstremumet e funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit ekstremumet e funksionit $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x$.
- Arsyeon ekzistencën e ekstremumeve të funksionit të mësipërm.
- Përcakton ekstremumet për funksionet $f: y = x^3 - 12x + 1$; $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$; $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Kimi

(Elementet kimike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT:****E Mendo/ puno në dyshe/ thua grupit****R Leksion i përparuar****R Ditari dypjesësh**

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimpldhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimit) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë

Shqyrtoni funksionin $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x$. A ka ekstremum ky funksion? Pse?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimpldhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimit) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Teoremë 1

Në qoftë se funksioni f , i cili është i derivueshëm në intervalin $[a-r, a+r]$ dhe $f'(a) = 0$, ka derivat pozitiv në çdo pikë të intervalit $[a-r, a]$ dhe derivat negativ në çdo pikë të intervalit $[a, a+r]$, atëherë ky funksion ka maksimum për $x = a$. Skematikisht, kushti dhe përfundimi i kësaj teoreme mund të paraqiten me tabelën si më poshtë (fig. 9.3):

x	$a-r$	a	$a+r$
$f'(x)$		$+ 0 -$	
f		$\nearrow \searrow$	
		max	

Fig. 9.3

Teoremë 2

Në qoftë se funksioni f , i cili është i derivueshëm në intervalin $[a-r, a+r]$ dhe $f'(a) = 0$, ka derivat negativ në çdo pikë të intervalit $[a-r, a]$, dhe derivat pozitiv në çdo pikë të intervalit $[a, a+r]$, atëherë ky funksion ka minimum për $x = a$. Skematikisht, kushti dhe përfundimi i kësaj teoreme paraqiten kështu (fig. 9.4):

x	$a-r$	a	$a+r$
$f'(x)$		$- 0 +$	
f		$\searrow \nearrow$	
		min	

Fig. 9.4

Shembulli 1

Të gjenden ekstremumet e funksionit $f: y = x^3 - 12x + 1$.

Zgjidhje

Për çdo $x \in \mathbb{R}$, kemi $f'(x) = 3x^2 - 12$.

Studiojmë shenjën e $f'(x)$, d.m.th. shenjën e trinomit të fuqisë së dytë $3x^2 - 12$. Gjejmë në fillim rrënjët e ekuacionit:

$$3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow (x = 2 \text{ ose } x = -2).$$

Për $x = -2$, funksioni ka maksimum (teorema 1). Ky maksimum është $f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) + 1 = 17$.

Për $x = 2$, funksioni ka minimum (teorema 2). Ky minimum është $f(2) = (2)^3 - 12(2) + 1 = -15$ (fig. 9.5).

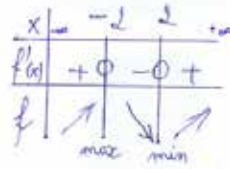


Fig. 9.5

Vërejtje Mund të vërtetohet që:

Teorema 3

Nëse funksioni f është i derivueshëm në intervalin $]a - r, a + r[$ dhe $f'(a) = 0$, por $f'(x)$ ruan të njëjtën shenjë në të dyja intervalet $]a - r, a[$ dhe $]a, a + r[$, atëherë ky funksion nuk ka ekstremum në pikën a .

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe gjërat e reja që janë mësuar, radhiten në listë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimsdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësimsdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimsdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nxënësit nëse e kanë kuptuar detyrën.

Detyrë 1

Gjeni ekstremumet e funksionit $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Detyrë 2

Gjeni ekstremumet e funksionit: $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi ndihmës në grupe.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepni dy shembuj funksionesh të tilla që:

- kanë ekstremum në pikën a , por nuk kanë derivat në këtë pikë;
- kanë derivat të barabartë me zero në pikën a , por nuk kanë ekstremum për $x = a$.

2. Është dhënë funksioni f : $y = \begin{cases} x^2 & \text{për } x \leq 1 \\ 2 - x & \text{për } x > 1 \end{cases}$.

- Ndërtoni grafikun dhe gjeni nga grafiku ekstremumet e tij.
- Tregoni që funksioni nuk ka derivat për $x = 1$.

3. a) Vërtetoni që numri $\frac{1}{2}$ është rrënjë e ekuacionit $2x^3 + x^2 + x - 1 = 0$.

b) Shqyrtoni monotoninë dhe gjeni ekstremumet e funksionit:

$$y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1.$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimsdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Fusha kurrikulare:** MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12**Tema (nga plani dymujor):****ZBATIME TË DERIVATEVE****Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):**

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës:** Ushtrime**Njësia mësimore:** USHTRIME **Nr.: 4****Fjalët kyçe:** monotoni, funksion, bashkësi e përcaktimit, ekstremume, intervali, shenja, parametër**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- përcakton monotoninë e funksionit;
- llogarit ekstremumet e funksionit;
- vërteton rritjen e funksionit për vlera të caktuara të parametrit.

Kriteret e suksesit :

- Për funksionin $f: y = x^2 \cdot e^x$, cakton monotoninë e tij.
- Llogarit ekstremumet e funksionit të mësipërm.
- Llogarit ekstremumet e funksionit $f: y = x - 2\sin x$, ku $x \in]0, 2\pi [$.
- Vërteton se për ç'vlera të parametrit a , funksioni $y = x^3 - ax^2 + x - 5$ është rritës në $\mathbb{R}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Biologji
(Përhapja e baktereve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E** Stuhi mendimesh**R** Ditari dypjesësh**R** Ditari dypjesësh**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift, duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Detyrë

Të studiohet monotonia dhe të gjenden ekstremumet e funksionit: $f: y = x^2 \cdot e^x$

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nxënësit nëse e kanë kuptuar detyrën.

Shembulli 1

Të studiohet monotonia dhe të gjenden ekstremumet e funksionit: $f: y = x \cdot \sqrt{a^2 - x^2}$ ($a > 0$).

Zgjidhje

Bashkësia e përcaktimit të funksionit është bashkësia e vlerave të x që plotësojnë kushtin: $a^2 - x^2 \geq 0$. Duke zgjidhur këtë inekuacion të fuqisë së dytë me një ndryshore, gjejmë që bashkësia e përcaktimit është segmenti $[-a, a]$.

Për çdo vlerë të x nga intervali $] -a, a[$, ekziston $f'(x)$ dhe është:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x)' \cdot \sqrt{a^2 - x^2} + x \cdot (\sqrt{a^2 - x^2})' = \sqrt{a^2 - x^2} + x \cdot \frac{(a^2 - x^2)'}{2\sqrt{a^2 - x^2}} = \\ &= \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{x \cdot (-2x)}{2\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} - x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{(a^2 - x^2) - x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}. \text{ Pra, } f'(x) = \frac{a^2 - 2x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}. \end{aligned}$$

Për $x \in] -a, a[$ kemi $\sqrt{a^2 - x^2} > 0$, prandaj $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (a^2 - 2x^2 = 0)$ dhe shenja e $f'(x)$ përcaktohet nga shenja e trinomit të fuqisë së dytë $a^2 - 2x^2$. Kemi:

$$a^2 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow (x = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ ose } x = -\frac{a}{\sqrt{2}}).$$

Për lehtësi, shenjën e trinomit $a^2 - 2x^2$ e shqyrtojmë në intervalin $] -\infty, +\infty [$, kurse funksionin dhe derivatin e tij në intervalin $] -a, a[$. Shohim tabelën në fig. 9.7.

x	$-\infty$	$-a$	$-\frac{a}{\sqrt{2}}$	$+\frac{a}{\sqrt{2}}$	a	$+\infty$
$a^2 - 2x^2$	-	-	0	+	0	-
$f'(x)$			-	+	0	-
$f(x)$						

$\swarrow \quad \searrow$
 $\min \quad \max$

Fig. 9.7

Nxirrni nga kjo tabelë përfundimet për monotoninë dhe ekstremumet e funksionit $f: y = x \sqrt{a^2 - x^2}$ në $[-a, a]$.

Vërejtje Në disa raste, gjetja e ekstremumeve të funksionit bëhet më lehtë duke përdorur teoremën e mëposhtme, që ne do ta pranojmë pa vërtetim.

Teoremë

Nëse funksioni f ka në çdo pikë të intervalit I derivat të parë e të dytë dhe në pikën $a \in I$ kemi: $f'(a) = 0$ dhe $f''(a) \neq 0$, atëherë ky funksion ka në pikën a ekstremum. Ky ekstremum është maksimum kur $f''(a) < 0$ dhe minimum kur $f''(a) > 0$.

Shembulli 2

Të gjenden ekstremumet e funksionit $f: y = x - 2\sin x$, ku $x \in]0, 2\pi[$.

Zgjidhje

Funksioni f ka në çdo pikë të intervalit $]0, 2\pi[$ derivat të parë dhe derivat të dytë.

Kemi: $f'(x) = 1 - 2\cos x$ dhe $f''(x) = 2\sin x$. Për gjetjen e pikave ku funksioni ka ekstremum, mjafton të gjejmë pikat e intervalit $]0, 2\pi[$, ku $f'(x) = 0$ dhe të studiojmë shenjën e $f''(x)$ në secilën prej tyre.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3}.$$

Ky ekuacion ka një pafundësi zgjidhjesh në $\mathbb{R}$, që jepen nga formula $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (k – numër i plotë).

Por në $]0, 2\pi[$ ekuacioni ka vetëm dy zgjidhje: $x_1 = \frac{\pi}{3}$; $x_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$.

$f''(\frac{\pi}{3}) = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, d.m.th. $f''(\frac{\pi}{3}) > 0$. Në pikën $x_1 = \frac{\pi}{3}$, funksioni ka minimum.

$f''(\frac{5\pi}{3}) = 2\sin \frac{5\pi}{3} = 2(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\sqrt{3}$, d.m.th. $f''(\frac{5\pi}{3}) < 0$. Në pikën $x_2 = \frac{5\pi}{3}$, funksioni ka maksimum.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nxënësit nëse e kanë kuptuar mësimin.

Detyrë

Për ç'vlera të parametrin a funksioni $y = x^3 - ax^2 + x - 5$ është rritës në $\mathbb{R}$?

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni bashkësinë e përcaktimit, studioni monotoninë dhe gjeni ekstremumet e funksionit:

a) $y = \frac{x\sqrt{1-x^2}}{2}$; b) $y = \frac{(x+r) \cdot \sqrt{r^2 x^2}}{2}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMOREFusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):**I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;****III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;****Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):****3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;****6. MODELIMI MATEMATIK- 2;****ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: VLERA MË E MADHE (MË E VOGËL) E FUNKSIONIT TË VAZHDUESHËM Nr.: 5

Fjalët kyçe: funksion, i vazhdueshëm, grafik, interval, ekstremume, maksimum, minimum

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:**Nxënësi/ja:**

- krijon grafikun e një funksioni të vazhdueshëm;
- cakton ekstremumet e funksionit të vazhdueshëm;
- llogarit vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksionit në interval të caktuar;
- vërteton ekzistencën e vlerave të funksionit të vazhdueshëm.

Kriteret e suksesit:

- Krijon grafikun e një funksioni të vazhdueshëm në intervalin $[a, b]$, që të ketë në të një ekstremum të vetëm dhe pikërisht maksimum.
- Jep mendime sa i përket vlerës më të madhe dhe më të vogël të funksionit të mësipërm në intervalin $[a, b]$.
- Llogarit vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksionit $f: y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$ në segmentin $[-2, 0]$.
- Vërteton që vlera më e madhe e funksionit $f: y = 4x + \frac{1}{x}$ në $]0, +\infty[$ nuk ekziston.
- Llogarit vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksioneve në intervalet e caktuara:
a) $y = 2x - x^2, \quad x \in [1, 4];$ b) $y = 6x^2 - x + 1, \quad x \in [0, 1].$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe, vizore**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Ekonomi
(Llogaritja e kostos)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Bashkëbisedim****R Të lexuarit në dyshe****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë rreth saj, duke dhënë argumente për mendimet e tyre.

Detyrë

Skiconi grafikun e një funksioni të vazhdueshëm në intervalin $[a, b]$, që të ketë në të një ekstremum të vetëm dhe pikërisht maksimum. Ç'mund të thoni për vlerën më të madhe të këtij funksioni në intervalin $[a, b]$? Po për vlerën më të vogël të tij në intervalin $[a, b]$?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit lexojnë në dyshe tekstin dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur në mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekst dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënit.

Shembulli 1

Skiconi grafikun e një funksioni të vazhdueshëm në intervalin $[a, b]$, që të ketë në të një ekstremum të vetëm dhe pikërisht minimum. Përgjigjuni dy pyetjeve, si në kërkesën a).

Dimë se: **Nëse funksioni f është i vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$, atëherë ai merr në këtë segment vlerën e vet më të madhe dhe vlerën e vet më të vogël.**

Funksioni f , i vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$, vlerën e tij më të madhe e merr ose në një pikë të brendshme të segmentit $[a, b]$ (dhe në këtë pikë është e qartë që do të ketë maksimum) ose në skajet e këtij segmenti. Vlerën e tij më të vogël në segmentin $[a, b]$, ky funksion e merr ose në ndonjë pikë të brendshme të segmentit (dhe në këtë pikë është e qartë që do të ketë minimum) ose në skajet e këtij segmenti.

Metodë. Për të gjetur vlerën më të madhe dhe vlerën më të vogël të një funksioni f të vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$, zbatojmë tre hapat më poshtë:

- 1) gjejmë të gjitha ekstremumet e funksionit për $x \in [a, b]$;
- 2) njehsojmë vlerat në skajet $f(a), f(b)$;
- 3) krahasojmë të gjithë këta numra. Më i madhi prej tyre është vlera më e madhe e f në $[a, b]$, kurse më i vogli prej tyre është vlera më e vogël e f në $[a, b]$.

Shembulli 2

Të gjendet vlera më e madhe dhe më e vogël e funksionit $f: y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$ në segmentin $[-2, 0]$.

Zgjidhje

Ky funksion është i derivueshëm në $\mathbb{R}$, pra edhe në segmentin $[-2, 0]$. Si rrjedhojë, ai është i vazhdueshëm në këtë segment.

1) Gjejmë ekstremumet e funksionit. Për çdo $x \in \mathbb{R}$, kemi $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$.

Gjejmë pikat ku $f'(x) = 0$ dhe studiojmë shenjë e derivatit $f'(x)$. Për këtë, gjejmë në fillim rrënjët e trinomit të fuqisë së dytë $6x^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$. Ky ekuacion ka dy rrënjë reale $x_1 = -1$; $x_2 = 2$.

Duke studiuar shenjë e këtij trinomi, nxjerrim këto përfundime për ekstremumet e funksionit (fig. 9.8):

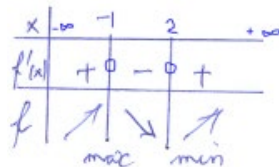


Fig. 9.8

Për $x = -1$, funksioni ka maksimum. Ky është $f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 - 12 \cdot (-1) + 2$, d.m.th. $f(-1) = 9$. Për $x = 2$, funksioni ka minimum, por kjo pikë nuk i përket segmentit të shqyrtuar.

2) Gjejmë vlerat në skajet $f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 - 12 \cdot (-2) + 2 = -2$. Kurse $f(0) = 2$.

3) Duke krahasuar numrat 9, -2 dhe 2, shohim që vlera më e madhe e funksionit f në segmentin $[-2, 0]$ është 9; ajo merret për $x = 1$. Vlera më e vogël e funksionit f në segmentin $[-2, 0]$ është -2; ajo merret për $x = -2$.

Teoremë

Nëse funksioni f është i vazhdueshëm në intervalin $]a, b[$ dhe ka në këtë interval *vetëm një ekstremum*, atëherë:

a) kur ky ekstremum është maksimum, ai është vlera më e madhe e funksionit në intervalin $]a, b[$;

b) kur ky ekstremum është minimum, ai është vlera më e vogël e funksionit në intervalin $]a, b[$.

Teoremën do ta pranojmë pa vërtetim. Ajo mbetet e vërtetë edhe për funksionin e vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$.

Shembulli 3

Të gjendet vlera më e vogël e funksionit $f: y = 4x + \frac{1}{x}$ në $]0, +\infty[$.

Zgjidhje

Bashkësia e përcaktimit të këtij funksioni është $E = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$, d.m.th. $E = \mathbb{R}^*$. Funksioni është i derivueshëm në $\mathbb{R}^*$, pra edhe në intervalin $]0, +\infty[$. Si rrjedhojë, ai është i vazhdueshëm në këtë interval. Gjejmë ekstremumet e funksionit për $x \in]0, +\infty[$.

Për çdo $x \neq 0$, kemi $f'(x) = 4 - \frac{1}{x^2}$ d.m.th. $f''(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2}$.

Meqë $x^2 > 0$ për çdo $x \neq 0$, shenja e derivatit $f'(x)$ përcaktohet nga shenja e trinomit të fuqisë së dytë $4x^2 - 1$.

$4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow (x = \frac{1}{2} \text{ ose } x = -\frac{1}{2})$. Duke studiuar shenjën e trinomit, nxjerrim këto përfundime për ekstremumet e funksionit:

Në intervalin $]0, +\infty[$ **funksioni ka një ekstremum të vetëm**. Ai merret për $x = \frac{1}{2}$ dhe është **minimum**.

Në bazë të teoremës 2, rrjedh që $f(\frac{1}{2})$ është vlera më e vogël e funksionit f në $]0, +\infty[$. Kemi $f(\frac{1}{2}) = 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{0.5} = 4$. Pra, për

çdo $x \in]0, +\infty[$ kemi $4x + \frac{1}{x} \geq 4$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1

Tregoni që vlera më e madhe e funksionit $f: y = 4x + \frac{1}{x}$ në $]0, +\infty[$ nuk ekziston.

Detyrë 2

Gjeni vlerën më të madhe, më të vogël, të funksionit f në segmentin e dhënë, nëse:

a) $y = 2x - x^2$, $x \in [1, 4]$; b) $y = 6x^2 - x + 1$, $x \in [0, 1]$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës në çifte dhe angazhimit të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni vlerën më të madhe dhe vlerën më të vogël të funksionit në segmentin e dhënë:

a) $y = x^4 - 8x^2 - 9$ në $[-1, 1]$; b) $y = x^4 - 4x^2$ në $[2, 4]$.

2. Është konstatuar që një student mëson mesatarisht, pas t orësh mësimi, një sasi y frazash bazë në gjuhë të huaj, të dhënë nga formula $y = 14t - t^2$, $t \in [0, 7]$. Cila është vlera më e madhe e y ?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dy mujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: PROBLEMA NË KËRKIM TË VLERËS MË TË MADHE (MË TË VOGËL) TË FUNKSIONIT Nr.: 6

Fjalët kyçe: derivat, funksion, vlera më e madhe, vlera më e vogël, ekstremume

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- zgjidh probleme të ndryshme në lidhje me vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Zgjidh problemet e caktuara sa i përket vlerës më të madhe dhe më të vogël të funksionit.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, materiale ndihmëse për nxënësit (fleta punuese)

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
 Fizikë (Lëvizja drejtvizore)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Këndet

R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Detyrë

Ndër gjithë drejtkëndëshat me perimetër 16 cm dhe me gjatësi brinjësh numra të plotë, cili ka syprinën më të madhe? Tregoni arsyetimin tuaj.

Realizim/Pjesa kryesore

Ky aktivitet është shumë i dobishëm kur mësuesi dëshiron të theksojë faktin se jo të gjithë në klasë kanë pikëpamje të njëjta ose që ka disa zgjidhje për disa probleme. Kjo metodë mësimore i lejon nxënësit, të cilët normalisht nuk komunikojnë në klasë, për të marrë pjesë dhe të komunikojnë me shokët e tyre.

Organizimi i nxënësve bëhet në këtë mënyrë:

Në katër këndet e klasës vendosim etiketat me detyrat e caktuara varësisht prej numrit të nxënësve (pra nr. i etiketave të ngjashme për secilin detyrë), në vendet e caktuara për to. Mësuesi prezanton para nxënësve llojet e detyrave të vendosura në katër këndet e klasës dhe u jep një kohë të caktuar nxënësve për të menduar në lidhje me to. Pastaj kërkohet prej tyre që të bëjnë përzgjedhjen e detyrave të dhëna, secili nga një etiketë. Pasi nxënësit bëjnë zgjedhjen e tyre, kërkohet prej tyre që prapa etiketave të përzgjedhura të japin mendimet e tyre në lidhje me detyrat e caktuara. Pasi i zgjidhin detyrat, ata udhëzohen të drejtohen te këndet nga i kanë përzgjedhur detyrat. Te këndet ata bashkohen në grupe me anëtarët, d.m.th. secili kënd i klasës do të ketë grupe me nxënës që ndajnë detyrat e ngjashme dhe diskutojnë në lidhje me përzgjedhjen e bërë. Pas një diskutimi të shkurtër, nxënësit thirren në mënyrë të rastësishme, pra nga një nxënës që prezanton grupin përkatës, për të dhënë një deklaratë të thjeshtë, e cila mbështet zgjedhjen e tyre.

Problema 1

Nga një copë kartoni në formë katrori, me brinjë 12 cm, kërkohet të bëhet një kuti pa kapak, duke prerë nëpër qoshe katrorë të barabartë dhe duke përthyer pjesët e dala, për të formuar faqet anësore të kutisë. Sa duhet të merret brinja për katrorët që priten, në mënyrë që vëllimi i kutisë së formuar të jetë më i madhi?

Zgjidhje

1. Shënojmë me x brinjën e katrorit që pritet në një qoshe ($x = A_1E = A_1K$). Le të shprehim vëllimin V të kutisë nëpërmjet x (fig. 9.9).

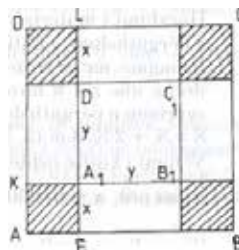


Fig. 9.9

Shënojmë me y brinjën e bazës së kutisë ($y = A_1B_1$). Kutia e përftuar është kuboid, prandaj vëllimi i saj është i barabartë me prodhimin e lartësisë me syprinën e bazës (baza është katrori $A_1B_1C_1D_1$). Pra, $V = y^2 \cdot x$. Të shprehim V vetëm nëpërmjet x . Nga kushti kemi: $LE = 12$ cm, d.m.th. $x + y + x = 12$, që nga $y = 12 - 2x$. Si rrjedhim, $V = (12 - 2x)^2 \cdot x$. Ndryshe, $V = (144 - 48x + 4x^2) \cdot x$.

2. Gjejmë bashkësinë X të vlerave të mundshme të x .

Kemi: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 6$. Pra, x është element i intervalit $]0, 6[$.

3. Problema jonë kthehet në këtë problemë të analizës matematike. “Për ç’vlerë të ndryshores x , funksioni $V = 144x - 48x^2 + 4x^3$ merr vlerën më të madhe në intervalin $]0, 6[$?”

4. Për të dhënë përgjigjen, gjejmë ekstremumet e funksionit në $]0, 6[$, duke studiuar shenjën e derivatit të tij.

Kemi $V(x) = 144x - 48x^2 + 4x^3$, prandaj $V'(x) = 144 - 96x + 12x^2$. E barazojmë me 0.

$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 96x + 144 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$. Ky ekuacion ka dy rrënjë reale:

$x_1 = 2$; $x_2 = 6$. Studiojmë shenjën e derivatit. Marrim tabelën në fig. 9.10:

x	$-\infty$	0	2	6	$+\infty$
$V'(x)$		+	0	-	0
$V(x)$			$\nearrow$ $\searrow$ max		

Fig. 9.10

4. Funkzioni V është i derivueshëm në $]0, 6[$ dhe ka në të një ekstremum të vetëm që merret për $x = 2$. Meqë ky ekstremum është maksimum, ai është vlera më e madhe e funksionit në $]0, 6[$. Kështu, vëllimi më i madh i kutisë merret kur brinja e katrorit që pritet është $x = 2\text{cm}$; vlera më e madhe e vëllimit është: $V(2) = 128\text{ cm}^3$.

Problema 2

Duhet të ndërtohet një kuti në formën e cilindrit rrethor të drejtë, e mbyllur lart e poshtë dhe me vëllim të njohur $250\pi\text{ cm}^3$. Të caktohen përmasat e kutisë në mënyrë që të harxhohet sasia më e vogël e materialit për ndërtimin e saj.

Zgjidhje

1. Harxhimi i materialit do të jetë më i vogli, kur sipërfaqja e përgjithshme e kutisë të jetë më e vogla. Shënojmë me x rrezin e bazës së cilindrit rrethor të drejtë dhe me h lartësinë e tij (fig. 9.11).

Të shprehim syprinën e përgjithshme nëpërmjet x . Ajo është: $S = S_a + 2S_b$ d.m.th.
 $S = 2\pi xh + 2\pi x^2$. Vëllimi i kutisë është $V = \pi x^2 \cdot h$. Kemi pra, $\pi x^2 \cdot h = 250 \cdot \pi$, që nga nxjerrim:

$$h = \frac{250}{x^2}. \text{ Si rrjedhim, } S = 2\pi x \cdot \frac{250}{x^2} + 2\pi x^2, \text{ d.m.th. } S = \frac{500\pi}{x} + 2\pi x^2.$$

2. Gjejmë bashkësinë X të vlerave të mundshme të ndryshores x . I vetmi kusht për ndryshoren x është $x > 0$. Prandaj $x \in]0, +\infty[$.

3. Problema jonë kthehet në këtë problemë të analizës matematike:

“Kërkohet vlera më e vogël e funksionit $S = \frac{500\pi}{x} + 2\pi x^2$ në intervalin $]0, +\infty[$ ”.

4. Gjejmë ekstremumet e këtij funksioni në këtë interval. Funksioni $S = \frac{500\pi}{x} + 2\pi x^2$ është i derivueshëm në intervalin $]0, +\infty[$ dhe për çdo x nga ky interval kemi:

$S'(x) = -\frac{500\pi}{x^2} + 4\pi x$, d.m.th. $S'(x) = \frac{4\pi(x^3 - 125)}{x^2}$. Për $x > 0$ kemi $\frac{4\pi}{x^2} > 0$, prandaj shenja e $S'(x)$ përcaktohet si shenja e shprehjes $x^3 - 125$, e cila zbërthehet kështu:

$x^3 - 125 = x^3 - 5^3 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$. Trinomi $x^2 + 5x + 25$ e ka dallorin negativ, prandaj për çdo vlerë të x kemi $x^2 + 5x + 25 > 0$. Si rrjedhim, shenja e shprehjes $x^3 - 125$ (d.m.th. edhe shenja e $S'(x)$) përcaktohet nga shenja e binomit të fuqisë së parë $x - 5$. Kemi tabelën në fig. 9.12:

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$
$x-5$	-	-	0	+
$S'(x)$	-	-	0	+
S			$\nearrow$ $\searrow$ min	

Fig. 9.12

5. Është e qartë që funksioni S vlerën më të vogël në $]0, +\infty[$ e merr për $x = 5\text{ cm}$ (pse?). Duke e njehsuar vlerën përkatëse të lartësisë h sipas formulës $h = \frac{250}{x^2}$, gjejmë $h = 10\text{ cm}$. Pra, që *kutia cilindrike e shqyrtuar të ndërtohet duke harxhuar sa më pak material, duhet e mjafton që lartësia e saj të jetë sa diametri i bazës.*



Fig. 9.11

Metodë

Shqyrtimi i dy problemave të mësipërme vë në dukje një metodë për zgjidhjen e problemave, në të cilat kërkohet vlera më e madhe (më e vogël) e një madhësie konkrete z .

Zgjedhim në mënyrë të përshtatshme një ndryshore x dhe e shprehim madhësinë z vetëm nëpërmjet x : $z = f(x)$.

Gjejmë bashkësinë X të vlerave të mundshme të x .

E kthejmë problemën konkrete në këtë problemë të analizës matematike: "Kërkohet vlera më e madhe (më e vogël) e funksionit $z = f(x)$ në bashkësinë X ."

Gjejmë ekstremumet e funksionit (të derivueshëm) $z = f(x)$ në bashkësinë X .

Gjejmë vlerën më të madhe (më të vogël) të madhësisë z dhe interpretojmë praktikisht përfundimin e arritur.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimpldhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimpldhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

Detyrë

Pika materiale kryen lëvizje drejtvizore sipas ligjit $x = 6t^2 - t^3$, ku $t \in [0, 5]$. Në cilin çast:

- shpejtësia e pikës do të jetë më e madhja;
- nxitimi i pikës do të jetë më i madhi?

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Në një liqen mund të rriten deri 20 000 peshq dhe shpejtësia e rritjes së numrit të peshqve është në përpjesëtim të drejtë si me numrin ekzistues të tyre, ashtu edhe me ndryshesën midis 20 000 dhe numrit ekzistues. Sa duhet të jetë numri i peshqve, që shpejtësia e rritjes të jetë më e madhe?
- Për një paketë postare, shuma e gjatësisë me perimetrin e prerjes tërthore nuk duhet të kalojë 250 cm. Nëse paketa është një kuti në formën e kuboidit, që e ka prerjen tërthore katror, gjeni përmasat që ajo të ketë vëllimin më të madh.
- Duhet të ndërtohet një kuti pa kapak, me fund katror dhe me vëllim $V = 108 \text{ cm}^3$. Cilat duhet të jenë përmasat e kutisë që për ndërtimin e saj, të harxhohet sa më pak material?

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: PROBLEMA Nr.: 7

Fjalët kyçe: derivat, funksion, i vazhdueshëm, syprinë, grafik, parabolë, bashkësia e vlerave

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Zbatimi i derivateve dhe ekstremumeve të funksionit në zgjidhjen e problemeve nga jeta e përditshme.

Kriteret e suksesit:

- Zbaton derivatet dhe ekstremumet për zgjidhjen e problemeve nga jeta e përditshme.
- Zgjidh detyra të ndryshme në lidhje me derivatet dhe ekstremumet e funksionit.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

(Shpejtësia dhe nxitimi)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR KëndetR Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi e paraqet detyrën para nxënësve. Ata do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre rreth saj në letër dhe pastaj i shkëmbejnë me shokët. Mësimdhënësi shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve.

Detyrë

I. Teksti i shtypur në një faqe libri duhet të zërë një syprinë prej 200 cm^2 . Hapësirat e bardha, e sipërmja dhe e poshtme, duhet të jenë 2 cm të gjera secila, kurse e majta dhe e djathta nga 1 cm secila (fig. 9.14). Po të merret parasysh vetëm kursimi i letres, cilat janë përmasat më të përshtatshme të faqes?

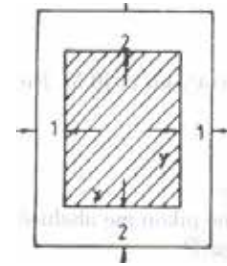


Fig. 9.14

Realizim/Pjesa kryesore

Ky aktivitet është shumë i dobishëm kur mësimdhënësi dëshiron të theksojë faktin se jo të gjithë në klasë kanë pikëpamje të njëjta ose që ka disa zgjidhje për disa probleme. Kjo metodë mësimore i lejon nxënësit, të cilët normalisht nuk komunikojnë në klasë, për të marrë pjesë dhe të komunikojnë me shokët e tyre.

Organizimi i nxënësve bëhet në këtë mënyrë:

Në katër këndet e klasës vendosim etiketat me detyrat e caktuara varësisht prej numrit të nxënësve (pra, numri i etiketave të ngjashme për secilën detyrë), në vendet e caktuara për to. Mësimdhënësi prezanton para nxënësve llojet e detyrave të vendosura në katër këndet e klasës dhe u jep një kohë të caktuar atyre për të menduar në lidhje me to. Pastaj kërkohet prej tyre që të bëjnë përzgjedhjen e detyrave të dhëna, secili nga një etiketë. Pasi nxënësit bëjnë zgjedhjen e tyre, kërkohet prej tyre që prapa etiketave të përzgjedhura të japin mendimet e tyre në lidhje me detyrat e caktuara. Pasi i zgjidhin detyrat, ata udhëzohen të drejtohen te këndet nga i kanë përzgjedhur detyrat. Te këndet, ata bashkohen në grupe me anëtarët, d.m.th. secili kënd i klasës do të ketë grupe me nxënës që ndajnë detyrat e ngjashme dhe diskutojnë në lidhje me përzgjedhjen e bërë. Pas një diskutimi të shkurtër, nxënësit thirren në mënyrë të rastësishme, pra nga një nxënës që prezanton grupin përkatës, për të dhënë një deklaratë të thjeshtë, e cila mbështet zgjedhjen e tyre.

II. Në figurën 9.15 është dhënë grafiku i funksionit $y = 9 - x^2$. Në harkun AC të parabolës merret një pikë M dhe prej saj hiqet pingulja (MN) me boshtin Ox. Të gjendet abshisa x e pikës M, në mënyrë që syprina e trapezit ONMC të jetë më e madhja.

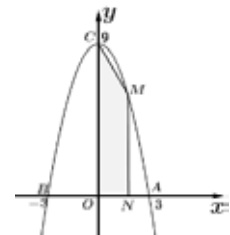


Fig. 9.15

Zgjidhje

1. Syprina e trapezit kënddrejtë ONMC është: $S = \frac{OC + MN}{2} \cdot ON$ (pse?)

E shprehim këtë syprinë nëpërmjet x. Meqenëse pika M ndodhet në parabolë, koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e parabolës, prandaj: $y_M = 9 - x_M^2$ d.m.th. $y_M = 9 - x^2$, pra

$NM = 9 - x^2$. Por $x_M = ON$ d.m.th. $ON = x$; $OC = 9$. Kështu që, syprina e trapezit ONMC është:

$$S = \frac{9 + (9 - x^2)}{2} \cdot x, \text{ d.m.th. } S = \frac{1}{2} (18x - x^3).$$

2. Kemi $0 < ON < OA$ d.m.th. $0 < x < 3$. Bashkësia e vlerave të mundshme të ndryshores x është intervali $]0, 3[$.

3. Kërkohet vlera më e madhe e funksionit $S = \frac{1}{2} (18x - x^3)$, në $]0, 3[$. Tregoni që kjo vlerë merret për $x = \sqrt{6}$ dhe gjejeni atë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre. Mësimdhënësi i shpërndan secilit grup nga një fletë, në të cilën shtrohet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën në fletat e tyre, ato përcillen nga njëri grup te tjetri, derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet tjera.

Detyrë

Kërkohet të ndërtohet një shtëpi njëkatëshe me syprinë banimi 132 m^2 (në formë drejtkëndëshi) me hapësira oborri para dhe mbrapa nga $2,2 \text{ m}$ dhe me hapësira anash nga $1,5 \text{ m}$. Gjeni përmasat e truallit më të vogël ku mund të ngrihet shtëpia.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Një drejtkëndësh me perimetër 120 cm rrotullohet rreth një brinje të tij. Sa duhet të jenë përmasat e drejtkëndëshit që vëllimi i cilindrit të përfutur të jetë më i madhi?

2. Jepet një burim rryme me forcë elektromotore E të njohur dhe me rezistencë të brendshme r të njohur, i cili ushqen një rezistencë të jashtme x të ndryshueshme. Gjeni vlerën e x , për të cilën zhvillohet fuqia më e madhe në rezistencën e jashtme.

Udhëzim. Përdorni formulën $P = \frac{E^2 \cdot x}{(x + r)^2}$.

3. Në një port, lartësia e ujit në metra, t orë pas mesnatës, është $h = 12 + 5 \cdot \sin\left(\frac{t}{4}\right)$. Gjeni kur merret për herë të parë pas mesnatës lartësia më e vogël (më e madhe) e ujit dhe sa është ajo.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: LAKUESHMËRIA E VIJËS. PIKAT E LAKESËS (INFLEKSIONIT) Nr.: 8

Fjalët kyçe: derivat, funksion, lakesë, vijë, tangjente, pikat e infleksionit, konkav, konveks, teoremë, grafik

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon lakueshmërinë e vijës së funksionit;
- shpjegon shenjën e derivatit të rendit të lartë;
- interpreton lakueshmërinë e funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Përcakton shenjën e derivatit të dytë të funksionit $y = x^3$.
- Shpjegon se në cilin interval, grafiku i këtij funksioni është i mysët (konkave)? I lugët (konvekse)? Nxirrni një përfundim.
- Shqyrton lakueshmërinë e funksionit $f: y = x^4 - 6x^2 + x + 1$.
- Përcakton pikat e lakesës për grafikun e funksionit $f: y = x^4 - 6x^2 + x + 1$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

(Lëvizja drejtvizore)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Di/Dua të di/Mësova****R Ditari dypjesësh****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Secilit prej nxënësve i shpërndahet nga një letër që përmban detyrën e dhënë. Nga ata kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, si dhe udhëzohen që në letrat me ngjyra të shënohen kufizat e kërkuara dhe kufizat e tjera të identifikuar nga ata sipas kërkesave të detyrës.

Detyrë

1. Studioni shenjën e derivatit të dytë të funksionit $y = x^3$.
2. Në cilin interval, grafiku i këtij funksioni është i mysët (konkave)? I lugët (konvekse)? Nxirrni një përfundim.

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Është dhënë një vijë pa këputje l , që paraqet grafikun e një funksioni f , të derivueshëm në intervalin I (fig. 9.16). Dihet që kjo vijë ka tangjente në çdo pikë të saj.

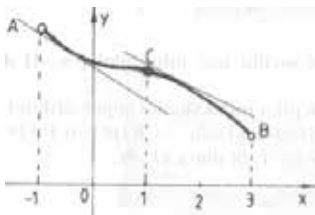


Fig. 9.16

Përkufizim 1

Nëse tangjentja në çdo pikë të vijës l ndodhet **nën** vijë, vija l quhet **e lugët** në I .

Përkufizim 2

Nëse tangjentja në çdo pikë të vijës l ndodhet **mbi** vijë, vija l quhet **e mysët** në I .

Përkufizim 3

Pika e vijës l që **lidh** një pjesë të lugët me një pjesë të mysët të saj quhet **pikë lakese (pikë infleksioni)** e vijës. P.sh. vija l e paraqitur në figurën 9.17 është e mysët në pjesën DC të saj (pra, për $x \in]-2, 0[$) dhe e lugët në pjesën CE të saj (pra, për $x \in]0, 2[$). Pika C është pikë infleksioni e vijës.

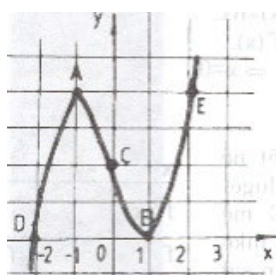


Fig. 9.17

Do të pranojmë pa vërtetim këto teorema:

Teorema 1

- a) Në qoftë se funksioni f ka derivat të dytë $f''(x)$ që është pozitiv për çdo vlerë të x nga intervali I , atëherë grafiku i këtij funksioni është i lugët në I .
 b) Në qoftë se funksioni f ka derivat të dytë $f''(x)$ që është negativ për çdo vlerë të x nga intervali I , atëherë grafiku i këtij funksioni është i mysët në I .

Teorema 2

Në qoftë se funksioni f ka derivat të dytë në çdo pikë të intervalit $[a, b]$ dhe derivati i dytë ndërron shenjë duke kaluar nga intervali $[a, c]$ në intervalin $[c, b]$, atëherë pika C me abshisë c është pikë lake (infleksioni) për grafikun e këtij funksioni.

Shembulli 1

Të shqyrtohet lakueshmëria dhe të gjenden pikat e lakesës për grafikun e funksionit $f: y = x^4 - 6x^2 + x + 1$.

Zgjidhje

Njehsojmë derivatin e dytë dhe studiojmë shenjën e tij.

Për çdo $x \in \mathbb{R}$, kemi: $f'(x) = 4x^3 - 12x + 1$ dhe $f''(x) = 12x^2 - 12$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x = 1 \text{ ose } x = -1)$

Plotësojmë tabelën (fig. 9.18):

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		$\cup$	$\cap$	$\cup$	
		$p.inf$	$p.inf$		

Fig. 9.18

Grafiku është i lugët në secilin nga intervalet $]-\infty, -1[$ dhe $]1, +\infty[$, dhe është i mysët në intervalin $[-1, 1]$.

Pikat me abshisa $x = -1$; $x = 1$ janë pika lake (infleksioni).

Gjejmë ordinatat e tyre:

$f(-1) = (-1)^4 - 6(-1)^2 + (-1) + 1 = -5$; $f(1) = 1^4 - 6 \cdot 1^2 + 1 + 1 = -3$.

Pra, pika lake (infleksioni) janë $C_1(-1; -5)$ dhe $C_2(1; -3)$.

Shembulli 2

Të shqyrtohet lakueshmëria e grafikut të funksionit $f: y = \cos x$ në $]0, \pi[$.

Zgjidhje

Për çdo $x \in \mathbb{R}$, kemi: $f'(x) = -\sin x$ dhe $f''(x) = -\cos x$. Duke ditur shenjën e kosinusit në kuadratin e parë dhe të dytë, plotësojmë tabelën në fig. 9.19:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$	∩	∪	∩
		p.inf	

Fig. 9.19

Kështu funksioni $y = \cos x$ është i mysët në $]0, \frac{\pi}{2}[$ dhe i lugët në $]\frac{\pi}{2}, \pi[$. Pika $C(\frac{\pi}{2}, 0)$ është pikë lake (fig. 9.20).

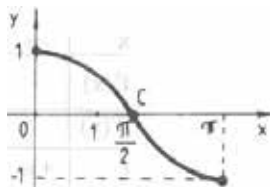


Fig. 9.20

Shembulli 3

Për funksionin $f: y = e^x$ për çdo $x \in \mathbb{R}$ kemi: $f'(x) = e^x$ dhe $f''(x) = e^x$. Meqë $e^x > 0$, për çdo $x \in \mathbb{R}$, kemi: $f''(x) > 0$ në $\mathbb{R}$. Kështu, grafiku i funksionit $f: y = e^x$ është i lugët në $\mathbb{R}$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi një problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të prezantojnë punën e tyre dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës të prezantuar nga ata. Më pas mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nxënësit nëse i kanë kuptuar detyrat.

Detyrë 1

Shqyrtoni lakueshmërinë dhe gjeni pikat e lakesës (infleksionit) për grafikun e funksionit:

- a) $y = x^3 - 4x^2 + x + 7$; b) $y = x^2(5 - x)$.

Detyrë 2

Studioni lakueshmërinë e grafikut të funksionit $y = \sin x$ në $]0, \pi[$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale dhe në çift i nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Studioni lakueshmërinë, gjeni pikat e lakesës (infleksionit) për grafikun e funksionit:

- a) $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$; b) $y = \cos x, x \in [0, 2\pi]$.

2. Gjeni bashkësinë e përcaktimit dhe studioni lakueshmërinë e grafikut të funksionit:

- a) $y = \sqrt{x} + 1$; b) $y = \ln x - 1$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2.3.4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: STUDIMI I VARIACIONIT TË FUNKSIONIT $Y = AX^3 + BX^2 + CX + D$, KU $A \neq 0$ Nr.: 9

Fjalët kyçe: funksion, variacion, derivat, monotoni, ekstremume, shenja, grafik

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon variacionin;
- shqyrton monotoninë dhe lakueshmërinë e funksionit;
- konstruktin grafikun e funksionit;
- përcakton variacionin.

Kriteret e suksesit:

- Për funksionin $y = -x^2 + 1$, shqyrton monotoninë dhe lakueshmërinë e tij.
- Konstruktin grafikun e funksionit $y = -x^2 + 1$.
- Shpjegon variacionin e funksionit $y = -x^3 + 3x - 2$.
- Konstruktin grafikun e funksionit të mësipërm, duke u bazuar edhe në variacionin e atij funksioni.
- Duke u bazuar në fig. 9.24, ndërton grafikun e funksionit $y = -x^3 + 3x - 2$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore, fleta shumëngjyrëshe

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ekonomi
(Llogaritja e kostos)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E** Bashkëbisedim**R** Leksion i përparuar**R** Diskutim në çift**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën, duke dhënë argumente për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit. Pastaj, mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Detyrë

Shqyrtoni monotoninë, lakueshmërinë dhe ndërtoni grafikun e funksionit $y = -x^2 + 1$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimi) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Shembulli 1

Të shqyrtohet variacioni dhe të ndërtohet grafiku i funksionit $y = -x^3 + 3x - 2$.

Zgjidhje

Bashkësia e përcaktimit është $\mathbb{R}$ (pse?)

$$f(-x) = -(-x)^3 + 3(-x) - 2 = x^3 - 3x - 2$$

Funksioni nuk është as çift, as tek, sepse në $\mathbb{R}$ nuk vërtetohet asnjëri nga barazimet:

$$f(-x) = f(x) \text{ ose } f(-x) = -f(x).$$

Funksioni nuk është periodik. Me të vërtetë, nuk ekziston asnjë numër real $T \neq 0$, i tillë që për çdo $x \in \mathbb{R}$ të kemi $f(x + T) = f(x)$, sepse barazimi $-(x + T)^3 + 3(x + T) - 2 = -x^3 + 3x - 2$ merr pamjen $-3x^2T - 3xT^2 - T^3 + 3T = 0$ dhe vërtetohet për çdo $x \in \mathbb{R}$ vetëm kur $T = 0$.

Për çdo $x \in \mathbb{R}$ kemi $f'(x) = -3x^2 + 3$.

Studiojmë shenjë e $f'(x)$, d.m.th. shenjë e trinomit të fuqisë së dytë $-3x^2 + 3$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \Leftrightarrow (x = 1 \text{ ose } x = -1). \text{ Kemi tabelën në figurën 9.21.}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
f		$\searrow$	$\nearrow$	
		min	max	

Fig. 9.21

Funksioni është zbritës në secilin nga intervalet $]-\infty, -1[$ dhe $]1, +\infty[$ dhe është rritës në $]-1, 1[$. Për $x = -1$ funksioni ka minimum, që është $f'(-1) = -(-1)^3 + 3(-1) - 2 = -4$.

Për $x = 1$ funksioni ka maksimum, që është $f'(1) = -(1)^3 + 3 \cdot (1) - 2 = 0$.

Pika të grafikut janë $A(-1; -4)$; $B(1; 0)$.

4) Kemi $f''(x) = -6x$. Studiojmë shenjë e $f''(x)$ dhe kemi tabelën në figurën 9.22.

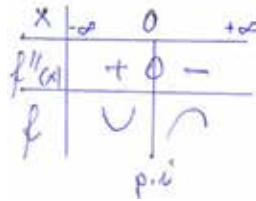


Fig. 9.22

Grafiku është i lugët në $]-\infty, 0[$ dhe është i mysët në $]0, +\infty[$.

Pika me abshisë 0, d.m.th. pika $D(0; -2)$ është pikë lakese (infleksioni).

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = +\infty$$

6) Meqenëse funksioni është i përcaktuar në $\mathbb{R}$, grafiku nuk ka asimptotë vertikale.

Meqenëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ dhe $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ grafiku nuk ka asimptotë horizontale.

7) a) Gjejmë pikat ku grafiku pret boshtin Ox , duke zgjidhur sistemin:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = -x^3 + 3x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^3 + 3x - 2 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 2 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Për të zgjidhur ekuacionin $x^3 - 3x + 2 = 0$, vëmë re që numri 1 është rrënjë e tij, prandaj ana e majtë plotpjesëtohet me $x - 1$. Pra, $x^3 - 3x + 2 = (x - 1)(x^2 + x - 2)$. Si rrjedhim, ekuacioni $x^3 - 3x + 2 = 0$ zgjidhet kështu: $x - 1 = 0$ ose $x^2 + x - 2 = 0$.

Gjejmë $x = 1$ ose $(x = +1$ ose $x = -2)$.

Grafiku pret boshtin Ox në pikat $B(1; 0)$; $C(-2; 0)$.

b) Për të gjetur pikën e prerjes së grafikut me boshtin Oy , zgjidhim sistemin $\begin{cases} y = -x^3 + 3x - 2 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 0 \end{cases}$. Grafiku pret

boshtin Oy në pikën $D(0; -2)$.

8) Bëjmë tabelën përmbledhëse (fig. 9.23).

Pika të grafikut janë $A(-1; -4)$; $B(1; 0)$; $C(-2; 0)$; $D(0; -2)$.



Fig. 9.23

9) Grafiku i funksionit $y = -x^3 + 3x - 2$ është dhënë në figurën 9.24.

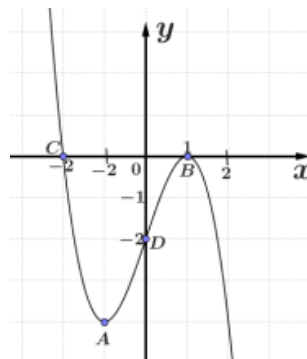


Fig. 9.24

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

a) Ndërtoni grafikun e funksionit $y = -x^3 + 3x - 2$, $x \in [-2, 0]$.

b) Zgjidhni grafikisht inekuacioni:

i. $-x^3 + 3x - 2 \geq 0$;

ii. $-x^3 + 3x - 2 < 4$.

c) Duke përdorur grafikun e funksionit $y = -x^3 + 3x - 2$ (figura 9.24), ndërtoni grafikun e funksionit

i. $y = -x^3 + 3x$;

ii. $y = x^3 - 3x + 2$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi individual i punës së nxënësve dhe në çift.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Është dhënë funksioni $f: y = x^3 - 3x^2 + 4$.

a) Gjeni pikat ku grafiku pret boshtin Ox; boshtin Oy.

b) Gjeni pikat ku funksioni ka ekstremum.

c) Ndërtoni skematikisht grafikun e funksionit duke përdorur këto pika.

d) Shkruani ekuacionin e tangjentes së grafikut të funksionit në pikën me abshisë $x = 1$.

2. Një kthesë në një rrugë automobilistike paraqitet nga grafiku i funksionit $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$, $x \in [0; 5]$. Skiconi formën e kësaj kthese.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: VARIACIONI I FUNKSIONIT $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ Nr.: 10

Fjalët kyçe: variacion, funksion, derivat, grafik, asimptota, simetri

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- cakton variacionin e funksionit;
- ilustron grafikisht funksionin;
- shpjegon vendndodhjen e pikës në funksionin e dhënë;
- vërteton për funksionin e dhënë asimptotat.

Kriteret e suksesit:

- Cakton variacionin e funksionit $f: y = -\frac{1}{x} + 2$.
- Ilustron grafikisht funksionin $f: y = -\frac{1}{x} + 2$.
- Interpretin duke u bazuar në grafikun e funksionit $y = \frac{2x-1}{4x+2}$, se pika $C(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ është qendër simetrie.
- Vërteton se funksioni $y = \frac{2x+1}{x-1}$ ka si asimptotë drejtëzat me ekuacione $x = 1$ $y = 2$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, vizore

Lidhja me lëndet tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Biologji
(Përhapja e bakterieve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Stuhi mendimesh****R Leksion i përparuar****R Mendo/puno në dyshe/thua grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë zgjidhjet e mundshme.

Detyrë

Shqyrtoni variacionin dhe ndërtoni grafikun e funksionit $f: y = -\frac{1}{x} + 2$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimmshënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Duke u nisur nga shembulli i mësipërm vërejmë se:

Shembulli 1

Të shqyrtohet variacioni dhe të ndërtohet grafiku i funksionit $f: y = \frac{2x-1}{4x+2}$.

Zgjidhje

1) Funksioni është racional thyesor, prandaj është i përcaktuar për çdo vlerë të x , të tillë që $4x+2 \neq 0$ d.m.th. $x \neq -\frac{1}{2}$.

Pra, bashkësia e përcaktimit është $X = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -\frac{1}{2}\}$.

2) $f(-x) = \frac{2(-x)-1}{4(-x)+2} = \frac{-2x-1}{-4x+2}$. Funksioni nuk është as çift, as tek. Funksioni nuk është periodik (pse?).

3) Për $x \neq -\frac{1}{2}$ kemi $f'(x) = \frac{2(4x+2) - (2x-1) \cdot 4}{(4x+2)^2} = \frac{8}{(4x+2)^2}$.

Vëmë re që $f'(x) > 0$ për $x \neq -\frac{1}{2}$. Ndërtojmë tabelën

Funksioni është rritës në secilin nga intervalet (fig. 9.26).

$]-\infty, -\frac{1}{2}[$, $]-\frac{1}{2}, +\infty[$.

Ai nuk ka pika ekstremumi. A është funksioni rritës në bashkësinë X ?

4. Gjejmë derivatin e dytë. Për $x \neq -\frac{1}{2}$ kemi

$$f''(x) = \frac{-8 \cdot 2 \cdot (4x+2) \cdot (4x+2)'}{(4x+2)^4} = \frac{-16 \cdot 4}{(4x+2)^3} = \frac{-64}{(4x+2)^3}.$$

Shenja e $f''(x)$ është e kundërt me shenjen e $(4x+2)$. Kemi tabelën në figurën 9.27:

$$5) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
f	$\nearrow$		$\nearrow$

(fig. 9.26)

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$4x+2$	-		+
$f''(x)$	+		-
f	$\searrow$		$\nearrow$

Fig. 9.27

b) Pamë që funksioni nuk është i përcaktuar në pikën $x = -\frac{1}{2}$.

Shohim $\lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{1}{2} \\ (x > -\frac{1}{2})}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{1}{2} \\ (x > -\frac{1}{2})}} \frac{2x-1}{4x+2} = -\infty$, sepse $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} (2x-1) = -2 \neq 0$; $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} (4x+2) = 0$ dhe për $x > -\frac{1}{2}$

e mjaft afër $-\frac{1}{2}$ thyesa $\frac{2x-1}{4x+2}$ është negative.

Njëlloj tregohet që $\lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{1}{2} \\ (x < -\frac{1}{2})}} f(x) = +\infty$

6) a) Meqenëse $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$, atëherë drejtëza $y = \frac{1}{2}$ është asimptotë horizontale e grafikut kur $x \rightarrow +\infty$ ose kur $x \rightarrow -\infty$.

b) Meqenëse $\lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{1}{2} \\ (x > -\frac{1}{2})}} f(x) = -\infty$ dhe $\lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{1}{2} \\ (x < -\frac{1}{2})}} f(x) = +\infty$, atëherë drejtëza $x = -\frac{1}{2}$ është asimptotë vertikale e grafikut.

7. a) Për të gjetur pikat e prerjes së grafikut me boshtin Ox, mjafton të zgjidhim sistemin:

$$\begin{cases} y = \frac{2x-1}{4x+2} \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2x-1}{4x+2} = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Pika e prerjes është $A(\frac{1}{2}; 0)$.

b) Për të gjetur pikat e prerjes së grafikut me boshtin Oy, mjafton të zgjidhim sistemin $\begin{cases} y = \frac{2x-1}{4x+2} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$. Pika e prerjes

është $B(0; -\frac{1}{2})$.

8) Tabela përmblledhëse është tabela në figurën 9.28.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	+	+
$f(x)$	+	-	-
$f(x)$	+	+	+

Fig. 9.28

Pika të grafikut janë $A(\frac{1}{2}; 0)$, $B(0; -\frac{1}{2})$.

8) Grafiku i funksionit $y = \frac{2x-1}{4x+2}$ jepet në figurën 9.29.

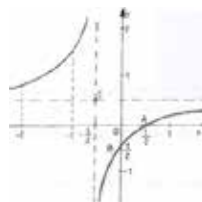


Fig. 9.29

Vëmë re që ky grafik është një **hiperbolë** që ka si asimptotë drejtëzat me ekuacione $x = -\frac{1}{2}$ dhe $y = \frac{1}{2}$.

Shembulli 2

Të tregohet që pika $C(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ është qendër simetrie e grafikut të funksionit $y = \frac{2x-1}{4x+2}$.

Zgjidhje

Le të jetë $M(x_1, y_1)$ një pikë çfarëdo e grafikut të këtij funksioni. Kjo do të thotë që $y_1 = \frac{2x_1 - 1}{4x_1 + 2}$.

Shënojmë $N(x_N, y_N)$ pikën simetrike të M ndaj pikës C .

Mjafton të vërtetojmë që edhe pika N i përket grafikut, d.m.th. që $y_N = \frac{2x_N - 1}{4x_N + 2}$.

Kemi $\frac{x_N + x_1}{2} = x_c$ d.m.th. $x_N = -1 - x_1$; që nga $x_1 = -1 - x_N$. Kemi gjithashtu $\frac{y_N + y_1}{2} = y_c$, d.m.th. $y_N = 1 - y_1$.

Prandaj $y_N = 1 - \frac{2x_1 - 1}{4x_1 + 2} = \frac{4x_1 + 2 - 2x_1 + 1}{4x_1 + 2} = \frac{2x_1 + 3}{4x_1 + 2} = \frac{2(-1 - x_N) + 3}{4(-1 - x_N) + 2} = \frac{-2x_N + 1}{-4x_N - 2}$.

Del $y_N = \frac{2x_N - 1}{4x_N + 2}$, pra pika N i përket grafikut, d.m.th. pika $C(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ është qendër simetrie e grafikut të funksionit $y = \frac{2x - 1}{4x + 2}$.

Funksioni $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ (ku $c \neq 0$) quhet funksion **homografik**. Grafiku i tij është një **hiperbolë** që ka si asimptotë drejtëzat $y = \frac{a}{c}$

dhe $x = -\frac{d}{c}$, kurse si qendër simetrie ka pikën e prerjes së tyre d.m.th. pikën $C(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c})$.

Ky fakt që ne po e pranojmë pa vërtetim, na lejon të skicojmë më thjesht grafikun e këtij funksioni, duke marrë disa pika ndihmëse në të dyja anët e asimptotës vertikale.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Detyrë

Tregoni që grafiku i funksionit $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ ka si asimptotë drejtëzat me ekuacione $x = 1$ $y = 2$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrën e dhënë nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. a) Ndërttoni grafikun e funksionit $y = -\frac{6}{x}$.

b) Tregoni si mund të merren prej tij grafikët e funksioneve:

a) $y = \frac{6}{|x|}$; b) $y = -\frac{6}{x} + 1$; c) $y = -\frac{6}{x - 1}$; d) $y = -\frac{6}{x - 1} + 2$.

2. Shqyrtoni variacionin dhe ndërttoni grafikun e funksionit:

a) $y = \frac{x + 1}{x - 1}$; b) $y = \frac{1}{2x + 4}$; c) $y = \frac{2x}{x - 3}$; d) $y = \frac{2x - 1}{2x + 2}$.

3. Është dhënë funksioni $f: y = \frac{x-1}{2x+2}$:

a) Shqyrtoni variacionin dhe ndërtoni grafikun e tij.

b) Zgjidhni grafikisht inekuacionin $\frac{x-1}{3x+6} \geq 0$.

4. a) Shqyrtoni variacionin dhe ndërtoni grafikun e funksionit $f: y = \frac{x-3}{4x}$.

b) Gjeni ekuacionin e tangjentes me grafikun në pikën me abshisë 3.

c) Ndërtoni grafikun e funksionit $g: y = \frac{3-x}{4x}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2; 8. PËRDORIMI I TIK-ut NË/PËR MATEMATIKË-1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: UshtrimeNjësia mësimore: USHTRIME Nr.: 11

Fjalët kyçe: derivat, ekuacion, monotoni, ekstremum, lakueshmëri, vlera më e madhe, vlera më e vogël

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon vlerën më të madhe të funksionit;
- cakton monotoninë dhe ekstremumet e funksionit;
- interpreton monotoninë dhe lakueshmërinë e funksionit;
- llogarit vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksionit.

Kriteret e suksesit:

- Përcakton se cili nga të gjithë trekëndëshat kënddrejtë me hipotenuzë a , ka syprinën më të madhe.
- Cakton monotoninë dhe ekstremumet e funksionit $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$.
- Llogarit vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksionit: $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x - 1$ në $[0,4]$.
- Për funksionin $f: y = 4x^3 - 3x + 1$, interpreton monotoninë dhe lakueshmërinë e tij.
- Konkludon se cilat do të jenë përmasat e drejtkëndëshit të nxjerrë me prerje tërthore të një trugu druri cilindrik që syprina e tij të jetë më e madhja.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri, projektori, interneti, fleta punuese, <https://www.symbolab.com/solver/derivative-applications-calculator>

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë (Shpejtësia e trupit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit****R Ditari dypjesësh****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësuesi i udhëzon që t'i tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë

Nga të gjithë trekëndëshat kënddrejtë me hipotenuzë a , cili ka syprinën më të madhe?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletës, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësit u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësuesi pyet nëse ka nxënëse që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Shembulli 1

Studioni monotoninë dhe gjeni ekstremumet e funksionit $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$.

Shembulli 2

Gjeni vlerën më të madhe dhe më të vogël të funksionit: $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 12x - 1$ në $[0, 4]$.

Shembulli 3

Është dhënë funksioni $f: y = 4x^3 - 3x + 1$:

a) Shqyrtoni monotoninë e funksionit dhe lakueshmërinë e grafikut.

b) Në cilën pikë të grafikut, tangjentja është paralele me prerësen që kalon nga pikat me abshisa $x_1 = -1$; $x_2 = 1$?

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon nxënësin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësohet në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësuesi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

Nga një trung druri cilindrik që e ka prerjen tërthore qark me rreze R duam të nxjerrim një tra me prerje tërthore drejtkëndësh. Cilat duhet të jenë përmasat e këtij drejtkëndëshi që syprina e tij të jetë më e madhe.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nx. dhe bashkëpunimi i tyre me të tjerët

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Është dhënë funksioni $f: y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$:

- Gjeni pikat A, B ku grafiku pret boshtin Ox ;
- Shqyrtoni trapezin ABCD ($AB \parallel CD$) me dy kulme C, D në grafikun e këtij funksioni. Shprehni syprinën S të këtij trapezi në varësi të abshisës x të pikës C.
- Tregoni bashkësinë X të vlerave të mundshme të x -it dhe gjeni vlerën më të madhe të funksionit S në bashkësinë X .
- Ndërtoni grafikun e funksionit S për $x \in X$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ **Data:** _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12

Tema (nga plani dymujor):

ZBATIME TË DERIVATEVE

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Zbaton derivatin e funksionit në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat e tjera dhe jeta reale.
- Përdor gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;

III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;

6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Vlerësim

Njësia mësimore: DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 12

Fjalët kyçe: derivat, funksion, monotoni, vlerat e funksionit, asimptotat, ekstremume, pikëprerje

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

-Zbaton derivatet në zgjidhjen e detyrave të ndryshme.

Kriteret e suksesit :

-Zgjidh detyrat e caktuara në fletat punuese.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

Kimi

(Lëvizja drejtvizore) (Përqendrimi i substancave)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimesh

R Ditari dypjesësh

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS**Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nxënësve. Ata do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon ato për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon ato për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike).
- Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK - 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK - 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: HIPERBOLA DHE EKUACIONI I SAJNr.: 1

Fjalët kyçe: prerje konike, kon, rrafsh, hiperbolë, ekuacion, koordinata, vatra, largesa, boshte.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Identifikon hiperbolën.
- Dallon ekuacionin e hiperbolës.
- Përcakton ekuacionin e hiperbolës.

Kriteret e suksesit:

- Shpjego kushtin e nevojshëm dhe të mjaftueshëm që koordinatat e pikës $M(x; y)$ të këtij plani të vërtetojnë barazimin $|AM - BM| = 2$, për pikat e dhëna $A(-3; 0)$ dhe $B(3; 0)$
- Cakto ekuacionin e hiperbolës ku largesa ndërmjet vatrave është $2c = 10$, dhe diferenca e rrezeve vatrore është $2a = 8$.
- Sipas elementeve të caktuara a) $a = 5$ dhe $b = 4$; b) largesa ndërmjet vatrave është 14 njësi, ndërsa largesa ndërmjet kulmeve është 12 njësi; c) boshti imagjinar është 12 njësi dhe largesa ndërmjet vatrave është 20 njësi; d) boshtet e saj janë 12 njësi dhe 10 njësi, përcakto ekuacionet e hiperbolës.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese, konet prej letre apo ndonjë material tjetër, fleta të bardha apo shumëngjyrëshe, gërshërë.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Ndërtimtari
(Konstruksionet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E** Bashkëbisedim**R** Leksion i përparuar**R** Diskutim në çift**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi/ja shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit/es. Pastaj, mësimdhënësi/ja fillon të demonstrojë prerjen e një rrafshi me njërin prej koneve duke e ndërlidhur me njësinë që bëhet fjalë.

Detyrë

Në planin koordinativ janë dhënë pikat $A(-3; 0)$ dhe $B(3; 0)$. Shkruani kushtin e nevojshëm dhe të mjaftueshëm që koordinatat e pikës $M(x; y)$ të këtij plani të vërtetojnë barazimin $|AM - BM| = 2$

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi/ja i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë në mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja, gjatë leximit të leksionit.

Përkufizim: Hiperbolë quhet bashkësia e pikave të planit, diferenca e largesave të të cilave nga dy pika fikse të planit, të quajtura vatra, e marrë në vlerë absolute, është madhësi konstante pozitive. (Kjo konstante duhet të jetë më e vogël se largesa ndërmjet vatrave).

Për të nxjerrë ekuacionin e hiperbolës, zgjedhim si bosht të abshisave, drejtëzën që bashkon dy vatrën, ndërsa origjinën e koordinatave e caktojmë në mesin e segmentit që bashkon vatrën (fig. 10.1).

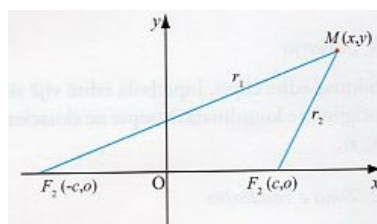


Fig. 10.1

Shënojmë me $2c$, largesën ndërmjet vatrave F_1 dhe F_2 . Kemi $F_1(-c; 0)$ dhe $F_2(c; 0)$. Shënojmë $M(x; y)$ një pikë të çfarëdoshme të hiperbolës. Segmentet MF_1 dhe MF_2 quhen **rreze vatrore** të pikës M . Gjatësitë e tyre i shënojmë me r_1 dhe r_2 . Kemi:

$$r_1 = MF_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}; \quad r_2 = MF_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Sipas përkufizimit të hiperbolës vlera absolute e diferencës $|r_1 - r_2|$ është madhësi konstante. Duke e shënuar atë me $2a$ kemi:

$$|r_1 - r_2| = 2a \text{ ose } \left| \sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \right| = 2a \dots (1)$$

Pra koordinatat $(x; y)$ të pikës së çfarëdoshme M të hiperbolës vërtetojnë ekuacionin (1).

Anasjellas, çdo pikë $M(x; y)$, koordinatat e së cilës vërtetojnë ekuacionin (1), ndodhet në hiperbolë. Në këtë mënyrë, ekuacioni (1) është ekuacioni i hiperbolës.

Sikurse edhe tek elipsi, pas disa transformimesh, ekuacioni i hiperbolës merr trajtën

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \dots(2), \text{ ku } b^2 = c^2 - a^2. \text{ Barazimi (2) quhet ekuacioni më i thjeshtë i hiperbolës.}$$

Shembulli -1: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës, në të cilën largesa ndërmjet vatrave është $2c = 10$, dhe diferenca e rrezeve vatrore është $2a = 8$.

Zgjidhje

$$\text{Kemi } 2c = 10 \Rightarrow c = 5; 2a = 8 \Rightarrow a = 4.$$

$$\text{Nga barazimi } b^2 = c^2 - a^2 \text{ kemi } b^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\text{Ekuacioni i hiperbolës është } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Forma e hiperbolës

1. Simetria

Sikurse edhe elipsi, hiperbola është vijë simetrike në lidhje me boshtet koordinative dhe origjinën e koordinatave (sepse në ekuacionin e saj figurojnë vetëm katrorët e koordinatave x, y).

2. Zona e vendosjes

$$\text{Nga ekuacioni i hiperbolës } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ kemi } \frac{x^2}{a^2} = 1 + \frac{y^2}{b^2}.$$

$$\text{Meqë } \frac{y^2}{b^2} \geq 0 \text{ del që } \frac{x^2}{a^2} \geq 1 \Rightarrow x^2 \geq a^2 \Rightarrow |x| \geq a$$

Kjo tregon se pikat e hiperbolës ndodhen jashtë brezit të kufizuar nga drejtëzat $x = -a$ dhe $x = a$.

3. Pikat e prerjes me boshtet

Për $y = 0$ kemi $\frac{x^2}{a^2} = 1 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm a$. Hiperbola pret boshtin e abshisave në pikat

$A_1(-a; 0)$ dhe $A(a; 0)$. Këto pika quhen **kulme të hiperbolës**. **Segmenti $A_1A = 2a$ quhet boshti real i hiperbolës**.

Për $x = 0$, y nuk ekziston, sepse ekuacioni $-\frac{y^2}{b^2} = 1$ nuk ka zgjidhje. Rrjedhimisht, hiperbola nuk e pret boshtin e ordinatave. Por për analogji me elipsin shënojmë $B_1(0; -b)$ dhe $B(0; b)$. **Segmenti $B_1B = 2b$ quhet boshti imagjinar i hiperbolës**.

Në fig. 10.2 është ndërtuar drejtkëndëshi EFKL me bazë $A_1A = 2a$ dhe lartësi $B_1B = 2b$.

Do të pranojmë pa vërtetim që diagonalet e këtij drejtkëndëshi janë **asimptota të hiperbolës**. Ekuacionet e tyre janë $y = \pm \frac{b}{a}x$. Në këtë mënyrë forma e hiperbolës paraqitet në Fig. 10.3.

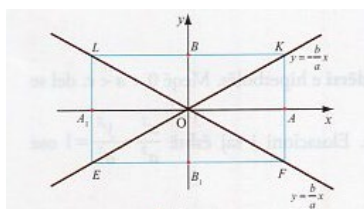


Fig. 10.2

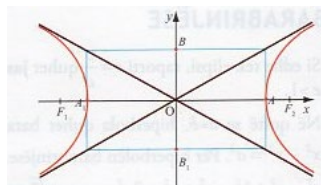


Fig. 10.3

Në rreth marrim një pikë të çfarëdoshme $M(x; y)$. Nga përkufizimi, pika M është pikë e rrethit atëherë dhe vetëm atëherë kur

$$QM = r \quad \dots (1)$$

Nga formula që jep largesën ndërmjet dy pikave, kemi: $QM = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$

$$\text{Meqë } QM = r \Rightarrow QM^2 = r^2, \text{ kemi: } (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \quad \dots (2)$$

Nga njëvlershmëria e barazimeve (1) dhe (2) del se në qoftë se pika $M(x; y)$ është pikë e rrethit, koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ dhe anasjellas, në qoftë se koordinatat $(x; y)$ të pikës M vërtetojnë ekuacionin $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, atëherë ajo pikë ndodhet në rreth.

Në këtë mënyrë kemi provuar se ekuacioni i rrethit me qendër $Q(a; b)$ dhe rreze r është $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Ky ekuacion quhet edhe **ekuacioni më i thjeshtë i rrethit**.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe cilat janë gjërat e reja që janë mësuar radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillo procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit në çifte diskutojnë mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje në mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit mësimdhënësi/ja angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendosin fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mblidhen nga mësimdhënësi/ja për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1:

Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës, në qoftë se:

- $a = 5$ dhe $b = 4$;
- largesa ndërmjet vatrave është 14 njësi, ndërsa largesa ndërmjet kulmeve është 12 njësi;
- boshti imagjinar është 12 njësi dhe largesa ndërmjet vatrave është 20 njësi;
- boshtet e saj janë 12 njësi dhe 10 njësi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve gjatë orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Të gjenden gjatësitë e boshteve, si dhe koordinatat e vatrave të hiperbolës $9x^2 - 16y^2 = 144$.
- Vatrat e hiperbolës janë $F_1(-13; 0)$ dhe $F_2(13; 0)$. Boshti imagjinar i saj është 10. Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës.
- Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me njërin kulm $(-6; 0)$ dhe largesë ndërmjet vatrave 14.
- Të gjendet gjatësia e boshtit imagjinar të hiperbolës, në qoftë se njëra vatrë e saj është $(5; 0)$ dhe boshti real është 8. Të shkruhet ekuacioni i kësaj hiperbole.
- Boshti real i hiperbolës është 2 herë më i madh se boshti i saj imagjinar. Largesa ndërmjet vatrave është $6\sqrt{5}$. Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Interpretton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Interpretton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1,2
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK - 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK - 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: JASHTËQENDËRSIA E HIPERBOLËS. HIPERBOLA BARABRINJËSE **Nr. 2**

Fjalët kyçe: hiperbola, ekuacion, jashtëqendërsia, boshti, vatra, largesa, asimptota, barabrinjëse .

Rezultati/et e të nxënës për orë mësimore:**Nxënësi/ja:**

- Dallon jashtëqendërsinë e hiperbolës.
- Cakton jashtëqendërsinë e hiperbolës.
- Dallon hiperbolën barabrinjëse.
- Krahason hiperbolat.
- Cakton ekuacionin e hiperbolës.

Kriteret e suksesit:

- Krahason se cila prej hiperbolave $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ dhe $\frac{x^2}{15} - y^2 = 1$ është më e shtypur.
- Cakto ekuacionin e hiperbolës me vatra $F_1(-2; 0)$ dhe $F_2(2; 0)$ dhe ekuacione të asimptotave $y = \pm \frac{3}{4}x$
- Përcakto ekuacionin e hiperbolës barabrinjëse e cila kalon nëpër pikën $M(5; 4)$.
- Llogarit këndin e ngushtë ndërmjet asimptotave të hiperbolës me jashtëqendërsi 2.
- Nëse janë dhënë boshti real 10 dhe jashtëqendërsia 1,4, llogarit ekuacionin e hiperbolës.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Shpejtësia e zërit)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT**

E Stuhi mendimesh

R Di/Dua të di/Mësova

R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre. Mendimet e nxënësve shënohen në tabelë, në mënyrë që të analizohen më tutje gjatë zhvillimit të orës mësimore.

Detyrë: Shqyrtoni hiperbolat $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ dhe $\frac{x^2}{15} - y^2 = 1$. Cila prej tyre është më e shtypur?

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi/ja i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth asaj, dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, të cilën e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që i kanë marrë gjatë leximit.

Si edhe tek elipsi, raporti $e = \frac{c}{a}$ quhet **jashtëqendërsi** e hiperbolës. Meqë $0 < a < c$ del se $e > 1$.

Në qoftë se $a = b$, hiperbola quhet barabrinjëse. Ekuacioni i saj është $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ ose $x^2 - y^2 = a^2$. Për hiperbolën barabrinjëse kemi: $c^2 = a^2 + b^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow c = a\sqrt{2}$ nga ku $e = \frac{c}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$.

Asimptotat e hiperbolës barabrinjëse janë drejtëzat me ekuacione $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm x$, pra janë përgjysmoret e kuadranteve I-III dhe II-IV. Gjithashtu ato janë pingule ndërmjet tyre (fig. 10.4). Pse?

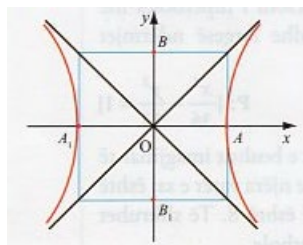


Fig. 10.4

Shembulli 1: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me gjysmëbosht real $\sqrt{15}$, e cila kalon nga pika M(5; 2).

Zgjidhje

Ekuacioni i hiperbolës është $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Zëvendësojmë $a = \sqrt{15}$ dhe kemi:

$\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Meqë pika M(5; 2) ndodhet në hiperbolë, koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e hiperbolës. Kemi:

$$\frac{25}{15} - \frac{4}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{b^2} = \frac{10}{15} \Rightarrow b^2 = 6.$$

Ekuacioni i hiperbolës është $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$.

Shembulli 2: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me vatra $F_1(-2; 0)$ dhe $F_2(2; 0)$ dhe ekuacione të asimptotave $y = \pm \frac{3}{4}x$.

Zgjidhje

Janë dhënë $c = 2$ dhe $\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{4}a$. Kemi:

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2 = 4 \Rightarrow a^2 + \frac{9}{16}a^2 = 4 \Rightarrow \frac{25}{16}a^2 = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{64}{25} \Rightarrow a = \frac{8}{5};$$

$$\text{Atëherë } b = \frac{3}{4}a = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{6}{5} \Rightarrow b^2 = \frac{36}{25}.$$

$$\text{Ekuacioni i hiperbolës është } \frac{x^2}{\frac{64}{25}} - \frac{y^2}{\frac{36}{25}} = 1 \Rightarrow \frac{25x^2}{64} - \frac{25y^2}{36} = 1$$

Shembulli 3: Hiperbola barabrinjëse kalon nga pika $M(5; 4)$. Të shkruhet ekuacioni i saj.

Zgjidhje

Ekuacioni i hiperbolës së kërkuar është $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$. Pika M ndodhet në hiperbolë, pra koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e hiperbolës. Kemi:

$$\frac{25}{a^2} - \frac{16}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{9}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 9.$$

$$\text{Ekuacioni i hiperbolës është } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1 \text{ ose } x^2 - y^2 = 9.$$

Shembulli 4: Të gjendet këndi i ngushtë ndërmjet asimptotave të hiperbolës, jashtëqendërsia e së cilës është 2.

Zgjidhje

$$\text{Kemi: } e = \frac{c}{a} = 2 \Rightarrow e^2 = \frac{c^2}{a^2} = 4 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{a^2} = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4a^2 \Rightarrow b^2 = 3a^2 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 3 \Rightarrow \frac{b}{a} = 3.$$

$$\text{Ekuacionet e asimptotave janë: } y = \sqrt{3}x \text{ dhe } y = -\sqrt{3}x.$$

Gjejmë këndin ndërmjet tyre me formulën

$$\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 \cdot k_2} \right| \text{ ku } k_1 = \sqrt{3} \text{ dhe } k_2 = -\sqrt{3}. \text{ Kemi } \operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \right| = \sqrt{3} \text{ nga ku } \varphi = 60^\circ.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi/ja dhe pasi të arrijnë t'i japin mendimet e tyre lidhur me zgjidhjen e detyrave, njërit prej tyre u kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësimdhënësi/ja vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

Detyrë 1: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me bosht real 10 dhe jashtëqendërsi 1,4.

Detyrë 2: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me bosht imagjinar 8 dhe jashtëqendërsi 1,6.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit/es në orën mësimore dhe i punës së tyre në dyshe/grupe.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Të gjenden gjatësitë e boshteve, koordinatat e vatrave, jashtëqendërsia dhe ekuacionet e asimptotave të hiperbolës $25x^2 - 144y^2 = 3600$.
- Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me vatra $F_1(-10; 0)$ dhe $F_2(10; 0)$ duke ditur se pika $M(12; 3\sqrt{5})$ ndodhet në të.

3. Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me largesë ndërmjet vatrave 52 dhe ekuacione të asimptotave $y = \pm \frac{12}{5}x$.

4. Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës që kalon nga pika $M(5\sqrt{5}; 4)$ dhe ka ekuacione të asimptotave $y = \pm \frac{4}{5}x$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimeve të mësimdhënës/ës sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMOREFusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor)

- Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3.KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORETipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: RREZET VATRORE DHE VIJAT DREJTUESE TË HIPERBOLËS Nr. 3**Fjalët kyçe:** hiperbola, rreze vatrore, ekuacion, largesa, pika, vija drejtuese.**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- Identifikon rrezet vatrore të hiperbolës.
- Llogarit gjatësitë e rrezeve vatrore të hiperbolës.
- Cakton ekuacionin e hiperbolës.
- Përcakton ekuacionet e asimptotave të hiperbolës.
- Përcakton ekuacionet e vijave drejtuese të hiperbolës.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit largesat e pikës $M(1; y)$. nga vatrën e hiperbolës $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
- Llogarit gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës $M(1; y)$ në hiperbolën $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$ për $x > 0$
- Përcakto se cili është ekuacioni i hiperbolës që ka vatër të djathtë $F_2(5; 0)$ dhe largesën ndërmjet vijave drejtuese 6,4
- Llogarit gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M nëse jepet hiperbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ dhe pika $M(x; 6)$ në të ($x > 0$)
- Cakto ekuacionet e asimptotave të hiperbolës me largesë ndërmjet vatrave $2c = 10$ dhe jashtëqendërsi $e = \frac{5}{4}$.
- Cakto ekuacionet e vijave drejtuese të hiperbolës me largesë ndërmjet vatrave $2c = 10$ dhe jashtëqendërsi $e = \frac{5}{4}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Konstruksione
(Kullat e termocentraleve)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT**

E Bashkëbisedim

R Leksion i përparuar

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS**Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi/ja shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi/ja fillon të shpjegon njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Detyrë:

Në hiperbolën $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, jepet pika $M(1; y)$. Gjeni largesat e pikës M nga vatrën e kësaj hiperbole.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj mësimdhënësi/ja i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë në mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe kërkohet prej tyre të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

1. Rrezet vatrore të hiperbolës

Në fig. 10.5 është ndërtuar hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ dhe në të është marrë pika $M(x; y)$ në degën e djathtë të saj.

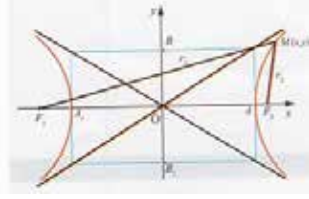


Fig. 10.5

Kemi $r_1 = MF_1 = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$ dhe $r_2 = MF_2 = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$.

Nga përkufizimi i hiperbolës, për degën e djathtë kemi $r_1 - r_2 = 2a \dots (1)$

Duke arsyetuar në mënyrë analoge si edhe tek elipsi (shih mësimin 8.7) kemi

$$r_1^2 - r_2^2 = 4cx \Rightarrow (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = 4cx \Rightarrow 2a(r_1 + r_2) = 4cx \Rightarrow r_1 + r_2 = 2\frac{c}{a}x \dots (2)$$

Me barazimet (1) dhe (2) formojmë sistemin:

$$\begin{cases} r_1 - r_2 = 2a \\ r_1 + r_2 = 2\frac{c}{a}x \end{cases} \text{ nga ku } \begin{cases} r_1 = \frac{c}{a}x + a \\ r_1 = \frac{c}{a}x - a \end{cases} \text{ ose } \begin{cases} r_1 = ex + a \\ r_2 = ex - a \end{cases}.$$

Këto formula shprehin gjatësitë e rrezeve vatrore të çdo pike të degës së djathtë të hiperbolës.

Shembulli 1: Në hiperbolën $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$, jepet pika $M(x; 1)$ ku $x > 0$. Të gjenden gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M.

Zgjidhje

Meqë pika M ndodhet në hiperbolë, koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e hiperbolës. Duke zëvendësuar $y = 1$ në këtë ekuacion kemi:

$$\frac{x^2}{6} - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3, \text{ sepse } x > 0.$$

Nga ekuacioni i hiperbolës gjejmë c . Kemi:

$$c^2 = a^2 + b^2 = 6 + 2 = 8 \Rightarrow c = 2\sqrt{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \text{ Gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M janë:}$$

$$r_1 = ex + a = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot 3 + \sqrt{6} = 2\sqrt{3} + \sqrt{6};$$

$$r_2 = ex - a = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot 3 - \sqrt{6} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}.$$

2. Vijat drejtuese të hiperbolës

Në fig. 10.6 është ndërtuar hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ dhe drejtëzat me ekuacione $l_1 : x = -\frac{a}{e}$ dhe $l_2 : x = \frac{a}{e}$. Në degën e djathtë të hiperbolës është marrë pika e çfarëdoshme $M(x; y)$.

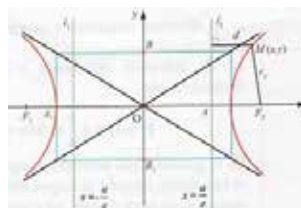


Fig. 10.6

Shënojmë me d , largesën e pikës M nga drejtëza l_2 . Kemi $d = x - \frac{a}{e}$.

Gjithashtu kemi:

$$r_2 = ex - a. \text{ Llogaritim raportin } \frac{r_2}{d}. \text{ Kemi: } \frac{r_2}{d} = \frac{ex - a}{x - \frac{a}{e}} = \frac{ex - a}{\frac{ex - a}{e}} = e. \text{ Pra } \frac{r_2}{d} = e.$$

Në mënyrë analoge provohet se për rrezen vatrore r_1 dhe drejtëzën me ekuacion $x = -\frac{a}{e}$ është i vërtetë raporti $\frac{r_1}{d} = e$ ku d është largesa e pikës M nga kjo drejtëz.

Drejtëzat l_1 dhe l_2 me ekuacione $x = \pm \frac{a}{e}$ quhen **vija drejtuese** të hiperbolës ose shkurt **drejtuese** të saj.

Këto drejtëza kanë vetinë: **Raporti i largesave të çdo pike të hiperbolës nga vatra dhe vija drejtuese përkatëse është madhësi konstante, e barabartë me jashtëqendërsinë e hiperbolës.**

Shënim:

Duke zëvendësuar $e = \frac{c}{a}$, ekuacionet e vijave drejtuese të hiperbolës marrin trajtën: $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a}{\frac{c}{a}} = \pm \frac{a^2}{c}$. Largesa ndërmjet tyre

$$\text{është } l = \frac{2a}{e} \text{ ose } l = \frac{2a^2}{c}.$$

Shembulli 2: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me vatër të djathtë $F_2(5; 0)$ dhe largesë ndërmjet vijave drejtuese 6,4.

Zgjidhje

Ekuacioni i hiperbolës është:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1. \text{ Kemi } c=5 \text{ dhe } \frac{2a^2}{c} = 6,4 \Rightarrow \frac{2a^2}{5} = 6,4 \Rightarrow a^2 = 16; \quad b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 16 = 9.$$

$$\text{Ekuacioni i hiperbolës është } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe cilat janë gjërat e reja që janë mësuar radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillo procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënëseve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimdhënësi/ja mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësimdhënësi/ja pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi/ja mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Detyrë 1: Jepet hiperbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ dhe pika $M(x; 6)$ në të ($x > 0$). Të gjenden gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M .

Detyrë 2: Largesa ndërmjet vatrave të hiperbolës është $2c = 10$ dhe jashtëqendërsia $e = \frac{5}{4}$.

- Të shkruhen ekuacionet e asimptotave të saj
- Të shkruhen ekuacionet e vijave drejtuese të saj

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi ndihmës në grupe

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Jepet hiperbola $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$ dhe pika $M(x; 2)$ ku $x > 0$. Të gjenden gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M.
2. Të gjendet këndi ndërmjet asimptotave të hiperbolës, në qoftë se largesa ndërmjet vatrave të saj është 2 herë më e madhe se largesa ndërmjet vijave drejtuese.
3. a) Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës, e cila kalon nga pikat $(-5; 2)$ dhe $(2\sqrt{5}; \sqrt{2})$.
b) Të shkruhen ekuacionet e vijave drejtuese të saj.
4. Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës me bosht real 8, e cila kalon nga pika $(-5; \frac{9}{4})$.
5. Jepet hiperbola $\frac{x^2}{80} - \frac{y^2}{20} = 1$.
a) Të gjendet pika M me abshisë 10 dhe ordinatë negative.
b) Të gjenden gjatësitë e rrezeve vatrore të pikës M.
c) Të shkruhen ekuacionet e rrezeve vatrore të pikës M.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Interpretin pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1,3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3.KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK - 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: GJENDJA E NDËRSJELLË E DREJTËZËS DHE HIPERBOLES Nr. 4

Fjalët kyçe: hiperbola, drejtëza, ekuacion, pikë, dallori, tangjente.
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: Nxënësi/ja: - Dallon pikat e përbashkëta të hiperbolës dhe drejtëzës. - Cakton ekuacionin e hiperbolës tangjent me drejtëzën. - Arsyeton ekuacionin e hiperbolës që është tangjente me drejtëzat. Kriteret e suksesit: - Shpjego se sa pika të përbashkëta ka hiperbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ me drejtëzën $y = x$ - Cakto t nëse është dhënë drejtëza $y = kx + 2$, tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ - Janë dhënë drejtëzat: $d_1 : y = x - 3$ dhe $d_2 : y = -2x - \sqrt{54}$. Llogarit ekuacionin e hiperbolës tangjent me drejtëzat e dhëna. - Cakto n nëse është dhënë drejtëza $9x + 2y + n = 0$, tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{45} = 1$ - Janë dhënë drejtëzat: $d_1 : y = x - 5$ dhe $d_2 : y = \sqrt{7}x + 11$. Llogarit ekuacionin e elipsit tangjent me drejtëzat e dhëna - Arsyeto se cili është ekuacioni i hiperbolës, që është tangjente me drejtëzat $y = x + 1$ dhe $y = 3x - 5$ Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese. Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë (Orbitat e Keplerit)
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT E <u>Stuhi mendimesh</u> R <u>Ditari dypjesësh</u> R <u>Ditari dypjesësh</u>
FAZAT E ORËS Evokim/Pjesa hyrëse Mësimdhënësi/ja paraqet detyrën para nxënësve. Nxënësit do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër, pastaj duke i shkëmbyer me shokët. Mësimdhënësi/ja shkruan në tabelë të gjitha idetë e nxënësve. Detyrë: Jepet hiperbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$. Sa pika të përbashkëta me të ka drejtëza $y = x$?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë pjesët karakteristike që ata kanë veçuar gjatë leximit dhe në anën e djathtë shënojnë pjesët përbërëse të tyre. Pastaj nxënësve u kërkohet që të lexojnë ato që kanë shkruar dhe mësimsdhënësi/ja mund të bëjë pyetje kur dëgjon një koment. Mësimsdhënësi/ja pastaj pyet a ka nxënës që i kanë shënuar pjesët e njëjta dhe nëse ka, kërkohet edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimsdhënësi/ja mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë a e kanë kuptuar nxënësit mësimin.

Jepet drejtëza $d: y = kx + t$ dhe hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Për të gjetur pikat e tyre të përbashkëta, zgjidhim sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{cases} y = kx + t \\ \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases} \text{ . Duke zëvendësuar } y \text{ në ekuacionin e dytë kemi:}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{(kx+t)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2x^2 - a^2k^2x^2 - 2a^2ktx - a^2t^2 - a^2b^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2(b^2 - a^2k^2) - 2a^2ktx - (a^2t^2 + a^2b^2) = 0 \quad (1)$$

Përftohet në këtë mënyrë një ekuacion i fuqisë së dytë. Dallori i këtij ekuacioni është:

$$D = (-2a^2kt)^2 + 4(b^2 - a^2k^2)(a^2t^2 + a^2b^2) = 4a^2b^2(t^2 + b^2 - a^2k^2).$$

Dallojmë tri raste:

1) $D < 0 \Rightarrow 4a^2b^2(t^2 + b^2 - a^2k^2) < 0 \Rightarrow a^2k^2 - b^2 > t^2$. Ekuacioni (1) nuk ka zgjidhje. Rrjedhimisht, hiperbola dhe drejtëza d nuk kanë pika të përbashkëta. Drejtëza d nuk e pret hiperbolën (fig. 10.7/a).

2) $D > 0 \Rightarrow 4a^2b^2(t^2 + b^2 - a^2k^2) > 0 \Rightarrow a^2k^2 - b^2 < t^2$. Ekuacioni (1) ka dy rrënjë. Rrjedhimisht, hiperbola dhe drejtëza d kanë dy pika të përbashkëta. Drejtëza d e pret hiperbolën (fig. 10.7/b).

3) $D = 0 \Rightarrow 4a^2b^2(t^2 + b^2 - a^2k^2) = 0 \Rightarrow a^2k^2 - b^2 = t^2$. Ekuacioni (1) ka vetëm një rrënjë. Drejtëza d dhe hiperbola kanë vetëm një pikë të përbashkët. Drejtëza d është tangjente me hiperbolën (fig. 10.7/c).

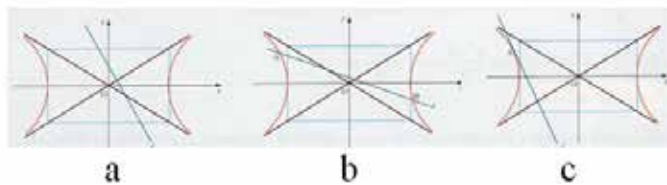


Fig. 10.7

Në këtë mënyrë kemi gjetur kushtin që drejtëza $y = kx + t$ të jetë tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ai është: $a^2k^2 - b^2 = t^2$.

Shembulli 1: Drejtëza $y = kx + 2$ është tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$. Të gjendet k .

Zgjidhje

Nga kushti i tangjencës kemi $16 \cdot k^2 - 12 = 4 \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$.

Shembulli- 2: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës, e cila është tangjente me drejtëzat: $d_1: y = x - 3$ dhe $d_2: y = -2x - \sqrt{54}$

Zgjidhje

Ekuacioni i hiperbolës është $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Nga kushti i tangjencës kemi:

Për drejtëzën $d_1: a^2 - b^2 = 9$.

Për drejtëzën $d_2: 4a^2 - b^2 = 54$.

Me ekuacionet e përfutur formojmë sistemin:

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 9 \\ 4a^2 - b^2 = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 15 \\ b^2 = 6 \end{cases}$$

Ekuacioni i hiperbolës është $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$

Shënim

Në qoftë se drejtëza jepet me ekuacionin $Ax + By + C = 0$, duke gjetur ekuacionin më të thjeshtë të saj kemi:

$y = -\left(\frac{A}{B}\right)x - \frac{C}{B}$. Zëvendësojmë në formulën $a^2k^2 - b^2 = t^2$. Kemi:

$$a^2\left(-\frac{A}{B}\right)^2 - b^2 = \left(-\frac{C}{B}\right)^2 \Rightarrow \frac{a^2 \cdot A^2}{B^2} - b^2 = \frac{C^2}{B^2} \Rightarrow a^2 \cdot A^2 - b^2 \cdot B^2 = C^2$$

i cili shpreh kushtin e tangjencës së drejtëzës $Ax + By + C = 0$ me hiperbolën $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimsdhënësi/ja mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësimsdhënësi/ja pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimsdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Detyrë 1: Drejtëza $9x + 2y + n = 0$ është tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{45} = 1$. Të gjendet n .

Detyrë 2: Të shkruhet ekuacioni i hiperbolës, e cila është tangjente me drejtëzat $y = x + 1$ dhe $y = 3x - 5$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve dhe punës së tyre gjatë zhvillimit të orës mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të gjenden pikat e përbashkëta të hiperbolës $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{36} = 1$ me drejtëzat:

- a) $x - 5y = 0$; b) $2x + y - 18 = 0$; c) $x - y + 5 = 0$

2. Të shkruhen ekuacionet e drejtëzave që kalojnë nga pika $M(2; -5)$ dhe janë paralele me asimptotat e hiperbolës $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$.

3. Drejtëza $y = x + 2$ është tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$. Të gjendet pika e tyre e përbashkët.

4. Drejtëza $y = x - 1$ është tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Të gjendet b^2 .

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimsdhënësit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë në një pikë të saj.
- Interpretim pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2, 5, 9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III. 2, 3, 4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK - 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: EKUACIONI I TANGJENTES NË NJË PIKË TË HIPERBOLESNr. 5

Fjalët kyçe: hiperbolë, ekuacion, pikë, tangjente, koeficient këndor, derivat, boshtet koordinative.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Cakton vendndodhjen e pikës në hiperbolë.
- Dallon ekuacionin e tangjentes në një pikë të hiperbolës.
- Cakton ekuacionin e tangjentes në një pikë të hiperbolës
- Përcakton ekuacionin e tangjentes së hiperbolës ndaj boshtit të abshisave

Kriteret e suksesit:

- Cakto pikën me abshisë $\sqrt{70}$ që ndodhet në kuadrantin e parë nëse është dhënë hiperbola $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$
- Përcakto ekuacionin e drejtëzës që është tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$, në pikën e caktuar në shembullin e mësipërm.
- Shpjego ekuacionin e tangjentes ndaj hiperbolës $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$ në pikën $M(\frac{25}{4}; \frac{3}{4})$

- Interpreto ekuacionin e tangjentes së hiperbolës $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ që me boshtin e abshisave formon këndin 45°
- Llogarit boshtin imagjinar të hiperbolës me bosht real 10 dhe tangjente me drejtëzën $y = x - 3$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:
Optika
(Thjerrëzat optike)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:
TEKNIKAT

E Bashkëbisedim

R Të lexuarit në dyshe

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nx.bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre.

- Detyrë:** a) Në hiperbolën $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$ gjeni pikën me abshisë $\sqrt{70}$ që ndodhet në kuadrantin e parë.
b) Shkruani ekuacionin e drejtëzës që është tangjente me hiperbolën në këtë pikë.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit lexojnë tekstin në dyshe dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur në mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj, nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekstin dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënit.

Jepet hiperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ dhe pika $M_1(x_1; y_1)$ në të (fig. 10.8).

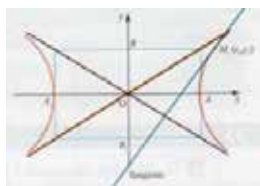


Fig. 10.8

Ekuacioni i tangjentes me hiperbolën në pikën M_1 ka trajtën $y - y_1 = k(x - x_1)$ ku k është koeficienti këndor i tangjentes. Nga kuptimi gjeometrik i derivatit dimë se $k = y'(x_1)$.

Nga ekuacioni i hiperbolës kemi: $y^2 = \frac{b^2}{a^2}x^2 - b^2$. Duke derivuar të dyja anët në lidhje me x kemi:

$$2y \cdot y' = 2 \frac{b^2}{a^2} x \Rightarrow y' = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{y} \Rightarrow k = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1}{y_1}. \text{ Rrjedhimisht, ekuacioni i tangjentes në pikën } M_1 \text{ është: } y - y_1 = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1}{y_1} (x - x_1).$$

Duke shumëzuar të dyja anët e këtij barazimi me $\frac{y_1}{b^2}$ kemi:

$$\frac{yy_1}{b^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = \frac{xx_1}{a^2} - \frac{x_1^2}{a^2} \Rightarrow \frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2}. \text{ Meqë pika } M_1(x_1, y_1) \text{ ndodhet në hiperbolë, ana e djathtë e barazimit të fundit është}$$

e barabartë me 1. Në këtë mënyrë ekuacioni i tangjentes është $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$

Shembulli 1: Të shkruhet ekuacioni i tangjentes ndaj hiperbolës $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$ në pikën $M(\frac{25}{4}; \frac{3}{4})$.

Zgjidhje

Vëmë re se pika M ndodhet në hiperbolë. Me të vërtetë:

$$\frac{(\frac{25}{4})^2}{25} - (\frac{3}{4})^2 = \frac{625}{25} - \frac{9}{16} = \frac{25}{16} - \frac{9}{16} = 1.$$

Ekuacioni i tangjentes është: $\frac{x \cdot \frac{25}{4}}{25} - y \cdot \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow x - 3y - 4 = 0$

Shembulli -2: Tangjentja e hiperbolës $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ formon këndin 45° me boshtin e abshisave. Të shkruhet ekuacioni i kësaj tangjenteje.

Zgjidhje

Ekuacioni i tangjentes është $y = kx + t$. Kemi $k = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow y = x + t$.

Nga kushti i tangjencës kemi: $a^2 k^2 - b^2 = t^2 \Rightarrow 16 \cdot 1 - 4 = t^2 \Rightarrow t^2 = 12 \Rightarrow t = \pm 2\sqrt{3}$.

Ekuacionet e tangjenteve janë $y = x \pm 2\sqrt{3}$.

Shembulli -3: Jepet hiperbola $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Të shkruhet ekuacioni i tangjentes ndaj kësaj hiperbole, kur dimë se, origjina e koordinatave dhe vatra e djathtë e hiperbolës kanë të njëjtën largesë nga kjo tangjente.

Zgjidhje

Ekuacioni i tangjentes së kërkuar është:

$$\frac{xx_1}{9} - \frac{yy_1}{16} = 1 \Rightarrow 16xx_1 - 9yy_1 - 144 = 0 \dots (1)$$

Nga ekuacioni i hiperbolës kemi $c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow c = 5$. Vatra e djathtë e hiperbolës është $F_2(5; 0)$. Gjejmë largesat e pikave $F_2(5; 0)$ dhe $O(0; 0)$ nga tangjentja. Kemi:

$$d_{F_2} = \frac{|16x_1 \cdot 5 - 144|}{\sqrt{(16x_1)^2 + (-9y_1)^2}}; d_O = \frac{|144|}{\sqrt{(16x_1)^2 + (-9y_1)^2}};$$

$$d_{F_2} = d_O \Rightarrow \frac{|80x_1 - 144|}{\sqrt{(16x_1)^2 + (-9y_1)^2}} = \frac{144}{\sqrt{(16x_1)^2 + (-9y_1)^2}} \Rightarrow |80x_1 - 144| = 144 \Rightarrow x_1 = \frac{18}{5}$$

Duke zëvendësuar në ekuacionin e hiperbolës gjejmë y_1 . Kemi:

$$\frac{(\frac{18}{5})^2}{9} - \frac{y_1^2}{16} = 1 \Rightarrow y_1 = \pm \frac{4}{5}\sqrt{11}.$$

Pikat e takimit janë $(\frac{18}{5}; \frac{4}{5}\sqrt{11})$ dhe $(\frac{18}{5}; -\frac{4}{5}\sqrt{11})$.

Duke zëvendësuar në ekuacionin (1) gjejmë ekuacionet e tangjenteve të kërkuara:

$$16(\frac{18}{5})x - 9(\pm \frac{4}{5}\sqrt{11})y - 144 = 0 \Rightarrow 8x \pm \sqrt{11}y - 20 = 0$$

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shprehje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shprehje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësuesi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1: Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me hiperbolën $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$, e cila kalon nga pika $M(-5; \frac{3}{2})$ e saj.

Detyrë 2: Hiperbola e ka boshtin real 10 dhe është tangjente me drejtëzën $y = x - 3$. Të gjendet boshti imagjinar i saj.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës në çifte dhe angazhimit të nxënësve gjatë orës mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Ekuacioni i një tangjenteje të hiperbolës $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$ është $x - y - 3 = 0$. Të gjendet pika e takimit.

2. Drejtëza $y = 2x - 2$ është tangjente me hiperbolën $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$. Të gjendet largesa ndërmjet vijave drejtuese të hiperbolës.

3. Jepet hiperbola $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$.

a) Të gjenden koordinatat e vatrave të saj.

b) Të shkruhet ekuacioni i elipsit, që ka të njëjtat vatra me hiperbolën dhe është tangjent me drejtëzën me ekuacion $y = x + \sqrt{8}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMOREFusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dy mujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike).
- Interpreton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2,9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II. 1, 5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III. 1,3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1,2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK - 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK - 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORETipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: PARABOLA SIMETRIKE NË LIDHJE ME BOSHTIN E ABSHISAVE **Nr. 6**

Fjalët kyçe: parabolë, simetrike, boshti i abshisave, vatra, largesë, vijë drejtuese, parametër.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Krahason largesat ndërmjet pikave dhe drejtëzës.
- Dallon ekuacionin e parabolës.

- Cakton ekuacionin e parabolës. - Përcakton ekuacionin e parabolës ndaj vijës drejtuese. - Llogarit vlerën e parametrin të parabolës. Kriteret e suksesit: - Krahason largësinë e pikës me ordinatë y në vijën me ekuacion $y^2 = 4x$ nga pika fikse $A(1; 0)$ dhe nga drejtëza fikse $x = -1$, në mënyrë që të jenë të barabarta. - Cakto ekuacionin e parabolës me qendër në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e abshisave, me vijë drejtuese me ekuacion $x = -3$ dhe vatër $F(3; 0)$ - Përcakto vendndodhjen e ekuacionit të parabolës majtas boshtit të ordinatave, me qendër në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e abshisave dhe me parametër $p = 1$ - Përcakto ekuacionin e parabolës, nëse janë dhënë vatra dhe ekuacioni i vijës drejtuese: a) $F(2; 0)$; $d: x = -2$; b) $F(-1; 0)$; $d: x = 1$; c) $F(4; 0)$; $d: x = -4$ - Llogarit m nga parabola $y^2 = mx$ dhe që kalon nga pika $M(3; 6)$. Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkurtesha/markeri, fleta punuese, konet prej letre apo ndonjë material tjetër, fleta të bardha apo shumëngjyrëshe, gërrshërë.
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë (Sinjalet)
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT E <u>Bashkëbisedim</u> R <u>Leksion i përparuar</u> R <u>Diskutim në çift</u>
FAZAT E ORËS Evokim/Pjesa hyrëse Mësimdhënësi/ja shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre, të cilat shënohen në tabelë nga ana e mësimdhënësit. Pastaj mësimdhënësi/ja fillon të demonstrojë prerjen e një rrafshi me njërin prej koneve duke e ndërlidhur me njësinë që bëhet fjalë. Detyrë: Në vijën me ekuacion $y^2 = 4x$ merrni një pikë me ordinatë y. Tregoni që largësat e saj nga pika fikse $A(1; 0)$ dhe nga drejtëza fikse $x = -1$ janë të barabarta.
Realizim/Pjesa kryesore Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja. Përkufizim: Parabolë quhet bashkësia e pikave të planit të baraslarguara nga një drejtëz fikse dhe nga një pikë fikse e planit, jashtë kësaj drejtëze. Drejtëza fikse PQ quhet vijë drejtuese, ndërsa pika fikse F quhet vatër e parabolës. Largesa FA e vatrës nga vija drejtuese shënohet me p dhe quhet parametër i parabolës ($p > 0$).

Për të nxjerrë ekuacionin e parabolës zgjedhim si origjinë të koordinatave mesin O të segmentit AF, ndërsa si bosht abshisash zgjedhim drejtëzën që kalon nga vatra F dhe është pingule me vijën drejtuese (me drejtim nga vija drejtuese tek vatra) (fig. 10.9).

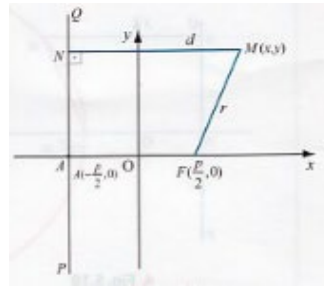
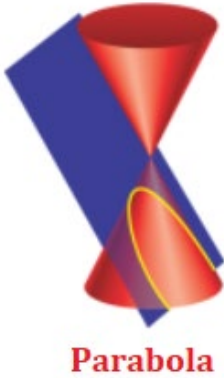


Fig. 10.9

Shënojmë $M(x; y)$ një pikë të çfarëdoshme të parabolës.

Kemi $F(\frac{p}{2}; 0)$, $A(-\frac{p}{2}; 0)$, $N(-\frac{p}{2}; y)$.

Atëherë: $r = MF = \sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2}$ dhe $d = MN = \sqrt{(x + \frac{p}{2})^2}$.

Sipas përkufizimit të parabolës, që pika M të ndodhet në parabolë duhet e mjafton që $MF = MN$. Zëvendësojmë dhe kemi:

$$\sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2} = \sqrt{(x + \frac{p}{2})^2} \dots (1)$$

Ky është ekuacioni i parabolës së shqyrtuar. Duke ngritur të dy anët në katror marrim ekuacionin e njëvlershëm:

$$x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4} \Leftrightarrow y^2 = 2px \dots (2)$$

Meqenëse ekuacioni (2) është i njëvlershëm me ekuacionin (1) atëherë edhe ekuacioni (2) është ekuacioni i parabolës së shqyrtuar. Ekuacioni $y^2 = 2px$ quhet edhe **ekuacioni më i thjeshtë** i parabolës.

Forma e parabolës

1. Simetria

Parabola është vijë simetrike në lidhje me boshtin e abshisave. Me të vërtetë, në qoftë se pika $M_1(x_1; y_1)$ ndodhet në parabolë, edhe pika $N_1(x_1; -y_1)$ ndodhet gjithashtu në parabolë (pse?). Boshti i abshisave quhet **bosht i parabolës**.

2. Zona e vendosjes

Nga ekuacioni $y^2 = 2px$, meqë $y^2 \geq 0$ del se $x \geq 0$. Si përfundim të gjitha pikat e parabolës ndodhen djathtas boshtit të ordinatave (pra, në kuadrantet I dhe IV).

3. Pikat e prerjes me boshtet

Për $x = 0$ kemi $y = 0$, që tregon se parabola kalon nga origjina e koordinatave.

Pika $O(0; 0)$ quhet **kulm i parabolës**.

4. Forma e parabolës

Në kuadrantin e parë, me rritjen e vlerave të x nga 0 në $+\infty$, kemi rritjen e vlerave të y nga 0 në $+\infty$. Në këtë mënyrë, forma e parabolës paraqitet në Fig. 10.10.

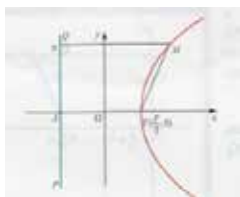


Fig. 10.10

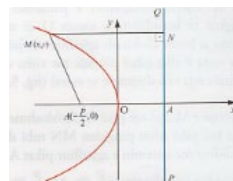


Fig. 10.11

Shënim

Në qoftë se vatra ndodhet majtas vijës drejtuese, kemi $F(-\frac{p}{2}; 0)$ dhe ekuacioni i parabolës është $y^2 = -2px$ (fig. 10.11).

Shembulli 1: Të shkruhet ekuacioni i parabolës me qendër në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e abshisave, me vijë drejtuese me ekuacion $x = -3$ dhe vatër $F(3; 0)$.

Zgjidhje

Koordinatat e vatrës janë $F(\frac{p}{2}; 0)$. Nga kushti $\frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$. Ekuacioni i parabolës është $y^2 = 6x$.

Shembulli 2: Të shkruhet ekuacioni i parabolës me qendër në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e abshisave, me parametër $p = 1$, e cila është e vendosur majtas boshtit të ordinatave.

Zgjidhje

Ekuacioni i parabolës është $y^2 = -2px$. Duke zëvendësuar kemi $y^2 = -2x$.

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë apo gjëra të reja që janë mësuar, të cilat radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillon procesin, duke angazhuar prapë çiftet, për të formuar listë të re idesh.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi/ja angazhon nxënësin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1: Të shkruhet ekuacioni i parabolës, kur jepen koordinatat e vatrës F dhe ekuacioni i vijës drejtuese d .

a) $F(2; 0)$; $d: x = -2$;

b) $F(-1; 0)$; $d: x = 1$;

c) $F(4; 0)$; $d: x = -4$;

Detyrë 2: Parabola $y^2 = mx$ kalon nga pika $M(3; 6)$. Të gjendet m .

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve gjatë orës mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të gjendet vatra dhe ekuacioni i vijës drejtuese të parabolës:

a) $y^2 = 12x$;

b) $y^2 = -6x$;

c) $y^2 = -x$

2. Sa është largesa e vatrës së parabolës $3y^2 - 5x = 0$ nga vija drejtuese e saj?

3. Drejtëza $y = mx + 9$ kalon nga vatra e parabolës $y^2 = 12x$. Të gjendet m .

4. Të shkruhet ekuacioni i vijës drejtuese të parabolës $y^2 = 16x$.

5. Parabola me qendër në origjinën e koordinatave, është simetrike në lidhje me boshtin e abshisave dhe e vendosur djathtas boshtit të ordinatave. Largesa e vatrës së saj nga kulmi është 4 njësi. Të shkruhet ekuacioni i saj.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimpldhënësit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE**Mësimdhënësi/ja:** _____ **Data:** _____**ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE****Fusha kurrikulare:** MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12**Tema (nga plani dy mujor):****VIJAT E GRADËS SË DYTË****Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dy mujor):**

- Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike).
- Interpretton vijat e shkallës së dytë si vend gjeometrik i pikave në rrafsh.
- Përkufizon elementet bazike të vijave të shkallës së dytë (vatrat, boshtet, ekscentritetin, drejtuesen, asimptotën)
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.2, 9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1,5;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1, 3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1,2;

5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2,3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK - 1
ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE
Tipi i orës: <u>Zhvillim</u> Njësia mësimore: <u>PARABOLA SIMETRIKE NË LIDHJE ME BOSHTIN E ORDINATAVE</u> ($x^2 = 2py$) Nr. 7
Fjalët kyçe: parabolë, simetrike, boshti i ordinatave, vatra, largesë, vijë drejtuese, parametër.
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: Nxënësi/ja: - Krahason largesat ndërmjet pikave dhe drejtëzës. - Cakton ekuacionin e parabolës. - Përcakton bashkësinë e pikave ndaj vatrës së parabolës dhe drejtëzës. - Cakton ekuacionin e vijës drejtuese të parabolës. - Llogarit largesën ndërmjet vatrave të parabolës. Kriteret e suksesit: - Krahason largesën e pikës me abshisë x në vijën me ekuacion $y^2 = 8y$ nga pika fikse $B(0; 2)$ dhe nga drejtëza fikse $x = -2$, në mënyrë që të jenë të barabarta. - Cakto ekuacionin e parabolës me kulm në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e ordinatave, e vendosur mbi boshtin e abshisave me parametër $\frac{3}{2}$. - Cakto ekuacionin e parabolës që kalon nga pika $M(-4; -2)$, me kulm në origjinën e koordinatave dhe simetrike me boshtin e ordinatave - Përcakto bashkësinë e pikave të baraslarguara nga pika $F(0; \frac{1}{4})$ dhe drejtëza me ekuacion $y = -\frac{1}{4}$ - Për parabolën $x^2 = 8y$ përcakto ekuacionin e vijës drejtuese të saj - Llogarit largesën ndërmjet vatrave të parabolave $y^2 = 8x$ dhe $x^2 = 16y$
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, shkumësi/markeri.
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Kimi (Lëngjet)
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT E <u>Leximi në dyshe</u> R <u>Ditari dypjesësh</u> R <u>Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit</u>

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nxënësve u kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke u përgjigjur në kërkesat e detyrës, duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Detyrë: Në vijën $x^2 = 8y$ merrni një pikë me abshisë x . Tregoni që largesat e saj nga pika fikse $B(0; 2)$ dhe nga drejtëza fikse $y = -2$ janë të barabarta.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Në mësimin e kaluar për gjetjen e ekuacionit të parabolës zgjedhim drejtëzën OF (ku O është kulmi dhe F, vatra e parabolës) si bosht të abshisave. E zgjedhim tani këtë drejtëz si bosht të ordinatave, ndërsa si origjinë të koordinatave caktojmë përsëri mesin O të segmentit FA (fig. 10.12).

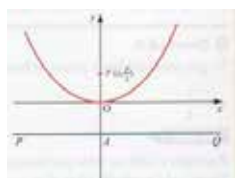


Fig. 10.12

Kemi $F(0; \frac{p}{2})$.

Duke ndjekur arsyetime të ngjashme me rastin e mëparshëm arrihet në përfundimin se ekuacioni i parabolës me kulm në origjinën e koordinatave dhe bosht simetrie, boshtin e ordinatave është $x^2 = 2py$. Vija drejtuese PQ e kësaj parabole ka ekuacionin $y = -\frac{p}{2}$.

Në qoftë se si drejtim të boshtit të ordinatave zgjedhim drejtimin nga F në O, atëherë ekuacioni i parabolës është $x^2 = -2py$, ndërsa vija drejtuese PQ e saj ka ekuacionin $y = \frac{p}{2}$ (fig. 10.13).

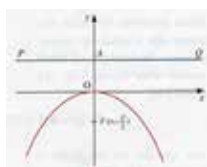


Fig. 10.13

Shembulli 1: Të shkruhet ekuacioni i parabolës me kulm në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e ordinatave, e vendosur mbi boshtin e abshisave, në qoftë se parametri i saj është $\frac{3}{2}$.

Zgjidhje

Ekuacioni i parabolës është $x^2 = 2py$. Duke zëvendësuar $p = \frac{3}{2}$ kemi $x^2 = 3y$.

Shembulli 2: Të shkruhet ekuacioni i parabolës me kulm në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e ordinatave, duke ditur që ajo kalon nga pika $M(-4; -2)$.

Zgjidhje

Ekuacioni i parabolës është $x^2 = 2py$. Pika M ndodhet në parabolë, prandaj koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin e parabolës. Kemi: $(-4)^2 = 2p(-2) \Rightarrow p = -4$. Ekuacioni i parabolës është $x^2 = -8y$. Shembulli 3: Të gjendet bashkësia e pikave të baraslarguara nga pika $F(0; \frac{1}{4})$ dhe drejtëza me ekuacion $y = -\frac{1}{4}$. Zgjidhje Bashkësia e kërkuar është parabola me ekuacion $x^2 = 2py$. Kemi: $\frac{p}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow p = \frac{1}{2}$. Ekuacioni i parabolës është $x^2 = y$.
Reflektim/Pjesa përfundimtare Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi. Detyrë 1: Të shkruhet ekuacioni i vijës drejtuese të parabolës $x^2 = 8y$. Detyrë 2: Të gjendet largesa ndërmjet vatrave të parabolave $y^2 = 8x$ dhe $x^2 = 16y$.
VLERËSIMI I NXËNËSVE Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup
DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR - Të shkruhet ekuacioni i parabolës, me kulm në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e ordinatave në qoftë se vatra e saj është $F(0; 3)$. - Në fig. 10.14 është ndërtuar parabola $y^2 = 12x$ ku F është vatra e saj. Të gjendet gjatësia e segmentit MN. Fig. 10.14 - Drejtëza $3x + my + 10 = 0$ kalon nga vatra e parabolës $x^2 = 10y$. Të gjendet m.
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore Zgjedhja e mësimdhënësit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12

Tema (nga plani dy mujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Interpretën pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I. 2, 9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II. 1, 5; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.1, 3

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1, 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2, 3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: GJENDJA E NDËRSJELLË E DREJTËZËS DHE PARABOLËS

Nr. 8

Fjalët kyçe: parabola, drejtëza, ekuacion, pikë, dallori, tangjente.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Dallon pikat e përbashkëta të parabolës dhe drejtëzës.
- Cakton ekuacionin e parabolës tangjent me drejtëzën.
- Arsyeton ekuacionin e drejtëzës që është tangjente me parabolën.

Kriteret e suksesit:

- Shpjego pikat e përbashkëta që ka parabola $x^2 = 4y$ me drejtëza $y = x - 1$
- Cakto m nëse është dhënë drejtëza $y = mx + 1$, tangjente me parabolën $y^2 = 8x$
- Në parabolën $x^2 = 8y$ cakto t , ku drejtëza $y = x + t$ është tangjente me parabolën e dhënë.
- Arsyeto se cili është ekuacioni i parabolës me kulm në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e abshisave dhe c tangjente me drejtëzën $y = 3x - 1$
- Përcakto ekuacionin e tangjentes me parabolën $y^2 = -12x$, që formon me boshtin e abshisave këndin 135°
- Llogarit pikën e takimit të drejtëzës $x + 3y + 9 = 0$ tangjente me parabolën $y^2 = 4x$
- Drejtëza $y = kx - 5$ është tangjente me parabolën $x^2 = 20y$. Llogarit vlerën k .

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Kimi
(Lëngjet)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Stuhi mendimeshR Ditari dypjesëshR Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi/ja paraqet detyrën para nxënësve. Nxënësit do të punojnë në çift duke i hedhur mendimet e tyre në lidhje me detyrën në letër dhe pastaj duke i shkëmbyer me shokët. Mësimdhënësi/ja shkruan në tabelë të gjitha idetë e nx.

Detyrë: Është dhënë parabola $x^2 = 4y$ dhe drejtëza $y = x - 1$. Sa pika të përbashkëta ka kjo drejtëz me parabolën?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Jepet drejtëza $y = kx + t$ dhe parabola $y^2 = 2px$. Pikat e përbashkëta të tyre gjenden duke zgjidhur sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{cases} y = kx + t \\ y^2 = 2px \end{cases}$$

Duke zëvendësuar y në ekuacionin e dytë kemi:

$$(kx + t)^2 = 2px \Rightarrow k^2x^2 + 2ktx + t^2 - 2px = 0 \Rightarrow k^2x^2 + 2(kt - p)x + t^2 = 0 \dots (1)$$

Dallori i këtij ekuacioni është:

$$D = 4(kt - p)^2 - 4k^2t^2 = 4k^2t^2 - 8ktp + 4p^2 - 4k^2t^2 = 4p^2 - 8ktp = 4p(p - 2kt).$$

Dallojmë tri raste:

1) $D < 0 \Rightarrow 4p(p - 2kt) < 0 \Rightarrow p - 2kt < 0 \Rightarrow 2kt > p$. Ekuacioni (1) nuk ka rrënjë. Rrjedhimisht, parabola dhe drejtëza nuk kanë pika të përbashkëta. Drejtëza nuk e pret parabolën (fig. 10.15/a).

2) $D > 0 \Rightarrow 4p(p - 2kt) > 0 \Rightarrow p - 2kt > 0 \Rightarrow 2kt < p$. Ekuacioni (1) ka dy rrënjë. Rrjedhimisht, parabola dhe drejtëza kanë dy pika të përbashkëta. Drejtëza e pret parabolën në dy pika (fig. 10.15/b).

3) $D = 0 \Rightarrow 4p(p - 2kt) = 0 \Rightarrow p - 2kt = 0 \Rightarrow 2kt = p$. Ekuacioni (1) ka vetëm një rrënjë. Rrjedhimisht, parabola dhe drejtëza kanë vetëm një pikë të përbashkët. Drejtëza është tangjente me parabolën (fig. 10.15/c).

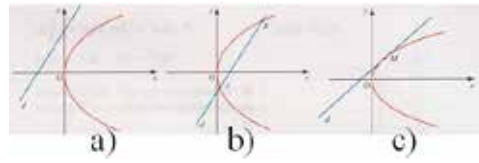


Fig.10.15

Në këtë mënyrë, barazimi $2kt = p$ përbën kushtin që drejtëza $y = kx + t$ të jetë tangjente me parabolën $y^2 = 2px$.

Shënim

1. Në qoftë se drejtëza jepet me ekuacionin e saj të përgjithshëm $Ax + By + C = 0$, gjejmë fillimisht ekuacionin më të thjeshtë të saj. Kemi:

$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$. Zëvendësojmë në kushtin e tangjencës $2kt = p$ dhe kemi:

$2(-\frac{A}{B}) \cdot (-\frac{C}{B}) = p$ nga ku $2 \cdot A \cdot C = B^2 \cdot p$, i cili shpreh kushtin që drejtëza $Ax + By + C = 0$ të jetë tangjente me parabolën $y^2 = 2px$.

2. Në qoftë se parabola jepet me ekuacionin $x^2 = 2py$, pikat e përbashkëta me drejtëzën $y = kx + t$ gjenden duke zgjidhur sistemin e ekuacioneve:

$\begin{cases} y = kx + t \\ x^2 = 2py \end{cases}$. Duke ndjekur arsyetime të ngjashme si edhe në rastin e mëparshëm arrihet në përfundimin se kushti i tangjencës së tyre

është $-\frac{2t}{k^2} = p$.

Shembulli- 1: Drejtëza $y = mx + 1$ është tangjente me parabolën $y^2 = 8x$. Të gjendet m .

Zgjidhje

Kemi $2p = 8 \Rightarrow p = 4$. Zëvendësojmë në kushtin e tangjencës: $2 \cdot m \cdot 1 = 4 \Rightarrow m = 2$.

Shembulli -2: Drejtëza $y = x + t$ është tangjente me parabolën $x^2 = 8y$. Të gjendet t .

Zgjidhje

Janë dhënë $2p = 8 \Rightarrow p = 4$ dhe $k = 1$.

Duke zëvendësuar në kushtin e tangjencës $-\frac{2t}{k^2} = p$ kemi: $-\frac{2t}{1} = 4 \Rightarrow t = -2$.

Shembulli- 3: Të shkruhet ekuacioni i parabolës me kulm në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e abshisave, e cila është tangjente me drejtëzën $y = 3x - 1$.

Zgjidhje

Ekuacioni i parabolës është $y^2 = 2px$. Nga kushti i tangjencës kemi:

$2 \cdot 3 \cdot (-1) = p \Rightarrow p = -6$. Ekuacioni i parabolës është $y^2 = -12x$.

Shembulli 4: Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me parabolën $y^2 = -12x$, e cila formon me boshtin e abshisave këndin 135° .

Zgjidhje

Parametri i parabolës është $p = 6$. Ekuacioni i tangjentes së kërkuar është $y = kx + t$. Kemi

$k = \tan 135^\circ = -1$. Ekuacioni i tangjentes është $y = -x + t$. Nga kushti i tangjencës kemi:

$2 \cdot (-1) \cdot t = -6 \Rightarrow t = 3$. Ekuacioni i tangjentes është $y = -x + 3$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në dyshe mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundimet, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje. Pas bashkëbisedimit, mësuesi/angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë 1: Drejtëza $x + 3y + 9 = 0$ është tangjente me parabolën $y^2 = 4x$. Të gjendet pika e takimit.

Detyrë 2: Drejtëza $y = kx - 5$ është tangjente me parabolën $x^2 = 20y$. Të gjendet k .

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nx. dhe punës së tyre gjatë zhvillimit të orës mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Në parabolën $y^2 = 2px$ të gjendet pika:

- a) ordinata e së cilës është e barabartë me dyfishin e abshisës së saj;
- b) ordinata e së cilës është e barabartë me dyfishin e parametri të parabolës;
- c) me koordinata të barabarta.

2. Të gjenden pikat e prerjes së parabolës $y^2 = 12x$ me elipsin $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

3. Në parabolën $y^2 = 8x$ të gjendet pika me rreze vatrore të barabartë me 20.

4. Rrethi $(x + 6)^2 + y^2 = 100$ dhe parabola $y^2 = 18x$ priten në dy pika A dhe B. Të shkruhet ekuacioni i drejtëzës AB.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësuesit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE**Mësimdhënësi/ja:** _____ **Data:** _____**ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE****Fusha kurrikulare:** MATEMATIKA **Lënda:** MATEMATIKË **Shkalla e kurrikulës:** VI **Klasa:** 12**Tema (nga plani dymujor):****VIJAT E GRADËS SË DYTË****Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):**

- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.
- Shqyrton pozitën reciproke ndërmjet vijave të shkallës së dytë dhe një drejtëze.
- Njehson ekuacionin e tangjentes së vijës së shkallës së dytë në një pikë të saj.
- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2, 5, 9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II. 1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III. 2, 3, 4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1, 2;
5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK - 2, 3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT
MATEMATIK - 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE**Tipi i orës:** Zhvillim**Njësia mësimore:** EKUACIONI I TANGJENTES NË NJË PIKË TË PARABOLËS **Nr. 9****Fjalët kyçe:** parabolë, ekuacion, pikë, tangjente, koeficient këndor, derivat, pingule, paralele.**Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:****Nxënësi/ja:**

- Dallon ekuacionin e tangjentes në një pikë të parabolës.
- Cakton ekuacionin e tangjentes në një pikë të parabolës.
- Interpreton pozitën e tangjentes ndaj parabolës.
- Shpjegon pikëprerjen e tangjentes së parabolës me drejtëzat.

Kriteret e suksesit:

- Cakto pikën e parabolës $x^2 = 4y$ që ka abshisën 2.
- Përcakto ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikën e caktuar më sipër dhe me koeficient këndor k.
- Llogarit vlerën e k nga ekuacioni i drejtëzës i caktuar më lartë dhe që është tangjente me parabolën $x^2 = 4y$.
- Interpretu ekuacionin e tangjentes së parabolës $y^2 = 16x$ pingule me drejtëzën $y = x - 7$ dhe paralele me drejtëzën $2x - y + 5 = 0$.

- Llogarit cilat janë koordinatat e prerjes së tangjentit me drejtëzën $y = 4x - 5$ nëse është dhënë parabola $y^2 = 10x$. - Cakto ekuacionin e tangjentes me parabolën $y^2 = 4x$ në pikën e dhënë $M(1; -2)$. - Në parabolën $x^2 = 12y$, caktoni pikën që tangjentja formon me boshtin e abshisave këndin 45°.
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe.
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë (Trajektorja)
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT E <u>Bashkëbisedim</u> R <u>Të lexuarit në dyshe</u> R <u>Diskutim në çift</u>
FAZAT E ORËS Evokim/Pjesa hyrëse Mësimdhënësi/ja shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Detyrë: a) Gjeni pikën e parabolës $x^2 = 4y$ që ka abshisën 2. b) Shkruani ekuacionin e drejtëzës që kalon nga kjo pikë dhe ka koeficient këndor k. c) Gjeni k që kjo drejtëz të jetë tangjente me parabolën. Realizim/Pjesa kryesore Nxënësit lexojnë tekstin në dyshe dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur në mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj, nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekstin dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënit. Jepet parabola $y^2 = 2px$ dhe pika $M_1(x_1; y_1)$ në të (fig. 10.17). Fig. 10.17 Ekuacioni i tangjentes me parabolën në pikën M_1 është: $y - y_1 = k(x - x_1)$. Nga kuptimi gjeometrik i derivatit kemi $k = f'(x_1)$. Në ekuacionin e parabolës $y^2 = 2px$ derivojmë të dyja anët në lidhje me x. Kemi: $2yy' = 2p \Rightarrow y' = \frac{p}{y}. \text{ Koeficienti këndor i tangjentes është } k = \frac{p}{y_1}.$ Ekuacioni i tangjentes në pikën M_1 është:

$$y - y_1 = \frac{p}{y_1}(x - x_1) \Rightarrow yy_1 - y_1^2 = px - px_1 \Rightarrow yy_1 = px - px_1 + y_1^2 \dots (1)$$

Meqë pika $M_1(x_1; y_1)$ ndodhet në parabolë kemi $y_1^2 = 2px_1$.

Duke zëvendësuar në barazimin (1) kemi: $yy_1 = px - px_1 + 2px_1$ nga ku $yy_1 = p(x + x_1)$, i cili jep ekuacionin e tangjentes me parabolën $y^2 = 2px$ në pikën $M_1(x_1; y_1)$ të saj.

Vërejtje!

Njëlloj vërtetohet se ekuacioni i tangjentes ndaj parabolës $x^2 = 2py$ në pikën (x_1, y_1) të saj është $xx_1 = p(y + y_1)$

Shembulli 1: Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me parabolën $y^2 = 8x$ në pikën $M(2; -4)$.

Zgjidhje

Vëmë re se pika $M(2; -4)$ ndodhet në parabolë. Me të vërtetë: $(-4)^2 = 8 \cdot 2$.

Ekuacioni i tangjentes së kërkuar është: $y \cdot (-4) = 4(x + 2) \Rightarrow x + y + 2 = 0$.

Shembulli 2: Të shkruhet ekuacioni i tangjentes së parabolës $y^2 = 16x$, e cila është:

a) pingule me drejtëzën $y = x - 7$;

b) paralele me drejtëzën $2x - y + 5 = 0$.

Zgjidhje

a) Ekuacioni i tangjentes së kërkuar është: $y = -x + t$ (pse?).

Nga kushti i tangjencës kemi: $2kt = p \Rightarrow 2(-1)t = 8 \Rightarrow t = -4$.

Ekuacioni i tangjentes është: $y = -x - 4$.

b) Ekuacioni i tangjentes së kërkuar është $2x - y + c = 0$ (pse?).

Nga kushti i tangjencës kemi: $2 \cdot A \cdot C = B^2 \cdot p \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot C = 8 \Rightarrow C = 2$.

Ekuacioni i tangjentes është: $2x - y + 2 = 0$.

Shembulli 3: Jepet parabola $y^2 = 10x$. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve të saj në pikat e prerjes me drejtëzën $y = 4x - 5$.

Zgjidhje

Pikat e prerjes së parabolës me drejtëzën gjenden duke zgjidhur sistemin e ekuacioneve:

$$\begin{cases} y = 4x - 5 \\ y^2 = 10x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 5 \end{cases} \text{ ose } \begin{cases} x = \frac{5}{8} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Pikat e prerjes janë } M_1\left(\frac{5}{2}, 5\right); M_2\left(\frac{5}{8}, -\frac{5}{2}\right).$$

Ekuacionet e tangjenteve janë:

në pikën M_1 : $y \cdot 5 = 5\left(x - \frac{5}{2}\right) \Rightarrow 2x - 2y + 5 = 0$;

në pikën M_2 : $y \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 5\left(x + \frac{5}{8}\right) \Rightarrow 8x + 4y + 5 = 0$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësuesi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë 1: Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me parabolën $y^2 = 4x$ në pikën $M(1; -2)$.

Detyrë 2: Në cilën pikë të parabolës $x^2 = 12y$, tangjentja formon me boshtin e abshisave këndin 45° ?

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës së nx. në çift

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të shkruhet ekuacioni i tangjentes së parabolës $y^2 = x$ në pikën me ordinatë -2 .
2. Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me parabolën $y^2 = 16x$, e cila është paralele me drejtëzën $x - y + 2 = 0$.
3. Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me parabolën $y^2 = 4x$, e cila është pingule me drejtëzën $x + y + 1 = 0$.
4. Të shkruhet ekuacioni i tangjentes me parabolën $y^2 = 4x$, e cila formon këndin 60° me boshtin e abshisave.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga –plani dy mujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dy mujor)

- Interpreton pozitën reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.
- Zbaton vijat e shkallë së dytë në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultatet e temës.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I. 2, 5, 9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III. 2, 3, 4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE - 3; 2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1, 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK - 2, 3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK - 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Ushtrime

Njësia mësimore: USHTRIME PËR KREUN Nr. 10

Fjalët kyçe: hiperbolë, parabolë, ekuacion, pikëprerje, abshisa, pika, tangjente, boshte koordinative.

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- Dallon tangjentet e parabolës.
- Cakton ekuacionin e tangjentes së parabolës në një pikë.
- Përcakton pozitën e tangjentes së hiperbolës ndaj drejtëzës.
- Llogarit largesën ndërmjet qendrave të rathëve.
- Interpretton pozitën e parabolës në një pikë ndaj boshteve koordinative.
- Arsyeton pozitën e drejtëzës dhe parabolës.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit syprinën e trekëndëshit të kufizuar nga tangjentja e formuar nga pika e caktuar $M(2; -2)$ e parabolës $y^2 = 2x$ dhe boshtet koordinative
- Cakto ekuacionin e tangjentes që kalon nëpër pikën $M(3; -4)$ të parabolës $y^2 = 4x$
- Në hiperbolën e dhënë $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$, cakto pikën A në kuadrantin e parë, në të cilën tangjentja me hiperbolën është paralele me drejtëzën $2x - y + 7 = 0$
- Interpretto ekuacionin e parabolës që kalon nga pika A e caktuar më lartë me kulm në origjinën e koordinatave dhe simetrike me boshtin e abshisave
- Arsyeto kushtin se për çfarë vlere të m drejtëza $y = mx + 1$ dhe parabola $y^2 = 2x$ priten, janë tangjente apo nuk kanë pika të përbashkëta.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta punuese.

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë	Fizikë
(Orbitat e Keplerit)	(Trajektorja)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT**

E Mendo/ puno në dyshe/ thuaja grupit

R Ditari dypjesësh

R Rishikim në grupim

FAZAT E ORËS**Evokim/Pjesa hyrëse**

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësuesi i udhëzon që t'i u tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Detyrë: Në pikën $M(2; -2)$ të parabolës $y^2 = 2x$ ndërtohet tangjentja me të. Të gjendet syprina e trekëndëshit të kufizuar nga kjo tangjente dhe boshtet koordinative.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësuesi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësuesi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësuesi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Shembulli 1: Nga pika $M(3; -4)$ ndërtohen tangjentet ndaj parabolës $y^2 = 4x$. Të shkruhen ekuacionet e tyre.

Zgjidhje

Vëmë re se pika M nuk ndodhet në hiperbolë. Me të vërtetë: $(-4)^2 \neq 4 \cdot (3)$.

Ekuacionet e tangjenteve kanë trajtën $y = kx + t$. Meqë pika M ndodhet në tangjente, koordinatat e saj vërtetojnë këtë ekuacion. Pra $-4 = 3k + t \dots (1)$.

Nga kushti i tangjencës së drejtëzës me parabolën kemi: $2kt = 2 \dots (2)$

Me ekuacionet (1) dhe (2) formojmë sistemin:

$$\begin{cases} 3k + t = -4 \\ 2kt = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = -1 \\ t_1 = -1 \end{cases} \text{ ose } \begin{cases} k_2 = -\frac{1}{3} \\ t_2 = -3 \end{cases}.$$

Ekuacionet e tangjenteve janë $y = -x - 1$ ose $y = -\frac{1}{3}x - 3$.

Shembulli 2: Jepet hiperbola $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

a) Të gjendet pika A e kuadrantit të parë, në të cilën tangjentja me hiperbolën është paralele me drejtëzën $2x - y + 7 = 0$.

b) Të shkruhet ekuacioni i parabolës me kulm në origjinën e koordinatave, simetrike në lidhje me boshtin e abshisave, e cila kalon nga pika A .

Zgjidhje

a) Tangjentja me hiperbolën ka ekuacionin $2x - y + C = 0$. Nga kushti i tangjencës kemi:

$$a^2 \cdot A^2 - b^2 \cdot B^2 = C^2 \Rightarrow 4 \cdot 4 - 12 \cdot 1 = C^2 \Rightarrow C = \pm 2.$$

Ekuacionet e tangjenteve janë $2x - y + 2 = 0$ ose $2x - y - 2 = 0$.

Pikat e takimit gjenden duke zgjidhur sistemet:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1(-4; -6) \text{ ose } \begin{cases} \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1 \\ 2x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_2(4; 6).$$

Për kushtet e problemit pranohet pika A_2 .

b) Ekuacioni i parabolës është $y^2 = 2px$. Zëvendësojmë koordinatat e pikës A_2 . Kemi: $36 = 2p \cdot 4 \Rightarrow p = \frac{9}{2}$. Ekuacioni i parabolës është $y^2 = 9x$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit ndahen në grupe varësisht prej numrit të tyre. Mësuesi/ja shpërndan te secili grup nga një fletë, në të cilën shtrihet detyra e kërkuar. Pastaj, kur grupet ta kryejnë punën, fletat përcillen nga njëri grup te tjetri, derisa të gjitha grupet t'i shkruajnë mendimet e tyre lidhur me detyrën apo t'i plotësojnë mendimet që i kanë dhënë grupet e tjera.

Detyrë:

Jepet parabola $y^2 = 2x$ dhe drejtëza $y = mx + 1$. Për ç'vlerë të m drejtëza dhe parabola:

- a) priten; b) janë tangjente; c) nuk kanë pika të përbashkëta.

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve gjatë orës mësimore dhe punës së tyre në grup.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Në cilën pikë të parabolës $y^2 = 15x$, tangjentja formon me boshtin e abshisave këndin 45° ?
2. Të shkruhen ekuacionet e tangjenteve me parabolën $y^2 = 4x$ në pikat e prerjes së saj me drejtëzën $3x + 2y + 1 = 0$.
3. Ekuacioni i një tangjenteje të hiperbolës $x^2 - 4y^2 = 12$ është $x - y - 3 = 0$. Të gjenden koordinatat e pikës së takimit.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor)

- Përkufizon vijat e shkallës së dytë (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola si pasojë e prerjeve të sipërfaqeve konike).
- Identifikon ekuacionin e rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës përmes koncepteve bazë e prerjeve konike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I. 2, 5, 9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1; III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III. 2, 3, 4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE- 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1, 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1; 6. MODELIMI MATEMATIK- 2, 3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: EKUACIONI I PËRBASHKËT I KONIKEVE

Nr.: 11

Fjalët kyçe: prerje konike, rreth, elipsë, hiperbolë, parabolë.
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: Nxënësi/ja: - Dallon prerjet konike. - Shpjegon rrethin, elipsën, parabolën dhe hiperbolën. Kriteret e suksesit: - Përcakton prerjet konike të rrethit, elipsës, hiperbolës dhe parabolës, bazuar në figurat e dhëna.
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: Libri, tabela, shkumësi/markeri, fleta shumëngjyrëshe, projektori, interneti. https://www.youtube.com/watch?v=HO2zAU3Eppo https://www.youtube.com/watch?v=XLdIYhVwV0w
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Arkitekturë (Projeksionet)
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT E <u>Kllaster</u> R <u>Leksion i përparuar</u> R <u>Ese 10 min</u>
FAZAT E ORËS Evokim/Pjesa hyrëse Mësimdhënësi/ja kërkon nga nxënësi që të paraqesin në mënyrë të pavarur mendimet e tyre lidhur me pyetjen e përcaktuar nga ai/ajo. Në fletat shumëngjyrëshe që iu shpërndan nxënësve, kërkon që secili prej tyre të shënojë në to përgjigjen dhe ta vendosë në tabelë. Çfarë nënkuptoni me fjalën <i>konike</i>? 
Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe së bashku shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësuesi/mësuesja i udhëzon që t'u tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e nxënësve dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimit), si dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Vijat, ekuacionet e të cilave në sistemin koordinativ xOy janë ekuacione të gradës së dytë me dy ndryshore x, y (rrethi, elipsi, hiperbola dhe parabola) janë njohur që në kohën e Grekisë së vjetër. Ato janë shqyrtuar si prerje të sipërfaqes konike me plane. Është kjo arsyeja që ato quhen edhe **prerje konike**.

Ndonëse me metoda studimi të ndryshme nga ato që përdorim sot (për arsye se në Greqinë e vjetër nuk njihet metoda e koordinatave), matematikanët grekë kanë njohur shumë mirë vetitë e prerjeve konike. Rëndësia e studimit të tyre u ligjërua në mënyrë të veçantë pasi Kepleri zbuloi që lëvizja e trupave qiellorë kryhej sipas trajektoresh që janë prerje konike. Ja një interpretim gjeometrik i tyre. E presim konin me plane që nuk kalojnë nga kulmi i tij (fig. 10.19).

1. Në qoftë se plani prerës është pingul me boshtin e konit, atëherë prerja është **rreth**.
2. Në qoftë se plani prerës nuk është paralel me asnjë përfutuese të konit, atëherë prerja është **elips**.
3. Në qoftë se plani prerës është paralel me një përfutuese të konit, atëherë prerja është **parabolë**.
4. Në qoftë se plani prerës është paralel me boshtin e konit atëherë prerja është **hiperbolë**.

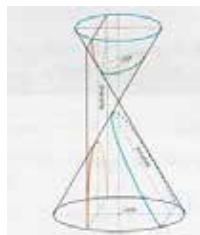


Fig. 10.19

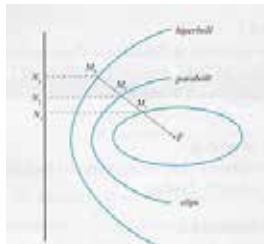


Fig. 10.20

Duke i bashkuar në një të vetëm përfundimet e arritura për elipsin, hiperbolën dhe parabolën, në lidhje me vatrën dhe vijën drejtuese përkatëse, japim këtë përkufizim:

Prerje konike quhet bashkësia e pikave të planit, raporti i largesave të të cilave nga një pikë fikse (vatra) dhe një drejtëz fikse (vija drejtuese) është madhësi konstante (fig. 10.20).

Në mënyrë të veçantë:

Për elipsin: $\frac{FM_1}{M_1N_1} = e < 1;$

Për parabolën: $\frac{FM_2}{M_2N_2} = e = 1;$

Për hiperbolën: $\frac{FM_3}{M_3N_3} = e > 1.$

Ekuacioni i përbashkët i konikeve sipas përcaktimit metrik

Për të gjitha koniket ka një konstante që i karakterizon ato.

Ekziston një drejtëz d dhe një pikë e caktuar F (që nuk ndodhet në d), kundrejt të cilave të gjitha pikat, për secilën konike, kanë *vetinë e raportit të largesave*:

$$\frac{\text{Largesa e secilës pikë } M \text{ të konikes nga pika } F}{\text{Largesa e kësaj pike } M \text{ nga drejtëza } d} = \text{konstante}.$$

Këtë konstante e shënojmë me e dhe e quajmë *jashtëqendërsi* të konikes. Shihni rastet në figurën 10.21. Drejtëza d quhet *vijë drejtuese* e konikes, kurse pika F – *vatër* e saj. Kemi këto raste:

Për parabolën $e = 1$; për elipsin $e < 1$; për hiperbolën $e > 1$.

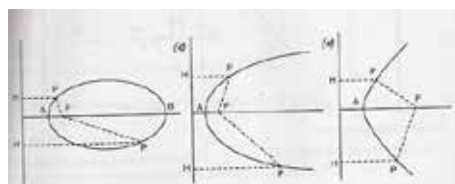


Fig. 10.21

Ekuacionet e konikeve mund të gjenden duke u mbështetur në vetinë e formuluar më sipër.

Le të shqyrtojmë pikën e caktuar F dhe drejtëzën e caktuar d , që nuk kalon nga F . Le të jetë M një pikë e çfarëdoshme e planit. Shënojmë me H këmbën e pingules së hequr nga pika M ndaj drejtëzës d . Largesat MF dhe MH të pikës M përkatësisht nga pika F

dhe nga drejtëza d ndryshojnë në varësi të pikës M , por raporti i tyre nuk ndryshon: $\frac{MF}{MH} = e$.

Zgjedhim sistemin koordinativ si në figurën 10.22. Marrim boshtin e abshisave në drejtëzën (DF), që kalon nga pika F dhe është pingule me drejtëzën d . Si origjinë marrim pikën O të segmentit $[DF]$ që e ndan këtë segment në raportin e , d.m.th. $\frac{OF}{OD} = e$. Me

këtë sigurohemi që konikja kalon nëpër origjinën e sistemit koordinativ.

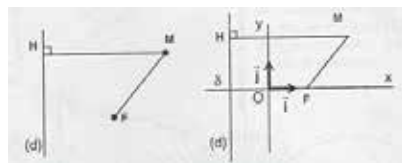


Fig. 10.22

Në sistemin koordinativ të zgjedhur, koordinatat e pikës F le të jenë $(f; 0)$. Pra, $F(f; 0)$.

Ekuacioni i drejtëzës d le të jetë $x = s$. Nëse koordinatat e pikës M janë $M(x; y)$, atëherë koordinatat e pikës H janë $H(s; y)$. Kemi

$$MF = \sqrt{(f-x)^2 + y^2} \text{ dhe } MH = |s-x|$$

Shqyrtojmë bashkësinë e pikave të planit që vërtetojnë barazimin $\frac{MF}{MH} = e$ (1)

Ky barazim është i njëvlershëm me barazimin $MF = e \cdot MH$, d.m.th. është i njëvlershëm edhe me barazimin $(MF)^2 = e^2 \cdot (MH)^2$, pra edhe me barazimin

$$(f-x)^2 + y^2 = e^2(s-x)^2 \quad (2).$$

Kështu, pika $M(x; y)$ e planit ndodhet në bashkësinë (koniken) e shqyrtuar atëherë dhe vetëm atëherë kur koordinatat e saj vërtetojnë ekuacionin (2). Ekuacioni (2) është ekuacioni i konikes së shqyrtuar.

Me shndërrime të njëvlershme ky ekuacion sillet në trajtën:

$$(1-e^2)x^2 + y^2 - 2(f-e^2s)x + (f^2 - e^2s^2) = 0 \quad (3)$$

Meqenëse $\frac{OF}{OD} = e$, kemi $OF = e \cdot OD$, d.m.th. $|f| = e \cdot |s|$. Por O, F ndodhen në gjysmëboshte të kundërta të boshtit të abshisave,

prandaj abshisat e tyre f dhe s kanë shenja të kundërta. Pra, $f = -e \cdot s$.

Duke bërë këtë zëvendësim në ekuacionin (3), marrim këtë ekuacion të përbashkët për koniket: $(1-e^2) \cdot x^2 + y^2 - 2f(1+e)x = 0$

Pas leximit rishikohen listat, nëse ka gjëra që janë lexuar dhe i kemi në listë dhe cilat janë gjërat e reja që janë mësuar radhiten në listë. Nëse pjesët e lexuara nuk kanë ndonjë shkëputje logjike, vazhdohet kështu me lexime dhe me plotësimin e listës së ideve deri në fund të mësimit. Por nëse kemi problem të ri, shkëputje logjike në njësinë mësimore, atëherë rifillo procesin, duke angazhur prapë çiftet, për të formuar listë të re ideshë.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit shkruajnë në mënyrë individuale një ese 10-minutëshe lidhur me temën “Konikët përreth nesh”. Pastaj punimet e tyre merren për analizim dhe vlerësim të mëtutjeshëm nga ana e mësimitdhënësit/es.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i aktivitetit të nxënësve dhe punës individuale të tyre.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

- Punë e pavarur (Përzgjedhja e mësimeve të mësuesit/es)

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimeve të mësuesit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësuesi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

VIJAT E GRADËS SË DYTË

Rezultati i të nxënësve të temës (nga plani dymujor):

- Interpretim pozitë reciproke të vijave të gradës së dytë në trajtë analitike dhe gjeometrike.
- Zbaton vijat e shkallës së dytë në zgjidhjen e problemeve të ndryshme.
- Përdor gjuhën matematike dhe teknologjinë për të marrë dhe për të dhënë informacione për rezultatet e temës.

Rezultatet e të nxënësve për kompetencat kryesore të shkollës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.2; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1, 5, 8; III. KOMPETENCA E TË NXËNËSIT: III. 2, 3, 4

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

1. ZGJIDHJA E PROBLEMEVE - 3; 2. ARSYETIMET DHE VËRTETIMET MATEMATIKE - 1; 3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS - 1, 2; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE - 1; 6. MODELIMI MATEMATIK - 2, 3; 7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK - 1

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Vlerësim

Njësia mësimore: DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr. 13

Fjalët kyçe: ekuacion, hiperbola, vatër, jashtëqendërsia, parabola, vijë drejtuese, tangjente, asimptotën, gjysmëboshte, largesa, pika, koordinata, paralele, pingule.

Rezultati/et e të nxënësve për orë mësimore:

Nxënës/ja:

- Zbaton ekuacionet e hiperbolës dhe parabolës në zgjidhjen e detyrave të ndryshme

Kriteret e suksesit:

- Zgjidh detyrat e caktuara në fletat punuese.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese.	
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:	
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE	
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT E <u>Stuhi mendimesh</u> R <u>Ditari dypjesësh</u> R <u>Ditari dypjesësh</u>	
FAZAT E ORËS Evokim/Pjesa hyrëse Mësimdhënësi/ja u shpërndan detyrat nxënësve do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.	
Realizim/Pjesa kryesore Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi/ja i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.	
Reflektim/Pjesa përfundimtare Nxënësit në fletat punuese fillojnë të zgjidhin detyrat, ku në anën e majtë e kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi/ja i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.	
VLERËSIMI I NXËNËSVE	
Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.	
DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR	
/	
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore	
Zgjedhja e mësimdhënësit/es sa i përket rrjedhës së orës mësimore.	

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

NJËSIMI I INTEGRALIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Njeh termat, faktet, parimet dhe konceptet bazë të integralit të pacaktuar.
- Gjen funksionin primitiv të disa funksioneve elementare, duke kuptuar procesin e gjetjes së tyre si proces të anasjelltë të derivimit.
- Përvetëson dhe përdor vetinë e integralit të pacaktuar.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 11.1 Integrali i pacaktuar Nr.:1

Fjalët kyçe: funksion, derivat, primitiv, integral, tabelë, veti, përkufizim, teoremë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- identifikon integralin;
- përkufizon integralin e pacaktuar;
- dallon funksionin primitiv;
- zbaton vetitë e integralit të pacaktuar;
- përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.

Kriteret e suksesit:

- Sipas përkufizimit 1, gjeni funksionet që kanë si primitivë: a) $y = x^2$; b) $y = 2x$; c) $y = 3\sqrt{x}$.
- Vërteton se $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + c$ dhe $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c$
- Zbaton tabelën e integraleve për: $\int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$ $\int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Gjeni një funksion, derivati i të cilit në çdo pikë $x > 0$ të jetë:

- a) $2x$; b) $-\sin x$; c) $\frac{1}{x}$. A është i vetëm ai?

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Përkufizim: Funksioni që ka derivat të barabartë me $f(x)$ në çdo pikë të intervalit I quhet primitivë e funksionit $y=f(x)$ në I .

Kemi: $F'(x) = f(x) \quad \forall x \in I$

Detyrë

a) Funksioni $F: y = x$ është primitivë e funksionit $f: y = 1$ në $\mathbb{R}$, sepse $x' = 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Funksioni $F: y = x^2$ është primitivë e funksionit $f: y = 2x$, sepse $(x^2)' = 2x \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

c) Funksioni $F: y = \sin x$ është primitivë e funksionit $f: y = \cos x$, sepse $(\sin x)' = \cos x \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Funksioni $F: y = 3x^2$ është primitivë e funksionit $f: y = 6x$, sepse $(3x^2)' = 6x \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Vëmë re se dhe funksioni $y = 3x^2 + c, c \in \mathbb{R}$, është primitivë e funksionit f , sepse $(3x^2 + c)' = 6x$. Ka vend teorema:

Teoremë 1: Në qoftë se F është primitivë e funksionit f në I , atëherë të gjitha funksionet e formës $F + c$, ku c është konstante, janë primitiva të funksionit f në I .

Teoremë 2: Nëse F është një primitivë e funksionit f në I , atëherë çdo primitivë e f në I mund të paraqitet në trajtën $F + c$, ku c është një konstante.

Përkufizimi 2: Shprehja $F + c$ quhet integral i pacaktuar i funksionit f në I dhe shënohet $\int f(x)dx$, (lexohet “integrali i pacaktuar i funksionit f ”).

Vetia e parë: Derivati i integralit të pacaktuar është i barabartë me funksionin nën integral $\left[\int f(x)dx \right]' = f(x)$.

Vetia e dytë: Diferenciali i integralit të pacaktuar është i barabartë me shprehjen nën integral $d \left[\int f(x)dx \right] = f(x)dx$.

Vetia e tretë: Integrali i diferencialit të një funksioni është i barabartë me funksionin nën diferencial. Pra $\int d[F(x) + c] = F(x) + c$.

Vetia e katërt: Integrali i pacaktuar i prodhimit të një konstanteje me një funksion të integrueshëm në I është i barabartë me prodhimin e konstantes me integralin e funksionit. Pra: $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

Vetia e pestë: Integrali i pacaktuar i shumës së disa funksioneve të integrueshme është i barabartë me shumën e integraleve të secilit funksion. $\int [f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx + \dots + \int f_n(x)dx$

Detyrë

Të vërtetohet se: $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c$ (1)

Vërtetim

$$\left(\frac{x^3}{3} + c\right)' = \left(\frac{x^3}{3}\right)' + c' = \frac{3x^2}{3} = x^2 \text{ në bazë të vetisë së parë, barazimi (1) është i vërtetë.}$$

b) Të vërtetohet se: $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$ (2)

Vërtetim

$$(\operatorname{tg} x + c)' = (\operatorname{tg} x)' + c' = \frac{1}{\cos^2 x} \text{ në bazë të vetisë së parë, barazimi (2) është i vërtetë.}$$

Tabela e integraleve

- | | | |
|---|--|---|
| 1. $\int dx = x + c$ | 2. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c (\alpha \neq -1)$ | 3. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$ |
| 4. $\int \sin x dx = -\cos x + c$ | 5. $\int \cos x dx = \sin x + c$ | 6. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$ |
| 7. $\int e^x dx = e^x + c$ | 8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$ | 9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + c$ |
| 10. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + c$ | 11. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 + a^2} \right + c$ | |
| 12. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$ | 13. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctg x + c$ | |

Detyrë

Të njehsohet: $\int (3x^2 - 2x + 5)dx$

Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int (3x^2 - 2x + 5)dx &= \int 3x^2 dx - \int 2x dx + \int 5 dx = 3 \int x^2 dx - 2 \int x dx + 5 \int dx = \\ &= \frac{3x^3}{3} + c_1 - \frac{2x^2}{2} + c_2 + 5x + c_3 = x^3 - x^2 + 5x + c. \end{aligned}$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbledhen nga mësuesi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

Të njehsohet: $\int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$

Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx &= \int \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} dx = \int (x^2 + x + 1) dx = \int x^2 dx + \int x dx + \int dx = \\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c. \end{aligned}$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx$

Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx &= \int \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} dx = \int (\cos x + \sin x) dx = \\ &= \int \cos x dx + \int \sin x dx = \sin x - \cos x + c. \end{aligned}$$

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Tregoni që barazimet e mëposhtme janë të vërteta:

a) $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + c$; $\int \frac{x^3}{4} dx = \frac{x^4}{16} + c$; $\int (x+2)^2 dx = \frac{(x+2)^3}{3} + c$.

b) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$; $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + c$; $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c$.

c) $\int e^x dx = e^x + c$; $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + c$.

d) $\int 2 \sin x \cos x dx = \sin^2 x + c$; $\int \sin 2x dx = -\cos^2 x + c$.

2. Të njehsohen integralet:

a) $\int (x^2 - x + 2) dx$; $\int \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$; $\int \left(x + \frac{1}{x} - 2\right) dx$.

b) $\int (e^x + \sin x) dx$; $\int \left(2e^x + 2 \cos x - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$; $\int \left(x + \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$.

c) $\int (3^x - x + x^3) dx$; $\int \left(x^2 - 2x - \sin x + \frac{1}{x}\right) dx$; $\int (e^x - a^x + 2^x) dx$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

NJËSIMI I INTEGRALIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përvetëson dhe përdor vetinë e integralit të pacaktuar.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.
- Përdor shndërrime të thjeshta të diferencialit për njësimin e integralit.
- Zbaton integralin e pacaktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 11.2 Integrimi i drejtpërdrejtë. Shndërrime nën shenjën e diferencialit Nr.: 2

Fjalët kyçe: funksion, derivat, diferencial, shndërrim, integral, tabelë, veti, teoremë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon integralin e pacaktuar.
- Përdor shndërrime të thjeshta të diferencialit për njësimin e integralit.
- Zbaton vetitë e integralit të pacaktuar.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.

Kriteret e suksesit:

- Shndërron në diferencial dhe më pas njëson integralin: $\int (2x + 5)^{10} dx$.
- Zbaton tabelën e integraleve për të njësuar integralin: $\int \left(\frac{2x^4 - 3x^2 - 1}{x} \right) dx$.
- Përkthuan zgjidhjen e integralit: $\int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$.
- Analizon zgjidhjen e integralit: $\int \frac{7}{x^2 - 6} dx$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Arkitekturë
Ndërtimtari

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E klasterR Di/Dua të di/MësovaR Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi kërkon nga nxënësit në mënyrë të lirë të paraqesin mendimet e tyre lidhur me temën e përcaktuar nga ai. Rikujton tabelën e integraleve për funksionet elementare?

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Detyrë

Të njehsohet: $\int (8x^3 - 3x^2 + 4x - 1) dx$.

Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int (8x^3 - 3x^2 + 4x - 1) dx &= \int 8x^3 dx - \int 3x^2 dx + \int 4x dx - \int dx = \\ &= 8 \int x^3 dx - 3 \int x^2 dx + 4 \int x dx - \int dx = 8 \frac{x^4}{4} - 3 \frac{x^3}{3} + 4 \frac{x^2}{2} - x + c = \\ &= 2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + c. \end{aligned}$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int \left(\frac{2x^4 - 3x^2 - 1}{x} \right) dx$.

Zgjidhje

$$\begin{aligned} \int \left(\frac{2x^4 - 3x^2 - 1}{x} \right) dx &= \int \left(\frac{2x^4}{x} - \frac{3x^2}{x} - \frac{1}{x} \right) dx = \int 2x^3 dx - \int 3x dx - \int \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{2x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + c = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + c. \end{aligned}$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$.

Zgjidhje

$$\int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} \right) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx - \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \operatorname{tg} x + \cot x + c.$$

Detyrë

Të njehsohet : $\int \frac{7}{x^2 - 6} dx$.

Zgjidhje

$$\int \frac{7}{x^2 - 6} dx = 7 \int \frac{1}{x^2 - (\sqrt{6})^2} dx = 7 \cdot \frac{1}{2(\sqrt{6})} \ln \left| \frac{x - \sqrt{6}}{x + \sqrt{6}} \right| + c = \frac{7}{2\sqrt{6}} \ln \left| \frac{x - \sqrt{6}}{x + \sqrt{6}} \right| + c$$

Teoremë: Nëse $u = u(x)$ është një funksion i derivueshëm dhe $\int f(x)dx = F(x) + c$, atëherë

$$\int f(u)du = F(u) + c.$$

Formulat e integritimit e ruajnë trajtën e vet nëse tek ato zëvendësohet x me një funksion u të derivueshëm.

Më poshtë do të marrim tabelën e diferencialit të funksionit:

$$1. dx = d(x + b)$$

$$2. dx = \frac{1}{a} d(ax)$$

$$3. dx = \frac{1}{a} d(ax + b)$$

$$4. xdx = \frac{1}{2} d(x^2)$$

$$5. x^n dx = \frac{1}{n+1} d(x^{n+1}), n \in \mathbb{N}$$

$$6. x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} d(x^{\alpha+1}), (\alpha \neq -1)$$

$$7. \frac{dx}{x} = d(\ln|x|)$$

$$8. e^x dx = d(e^x)$$

$$9. \cos x dx = d(\sin x)$$

$$10. \sin x dx = d(-\cos x)$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int (2x + 5)^{10} dx$.

Zgjidhje

$$\text{Vëmë re se: } d(2x + 5) = (2x + 5)' dx = 2 dx \Leftrightarrow dx = \frac{1}{2} d(2x + 5)$$

Atëherë: $\int (2x + 5)^{10} dx = \int (2x + 5)^{10} \cdot \frac{1}{2} d(2x + 5)$. Duke shënuar $u = 2x + 5$ kemi

$$= \frac{1}{2} \int u^{10} d(u) = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{11}}{11} + c = \frac{1}{2} \frac{(2x + 5)^{11}}{11} + c = \frac{(2x + 5)^{11}}{22} + c$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int \frac{2}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$.

Zgjidhje

$$\int \frac{2}{\sqrt[3]{2x+1}} dx = \int \frac{2}{(2x+1)^{\frac{1}{3}}} dx = \int 2(2x+1)^{-\frac{1}{3}} dx$$

$$\text{Vëmë re se: } d(2x + 1) = (2x + 1)' dx = 2 dx \Leftrightarrow dx = \frac{1}{2} d(2x + 1).$$

Atëherë: $\int \frac{2}{\sqrt[3]{2x+1}} dx = 2 \int (2x+1)^{-\frac{1}{3}} dx = 2 \int (2x+1)^{-\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{2} d(2x+1).$

Duke shënuar $u = 2x + 1$, marrim: $2 \cdot \frac{1}{2} \int u^{-\frac{1}{3}} d(u) = \frac{u^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + c = \frac{3}{2} u^{\frac{2}{3}} + c = \frac{3}{2} (2x+1)^{\frac{2}{3}} + c.$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mbliidhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

Të njehsohet: $\int x(1-x^2)^4 dx$

Zgjidhje

Vëmë re se: $d(1-x^2) = (1-x^2)' dx = -2x dx \Leftrightarrow x dx = -\frac{1}{2} d(1-x^2).$

Atëherë: $\int x(1-x^2)^4 dx = \int (1-x^2)^4 x dx = \int (1-x^2)^4 \left(-\frac{1}{2}\right) d(1-x^2).$ Duke shënuar $1-x^2 = u$, marrim:

$$-\frac{1}{2} \int u^4 d(u) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u^5}{5} + c = -\frac{1}{2} \frac{(1-x^2)^5}{5} + c = -\frac{(1-x^2)^5}{10} + c.$$

Detyrë

Të njehsohet $\int \sin 2x dx.$

Zgjidhje

Vëmë re që $dx = \frac{1}{2} d(2x).$ Prandaj $\int \sin 2x dx = \int \sin 2x \cdot \frac{1}{2} d(2x).$

Duke shënuar $u = 2x$, marrim $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin u du = \frac{1}{2} (-\cos u) + c = -\frac{1}{2} \cos 2x + c.$

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të njehsohen integralet:

1. $\int \frac{x^4 - 3x^2 - x - 1}{x^3} dx;$

$\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} dx;$

$\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} dx.$

2. $\int \frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1} dx;$

$\int \frac{e^{2x} - e^x}{e^x} dx;$

$\int \frac{3^{2x} + 2 \cdot 3^x}{3^x} dx;$

3. $\int \frac{(x^2 - 1)^2}{x} dx;$

$\int \frac{(2-x)^3}{x^2} dx;$

$\int \frac{(1+x)^3}{x^3} dx.$

4. $\int \cos x \cdot \operatorname{tg} x dx;$

$\int \sin x \cdot \cot x dx;$

$\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin^2 x + \cos^2 x} dx$

2. Të njehsohen integralet:

1. $\int (x+5)^7 dx;$	$\int (2x-3)^4 dx;$	$\int (1-3x)^5 dx;$	$\int (x+2)^{\frac{3}{2}} dx.$
2. $\int \sqrt{5-x} dx;$	$\int \sqrt[3]{3x-2} dx;$	$\int \sqrt[5]{(4-7x)^3} dx.$	
3. $\int \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx;$	$\int \frac{1}{\sqrt[3]{1-3x}} dx;$	$\int \frac{2}{\sqrt[4]{(3+5x)^3}} dx.$	
Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore			

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

NJËSIMI I INTEGRALIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përvetëson dhe përdor vetinë e integralit të pacaktuar.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.
- Përdor shndërrime të thjeshta të metodës së zëvendësimit për njësimin e integralit.
- Zbaton integralin e pacaktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: Integrimi me zëvendësim Nr.: 3

Fjalët kyçe: funksion, derivat, zëvendësim, integral, tabelë, veti, përkufizim, teoremë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon pjesën e funksionit e cila duhet të zëvendësohet për tu integruar.
- Kupton metodën e zëvendësimit për të gjetur integralin e pacaktuar.
- Analizon zgjidhjen e integralit të pacaktuar me metodën e zëvendësimit.

Kriteret e suksesit:

- Zbato metodën e zëvendësimit për të njësuar integralin $\int \frac{1}{\sqrt{x+5}} dx$.

- Tregon se duhet të merren dy zëvendësime për të njësuar integralin $\int \frac{1}{5-\sqrt{x}} dx$;

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Bashkëbisedim**R Di/Dua të di/Mësova****R Mendo/puno në dyshë/thua ja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nx.bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegon njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Duke bërë zëvendësimi $\sqrt{x} - 3 = t$, njehsoni integralet:

$$\text{a) } \int (\sqrt{x} - 3)^5 dx ; \quad \text{b) } \int \frac{dx}{\sqrt{x} - 3} .$$

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Në integralin $\int f(x)dx$ bëhet zëvendësimi $x = g(t)$, ku g është një funksion i t , që ka funksion të anasjellë dhe derivat të vazhdueshëm. Atëherë:

$$f(x) = f[g(t)] ; \quad dx = g'(t)dt ; \quad \int f(x)dx = \int f[g(t)] g'(t)dt$$

Detyrë

Gjeni $\int \frac{1}{\sqrt{x} + 5} dx$.

Zgjidhje

- Zëvendësojmë $\sqrt{x} = t$.
- Del: $x = t^2$. Pra, $dx = 2t dt$.
- Atëherë, integrali shkruhet:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{x} + 5} dx &= \int \frac{2t}{t + 5} dt = 2 \int \frac{t}{t + 5} dt = 2 \int \frac{t + 5 - 5}{t + 5} dt = 2 \int \left(\frac{t + 5}{t + 5} - \frac{5}{t + 5} \right) dt = \\ &= 2 \int dt - 10 \int \frac{1}{t + 5} dt = 2 \int dt - 10 \int \frac{1}{t + 5} d(t + 5) = 2t - 10 \ln |t + 5| + c . \end{aligned}$$

- Në shprehjen e fundit, zëvendësojmë $t = \sqrt{x}$ dhe gjejmë:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x} + 5} dx = 2\sqrt{x} - 10 \ln |\sqrt{x} + 5| + c .$$

Detyrë

Gjeni $\int x\sqrt{x-1} dx$.

Zgjidhje

- Zëvendësojmë $\sqrt{x-1} = t$.
- Del: $x = t^2 + 1$. Pra, $dx = 2t dt$.
- Atëherë, integrali shkruhet:

$$\int x\sqrt{x-1} dx = \int (t^2 + 1) \cdot t \cdot 2t dt = 2 \int (t^4 + t^2) dt = 2 \int t^4 dt + 2 \int t^2 dt = 2 \frac{t^5}{5} + 2 \frac{t^3}{3} + c$$

- Në shprehjen e fundit, zëvendësojmë $t = \sqrt{x-1}$ dhe gjejmë:

$$\int x\sqrt{x-1} \, dx = 2 \frac{(\sqrt{x-1})^5}{5} + 2 \frac{(\sqrt{x-1})^3}{3} + c.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

$$\int \frac{1}{5-\sqrt{x}} dx$$

Zgjidhje

Zëvendësojmë $\sqrt{x} = t$.

- Del: $x = t^2$. Pra, $dx = 2t dt$.
- Atëherë, integrali shkruhet:

$$\int \frac{1}{5-\sqrt{x}} dx = \int \frac{2t}{5-t} dt = 2 \int \frac{t}{5-t} dt.$$

- Zëvendësojmë $5-t = u$, $t = 5-u$.
- Del: $-dt = du$ Pra, $dt = -du$.
- Atëherë, integrali shkruhet:

$$2 \int \frac{t}{5-t} dt = -2 \int \frac{5-u}{u} du = -10 \int \frac{du}{u} + 2 \int du = -10 \ln u + 2u = -10 \ln(5-\sqrt{x}) + 2\sqrt{x}$$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimpldhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me të gjithë nxënësit. Mësimpldhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Njësio integralet:

$$\begin{array}{lll} 1. \int \frac{1}{4+\sqrt{x}} dx; & 2. \int \frac{1}{2-5\sqrt{x}} dx; & 3. \int \frac{1}{1-\sqrt{x+3}} dx; \\ 4. \int \frac{1}{3+\sqrt{x+5}} dx; & 5. \int \frac{1}{\sqrt{1-x}+2} dx; & 6. \int \frac{1}{\sqrt{2x+1}-5} dx; \\ 7. \int \frac{1}{7\sqrt{x-3}+4} dx; & 8. \int x^2 \sqrt{x-4} dx; & \end{array}$$

2. Duke bërë zëvendësimin $u = \frac{x}{a}$, vërtetoni se:

$$a) \int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + c; \quad b) \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + c (a > 0).$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

NJËSIMI I INTEGRALIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përvetëson dhe përdor vetinë e integralit të pacaktuar.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.
- Përdor shndërrime të thjeshta të metodës së zëvendësimit për njësimin e integralit.
- Zbaton integralin e pacaktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 11.4 Integrimi parcial (me pjesë) Nr.:4

Fjalët kyçe: funksion, derivat, pjesë, integral, tabelë, veti, përkufizim, teoremë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon prodhimin e dy faktorëve;
- kupton formulën e integrimit me pjesë;
- analizon zgjidhjen e integralit të pacaktuar me formulën e integrimit me pjesë.

Kriteret e suksesit:

- Cakton funksionet nga integrali $\int x^2 \ln x \, dx$, të cilat duhet të zëvendësohen me $u(x)$ dhe dv .
- Zbaton dy herë formulën e integrimit me pjesë për integralin.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Bashkëbisedim**R Ditari dypjesësh****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj, mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Duke bërë zëvendësimi $\sqrt{x} - 3 = t$, njehsoni integralet:

$$\text{a) } \int (\sqrt{x} - 3)^5 dx; \quad \text{b) } \int \frac{dx}{\sqrt{x} - 3}.$$

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësit u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësimdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Teoremë: Le të jenë $u(x)$ dhe $v(x)$ dy funksione të derivueshme në një interval I , së bashku me derivatet e tyre, $u'(x)$ dhe $v'(x)$. Atëherë: $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)dx$

Detyrë

Gjeni $\int x^2 \ln x \, dx$.

Zgjidhje

Zgjedhim: $u(x) = \ln x$ dhe $dv = x^2 \cdot dx$

Kemi: $u'(x) = \frac{1}{x}$ pra $du = \frac{1}{x} \cdot dx$ dhe $v(x) = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$.

Zbatojmë formulën e integrimit me pjesë. Kështu:

$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \int \frac{x^3}{3} \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{1}{3} \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} + c.$$

$$\text{Përfundimisht, } \int x^2 \ln x \, dx = \frac{x^3}{3} \left(\ln x - \frac{1}{3} \right) + c.$$

Detyrë

Gjeni $\int x e^{2x} dx$.

Zgjidhje

Zgjedhim: $u(x) = x$ dhe $dv = e^{2x} \cdot dx$

Kemi: $u'(x) = 1$, pra $du = dx$ dhe $v(x) = \int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2}$.

Zbatojmë formulën e integrimit me pjesë. Kështu:

$$\int x e^{2x} dx = x \frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2} dx = x \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = x \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x}}{2} + c.$$

$$\text{Përfundimisht: } \int x^2 \ln x \, dx = \frac{e^{2x}}{2} \left(x - \frac{1}{2} \right) + c.$$

Do ta përgjithësojmë për disa shembuj tabelën e integrimit **palrcial**:

Integrali i pacaktuar	$u = \dots, v' = \dots$
$\int P_n(x) \ln x \, dx,$ $P_n(x)$ polinom i fuqisë n	$u = \ln x$ $dv = P_n(x) \, dx$
$\int P_n(x) e^{ax} \, dx$ $P_n(x)$ polinom i fuqisë n , a real	$u = P_n(x)$ $dv = e^{ax} \cdot dx$ Metoda përdoret në mënyrë të njëpasnjëshme n herë.
$\int P_n(x) \sin(ax) \, dx,$ $P_n(x)$ polinom i fuqisë n , a real	$u = P_n(x)$ $dv = \sin(ax) \cdot dx$ Metoda përdoret në mënyrë të njëpasnjëshme n herë.
$\int P_n(x) \cos(bx) \, dx$ $P_n(x)$ polinom i fuqisë n , b real	$u = P_n(x)$ $dv = \cos(bx) \cdot dx$ Metoda përdoret në mënyrë të njëpasnjëshme n herë.
$I_1 = \int e^{ax} \sin(bx) \, dx$	$u = e^{ax}$ $dv = \sin(bx) \cdot dx$ Mbas përdorimit dy herë të metodës, fitohet një ekuacion në lidhje me I_1 .

Detyrë

Gjeni $\int x^2 \cos x \, dx$

Zgjedhim: $u(x) = x^2$ dhe $dv = \cos x$.

Kemi: $u'(x) = 2x$, pra $du = 2x \, dx$ dhe $v(x) = \int \cos x \, dx = \sin x$.

Zbatojmë formulën e integritimit me pjesë. Kështu:

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - \int 2x \sin x \, dx = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x \, dx.$$

- Në integralin e anës së djathtë, **zbatojmë edhe njëherë** formulën e integritimit me pjesë, duke zgjedhur $u(x) = x$ dhe $dv = \sin x \cdot dx$. Gjejmë: $u'(x) = 1$, pra $du = dx$ dhe $v(x) = -\cos x$. Atëherë, nga formula e integritimit me pjesë, kemi për të:

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x + \int \cos x \, dx = -x \cos x + \sin x + c$$

- Përfundimisht: $\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x) + c = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + c$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë: Njësoni $\int x \ln x \, dx$; 2. $\int (2x+1)e^{-x} \, dx$; 3. $\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nx.në orën mësimore

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Të gjenden integralet e pacaktuara:

- $\int x \ln 2x \, dx$;
- $\int (3x-1)e^{-x} \, dx$;
- $\int \frac{\ln 4x}{x^2} \, dx$;
- $\int \sqrt{x} \ln x \, dx$;
- $\int x^3 \ln x \, dx$;
- $\int x e^{2x+3} \, dx$;

$$7. \int (x-1)e^{4x} dx; \quad 8. \int (x^2+1)e^{-x} dx; \quad 9. \int x^3 \ln x dx .$$

E njëjta kërkesë për integralet që vijojnë:

$$10. \int (x+6) \sin x dx; \quad 11. \int (3x+7) \cos 3x dx; \\ 12. \int (x^3+7) \cos x dx; \quad 13. \int (x+5) \sin(2x+3) dx; \\ 14. \int x \cos(2-3x) dx; \quad 15. \int (1-x) \sin(x-1) dx .$$

E njëjta kërkesë si më lart për integralet që vijojnë:

$$16. \int e^{2x} \sin 3x dx; \quad 17. \int e^{3x} \cos 2x dx; \quad 18. \int xe^x \sin x dx .$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

NJËSIMI I INTEGRALIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon thyesën e rregullt racionale nëse fuqia e polinomit në emërues është më e madhe se fuqia e polinomit në numërues.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.
- Përdor shndërrime të thjeshta të metodës së zëvendësimit për njësimin e integralit racional.
- Zbaton integralin e pacaktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 11.5 Integrali racional Nr.:5

Fjalët kyçe: funksion, derivat, racional, integral, tabelë, veti, përkufizim, primitiv

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon integralin racional;
- analizon trajtat e funksionit racional;
- barazon emëruesit e thyesave dhe njësion koeficientet e shprehjeve racionale;
- zgjidh sistemet, cakton koeficientet dhe shndërron integralin racional në integral tabelore.

Kriteret e suksesit:

Zbaton integralin e trajtës $\int \frac{A}{ax+b} dx$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë (Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyqe

R Leksion i përparuar

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Caktohen si fjalë kyçe pesë terma (fjali) që përdoren më së shumti gjatë mësimit. Nga këto fjalë-pyetje, nxënësit për 5 minuta nxjerrin një zgjidhje me kuptim, ku përfshihen këto terma. Më pas, nxënësit në dyshe shkëmbejnë idetë e zgjidhura, disa nga nxënësit mund edhe t'i komentojnë përgjigjet e tyre me kërkesë të mësimeve.

Integral, thyesë racionale, tabelë e integraleve, zëvendësim, shembull:

$$a) \int \frac{3}{2x+5} dx; \quad b) \int \frac{3}{(2x+5)^4} dx.$$

Si do të veprohet në këtë rast?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimeve i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë e shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimit) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Përkufizim: Thyesa $\frac{P(x)}{Q(x)}$ quhet **thyesë racionale** po që se $P(x)$ dhe $Q(x)$ janë polinome.

Dallojmë disa lloje të integraleve racionale:

Integrale të trajtës $\int \frac{A}{ax+b} dx$

Shkruajmë: $\int \frac{A}{ax+b} dx = \frac{A}{a} \int \frac{1}{ax+b} d(ax+b) = \frac{A}{a} \ln|ax+b| + c$

Integrale të trajtës $\int \frac{A}{(ax+b)^n} dx$ (ku n – numër natyror më i madh se 1)

Shkruajmë $\int \frac{A}{(ax+b)^n} dx = \frac{A}{a} \int \frac{1}{(ax+b)^n} d(ax+b) = \frac{A}{a} \cdot \frac{1}{(1-n)(ax+b)^{n-1}} + c$

Integrale të trajtës $\int \frac{A}{(cx+d)^n(ax+b)} dx$ (ku n – numër natyror)

Thyesa nën shenjën e integralit shkruhet si shumë e $(n+1)$ thyesave me numërues konstant dhe me emërues njëra $(ax+b)$, kurse të tjerat $(cx+d), (cx+d)^2, \dots, (cx+d)^n$.

Detyrë

Njëso integralin $\int \frac{9}{(x-1)^2 \cdot (x+2)} dx$

Zgjidhje

Zbërthimin $\frac{9}{(1-x)^2 \cdot (x+2)} = \frac{A}{(1-x)^2} + \frac{B}{1-x} + \frac{C}{x+2}$ ku A, B, C janë konstante, hëpërhë të papërcaktuara. Ky quhet *zbërthim*

sipas koeficienteve të papërcaktuara.

Për gjetjen e A, B, C kthejmë në emërues të përbashkët në anën e djathtë dhe pastaj barazojmë numëruesit e thyesave në të dyja anët.

Marrim: $9 = A(x+2) + B(1-x)(x+2) + C(1-x)^2$, d.m.th. $9 = Ax + 2A + Bx - 2Bx - Bx^2 + 2B + C - 2Cx + Cx^2$,

Pra $9 = (C-B)x^2 + (A-B-2C)x + (2A+2B+C)$ (1)

Barazimi (1) është një barazim identik (për x të ndryshëm nga 1 dhe nga -2) dy polinomesh. Kjo ndodh vetëm atëherë kur

koeficientet pranë fuqive të njëjta të x (në të dyja anët) janë të barabarta. Marrim kështu këto barazime:

$$\text{Pranë } x^2: C - B = 0$$

$$\text{Pranë } x: A - B - 2C = 0$$

$$\text{Pranë } x^0: 2A + 2B + C = 9$$

$$\text{Duke zgjidhur sistemin } \begin{cases} C - B = 0 \\ A - B - 2C = 0 \\ 2A + 2B + C = 9 \end{cases} \text{ gjejmë } A = 3; B = 1; C = 1.$$

$$\text{Kemi zbërthimin } \frac{9}{(1-x)^2(x+2)} = \frac{3}{(1-x)^2} + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x+2}. \text{ Prandaj:}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{9}{(1-x)^2(x+2)} dx &= \int \frac{3}{(1-x)^2} dx + \int \frac{1}{1-x} dx + \int \frac{1}{x+2} dx = \\ &= -3 \int (1-x)^{-2} d(1-x) - \int \frac{d(1-x)}{1-x} + \int \frac{d(x+2)}{x+2} = \\ &= \frac{3}{1-x} - \ln|1-x| + \ln|x+2| + c = \frac{3}{1-x} + \ln \left| \frac{x+2}{1-x} \right| + c. \end{aligned}$$

Detyrë

$$\text{Është dhënë funksioni } f(x) = \frac{2x-1}{x^2(x-1)^2}.$$

- Gjeni konstantet a dhe b , të tilla që $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x-1)^2}$;
- Nxirrni prej këndej një primitivë të $f(x)$.

Zgjidhje

$$\text{Shkruajmë: } \frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x-1)^2} = \frac{(a+b)x^2 - 2ax + a}{x^2(x-1)^2}.$$

Rrjedhimisht, a dhe b duhet të jenë të tilla që të vërtetojnë sistemin:

$$\begin{cases} a+b=0 \\ -2a=2 \\ a=-1 \end{cases}.$$

$$\text{Duke e zgjidhur, gjejmë: } a = -1 \text{ dhe } b = 1. \text{ Rrjedhimisht, } f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}.$$

$$\text{Pra: } \int \frac{2x-1}{x^2(x-1)^2} dx = -\int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{1}{(x-1)^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} + c.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë

Zbato tri trajtat e integraleve në shembujt e mëposhtëm:

a) $\int \frac{-2}{3x-1} dx$; b) $\int \frac{10}{(4x+1)^5} dx$; c) $\int \frac{7}{(2x-5)(x-3)^2} dx$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të njehsohen integralet:

a) $\int \frac{-1}{(2x-5)} dx$; b) $\int \frac{\sqrt{3}}{(-2x-5)} dx$ c) $\int \frac{9}{(-2x-7)^3} dx$; d) $\int \frac{25}{2(3x-10)^4} dx$;

e) $\int \frac{2}{3(2x-5)^2 \cdot (1-x)} dx$; f) $\int \frac{-5}{(-2x+3) \cdot x^2} dx$.

2. Është dhënë funksioni $f(x) = \frac{x^4 + x^3 + 2x^2 + 1}{(x^3 + x)^2}$.

a) Gjeni dy konstante reale a dhe b , të tilla që për çdo x nga bashkësia e përcaktimit e funksionit, të kemi:

$$f(x) = \frac{ax}{(x^2 + 1)^2} + \frac{b}{x^2}$$

b) Gjeni primitivën $F(x)$ të $f(x)$ që plotëson kushtin $F(1) = 0$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

NJËSIMI I INTEGRALIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Identifikon thyesën e rregullt racionale, nëse fuqia e polinomit në emërues është më e madhe se fuqia e polinomit në numërues.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.
- Përdor shndërrime të thjeshta të metodës së zëvendësimit për njësimin e integralit racional.
- Zbaton integralin e pacaktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: 1.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2.3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 11.6 Integrali racional -Vazhdim Nr.:6

Fjalët kyçe: funksion, derivat, racional, integral, tabelë, veti, përkufizim, primitiv, trajtë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon integralin racional;
- analizon trajtat e funksionit racional;
- barazon emruesit e thyesave dhe njëson koeficientet e shprehjeve racionale;
- zgjidh sistemet, cakton koeficientet dhe shndërron integralin racional në integrale tabelare.

Kriteret e suksesit:

- Zbaton integralin e trajtës $\int \frac{A}{ax+b} dx$ në shembullin $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+10} dx$.
- Zbërthe emëruesin e integralit $\int \frac{2x+1}{x^2+3x-4} dx$ në rrënjë të trinomit si prodhim i dy faktorëve dhe më pas njëson.
- Tregon se integrali racional $\int \frac{x+3}{x^2+2x+5} dx$ jep dy integrale. Cilat janë ato?

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
Arkitekture
Ndërtimtari

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E bashkëbisedim

R Leksion i përparuar

R Diskutim në çift

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë dhe nx.bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre.

Si do të njësohen integralet: a) $\int \frac{x}{x^2+1} dx$; b) $\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

I. Integrale të trajtës $\int \frac{P'(x)}{P(x)} dx$, ku $P(x)$ është polinom.

Me zëvendësimin $u = P(x)$, këto integrale marrin trajtën $\int \frac{u' dx}{u} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|P(x)| + c$.

II. Integrale të trajtës $\int \frac{mx+n}{ax^2+bx+c} dx$.

a) Rasti kur trinomi $ax^2 + bx + c$ ka

Në këtë rast, ky trinomi ka dy rrënjë reale të ndryshme dhe zbërthehet si prodhim dy faktorësh të gradës së parë: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

b) Rasti kur trinomi e ka dallorin $D < 0$.

Duke vepruar me koeficientet, e shkruajmë numëruesin e thyesës $\frac{mx+n}{ax^2+bx+c}$ në trajtën

$(2ax+b) + p$ dhe pastaj e shkruajmë integralin si shumë dy integralesh:

$$\int \frac{mx+n}{ax^2+bx+c} dx = \int \frac{2ax+b}{ax^2+bx+c} dx + \int \frac{p}{ax^2+bx+c} dx$$

Integrali i parë njësohet me zëvendësim, ndërsa integrali i dytë, pas disa shndërrimesh, merr trajtën $\int \frac{p}{ax^2+bx+c} dx$, merr trajtën e

njohur $\frac{p}{a} \int \frac{du}{u^2 + r^2} = \frac{p}{ar} \cdot \operatorname{arctg} \frac{u}{r} + c$

Detyrë

Të njehsohet integrali $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+10} dx$.

Zgjidhje

Vëmë re se $(2x+3)$ është derivati i $(x^2+3x+10)$. Shënojmë $x^2+3x+10 = u$ dhe marrim

$$\int \frac{u' \cdot dx}{u} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|x^2+3x+10| + c.$$

Detyrë

Të njehsohet integrali $\int \frac{2x+1}{x^2+3x-4} dx$.

Zgjidhje

Dallori i trinomit është $25 > 0$. Duke zgjidhur ekuacionin $x^2+3x-4=0$, gjejmë dy rrënjët reale të trinomit 1 dhe -4. Prandaj x^2+3x

$-4 = (x-1)(x+4)$. Përdorim metodën e koeficienteve të pacaktuara, duke e zbërthyer thyesën $\frac{2x+1}{x^2+3x-4}$ kështu:

$$\frac{2x+1}{(x-1)(x+4)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+4}.$$

Kthejmë në emërues të përbashkët në anën e djathtë dhe barazojmë numëruesit në të dyja anët.

Marrim $2x+1 = A(x+4) + B(x-1)$.

Duke barazuar koeficientet pranë fuqive të njëjta të x në të dyja anët, marrim:

$$2 = A + B$$

$$1 = 4A - B.$$

$$\text{Gjejmë } A = \frac{3}{5} \text{ dhe } B = \frac{7}{5}.$$

$$\text{Prandaj } \int \frac{2x+1}{(x-1)(x+4)} dx = \frac{3}{5} \int \frac{dx}{x-1} + \frac{7}{5} \int \frac{dx}{x+4} = \frac{3}{5} \ln|x-1| + \frac{7}{5} \ln|x+4| + c.$$

Detyrë

Të njehsohet integrali $\int \frac{x+3}{x^2+2x+5} dx$.

Zgjidhje

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x+5} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x+6}{x^2+2x+5} dx = \frac{1}{2} \int \frac{(2x+2)+4}{x^2+2x+5} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x+2}{x^2+2x+5} dx + \frac{1}{2} \int \frac{4}{x^2+2x+5} dx =$$

Shkruajmë:

$$\frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+2x+5)}{x^2+2x+5} + \frac{1}{2} \int \frac{4}{x^2+2x+5} dx = \frac{1}{2} \ln|x^2+2x+5| + \frac{1}{2} \int \frac{4}{x^2+2x+5} dx$$

Tani, tek integrali $\frac{1}{2} \int \frac{4}{x^2+2x+5} dx = 2 \int \frac{dx}{x^2+2x+5}$ bëjmë këto shndërtime:

$$2 \int \frac{dx}{x^2+2x+5} = 2 \int \frac{d(x+1)}{(x+1)^2+2^2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + c = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + c.$$

$$\text{Përfundimisht kemi: } \int \frac{x+3}{x^2+2x+5} dx = \frac{1}{2} \ln|x^2+2x+5| + \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + c.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë

Zbato tri rastet e integraleve racionale në shembujt e mëposhëm:

$$\text{a) } \int \frac{(2x+5)dx}{x^2+5x+5}; \quad \text{b) } \int \frac{(3x-2)dx}{x^2-2x-3}; \quad \text{c) } \int \frac{(x+10)dx}{x^2+4x+10}$$

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të njehsohen integralet:

$$\text{a) } \int \frac{(4x+7)dx}{2x^2+7x+5}; \quad \text{b) } \int \frac{(6x+1)dx}{3x^2+x+2}; \quad \text{c) } \int \frac{(-2x+3)dx}{-x^2+3x+9}.$$

$$\text{d) } \int \frac{(x+3)dx}{2x^2-x-1}; \quad \text{e) } \int \frac{(4x+10)dx}{3x^2+x-2}; \quad \text{f) } \int \frac{(5x+2)dx}{-x^2+4x-3}.$$

$$\text{g) } \int \frac{(x+3)dx}{x^2+4x+7}; \quad \text{h) } \int \frac{(-x+1)dx}{3x^2+x+2}; \quad \text{i) } \int \frac{(-2x+1)dx}{x^2+6x+10}.$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga –plani dy mujor):

NJËSIMI I INTEGRALIT

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dy mujor)

- Identifikon thyesën e rregullt racionale nëse fuqia e polinomit në emërues është më e madhe se fuqia e polinomit në numërues.
- Përdorë tabelen e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme
- Përdorë shëndrrime të thjeshta të metodës së zëvendësimit për njësimin e integralit racional
- Zbaton integralin e pacaktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I.KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE TË TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III.KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3.KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1;5.PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;7.STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Ushtrime

Njësia mësimore: 11.7 Ushtrime

Nr.:7

Fjalët kyçe: funksion, derivat, racional, integral, tabelë, veti, përkufizim, primitiv, trajtë, zëvendësim, integrim me pjesë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

- dallon integralin racional;
- analizon trajtat e funksionit racional;
- barazon emruesit e thyesave dhe njësion koeficientet e shprehjeve racionale;
- zgjidh sistemet, cakton koeficientet dhe shndërron integralin racional në integral tabelor;
- analizon zgjidhjen e integralit të pacaktuar me formulën e integrit me pjesë;
- dallon pjesën e funksionit, e cila duhet të zëvendësohet për t'u integruar;
- kupton metodën e zëvendësimit për të gjetur integralin e pacaktuar.

Kriteret e suksesit:

- Zbaton metodën e zëvendësimit për të njësuar integralin: $\int \cos^3 x dx$.
- Zbërthen emëruesin e integralit $\int \frac{(x^3 + 2x^2 + x + 1)dx}{x^2 + x - 2}$ në rrënjë të trinomit si prodhim të dy faktorëve dhe më pas njësion.
- Vërteton se: $\int x \cdot \sin(3x - 1) dx = -\frac{1}{9}(\sin(3x - 1) + \cos(3x - 1))$

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
Arkitekture

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E bashkëbisedimR Leksion i përparuarR Diskutim në çift

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimpldhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë i shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

1. Të njehsohet integrali $\int \frac{(x^3 + 2x^2 + x + 1)dx}{x^2 + x - 2}$.

Zgjidhje

Thyesa është e parregullt (grada e numëruesit është më e madhe se grada e emëruesit), prandaj pjesëtojmë numëruesin me emëruesin. Gjejmë herësin $(x + 1)$ dhe mbetjen $(2x + 3)$. Shkruajmë:

(1) $\frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + x - 2} = x + 1 + \frac{2x + 3}{x^2 + x - 2}$. Trinomi $x^2 + x - 2$ ka dy rrënjë reale: 1 dhe -2, prandaj shkruhet si prodhim: $(x - 1)(x + 2)$.

Sipas metodës së koeficienteve të pacaktuara, shkruajmë: $\frac{2x + 3}{(x - 1)(x + 2)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 2}$. Pasi kthejmë në emërues të përbashkët, duke barazuar numëruesit, marrim $2x + 3 = A(x + 2) + B(x - 1)$. Duke barazuar koeficientet pranë fuqive të njëjta të x në të dyja anët, gjejmë $A = \frac{5}{3}$ dhe $B = \frac{1}{3}$. Kështu kemi $\frac{2x + 3}{(x - 1)(x + 2)} = \frac{5}{3(x - 1)} + \frac{1}{3(x + 2)}$. Duke përdorur

barazimin (1), shkruajmë: $\int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + x - 2} dx = \int (x + 1)dx + \int \frac{2x + 3}{x^2 + x - 2} dx$. D.m.th.

$$\int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + x - 2} dx = \int (x + 1)dx + \int \left[\frac{5}{3(x - 1)} + \frac{1}{3(x + 2)} \right] dx = \frac{(x + 1)^2}{2} + \frac{5}{3} \ln|x - 1| + \frac{1}{3} \ln|x + 2| + c$$

Detyrë

Duke u bazuar në shembullin e parë, njehson integralet:

$$\text{a) } \int \frac{(x^2 - 4x + 2)dx}{x^2 - 6x + 8}; \quad \text{b) } \int \frac{(2x^2 + 16x + 23)dx}{x^2 + 7x + 8}.$$

Detyrë

Me metodën e zëvendësimit, njehson integralin: $\int \cos^3 x dx$.

Zgjidhje

$$\text{Shkruajmë } \int \cos^3 x dx = \int \cos^2 x \cdot \cos x dx = \int \cos^2 x \cdot d(\sin x) = \int (1 - \sin^2 x) \cdot d(\sin x).$$

$$\text{Duke shënuar } u = \sin x, \text{ marrim } \int \cos^3 x dx = \int (1 - u^2) du = u - \frac{u^3}{3} + c = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c.$$

Detyrë

Me metodën e integrimit me pjesë vërteto se $\int x \cdot \sin(3x - 1) dx = -\frac{1}{9}(\sin(3x - 1) + \cos(3x - 1))$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësuesi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit.

Detyrë

Me metodën e zëvendësimit, njësion: $\int \frac{1}{\sqrt[3]{1-x}} dx$.

Detyrë

Me metodën e integrimit me pjesë njësion: $\int (x^2 + 1) \cdot e^{-3x} dx$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të njehsohen integralet:

a) $\int \sin^5 x dx$; b) $\int \cos^2 x dx$; c) $\int \sin^4 x dx$; d) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{1-x}} dx$; e) $\int \frac{2}{\sqrt[4]{(3+5x)^3}} dx$; f) $\int x \cdot \sqrt{x^2 + 2} dx$.

2. Të njehsohet integrali: $\int (x^2 + 1) \cdot e^{-3x} dx$.

3. Të njehsohet integrali: $\int \frac{(x^3 + x^2 + 3x + 1) dx}{x^2 + x + 1}$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALI I CAKTUAR

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Kupton integralin e caktuar si limit të shumës integrale për funksionin $f(x)$ në intervalin $[a, b]$
- Përvetëson vetitë e integralit të caktuar.
- Përdor vetitë e integralit të caktuar.
- Lidh integralin e pacaktuar me integralin e caktuar.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2.3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 11.8 Syprina e trapezit vijëpërkulur. Përkufizimi i integralit të caktuar. Nr.:8

Fjalët kyçe: funksion, integral, segment, i kufizuar, ndarje, syprinë, trapez, vijëpërkulur

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon integralin e caktuar.
- Përkufizon integralin e caktuar.
- Llogarit syprinën e trapezit vijëpërkulur.

Kriteret e suksesit:

- Gjen syprinën e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit $y = x^2$, boshti Ox , drejtëzat $x = 0$; $x = a(a > 0)$
- Njëson limitin e shumës integrale për funksionin $y = \frac{1}{2}x^2$, në intervalin $[0, 1]$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Bashkëbisedim****R DRTA****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

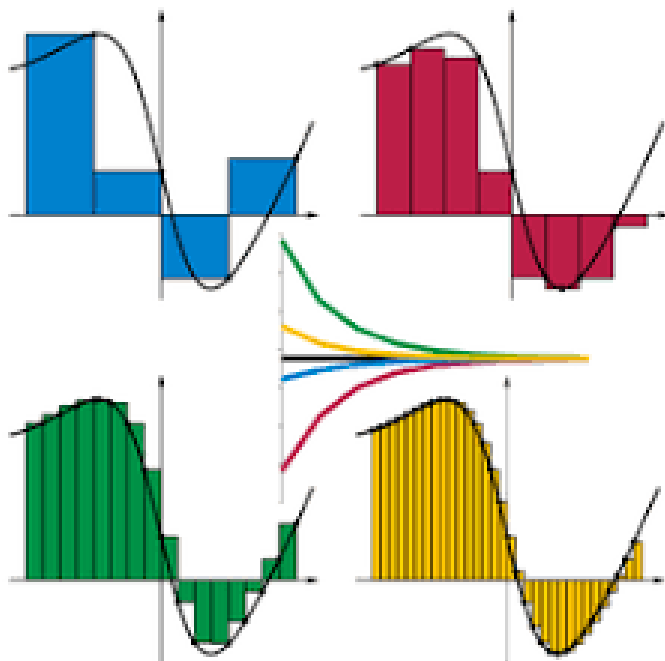
Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë, ndërsa nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Si do të njësohet syprina e figurës që kufizohet nga boshti Ox, grafiku i funksionit $y = 2x - 4$ dhe drejtëzat $x=3$ dhe $x = 5$.

Realizim/Pjesa kryesore

Lexohet paragrafi i parë. Kur nxënësit ta përfundojnë leximin e këtij paragrafi, mbyllin tekstin. Pas këtij leximi, nxënësve u shtrohen pyetjet varësisht nga natyra e përmbajtjes: Çfarë kuptuat nga kjo pjesë që lexuat? Si do të përkufizohet integrali i caktuar? Përse mendoni kështu? Në mes të pyetjeve, nxënësve u lihet hapësirë të mendojnë dhe përgjigjet e tyre duhen pranuar.

- Hapa të njëjtë merren edhe të leximi I i pjesës 2, 3... etj. Para leximit të fundit, shtohet edhe pyetja : Cila do të jetë formula bazë e njësimin të integralit të caktuar?
- Pas leximit të fundit, pyesim: A përfundoi njësia siç e menduat? Çfarë syprine mund të njësojmë me formulën e integralit të caktuar. Gjatë përgjigjeve të nxënësve, mësuesi duhet t'u japë mundësi që ata të flasin me njëri-tjetrin, e jo përmes mësuesit. Këtë mësuesi e arrin duke dhënë pyetjet dhe duke miratuar përgjigjet me lëvizje të kokës.



Syprinë të trapezit vijëpërkulur do të quajmë limitin e shumës S_n kur $n \rightarrow \infty$, nëse ky limit ekziston dhe nuk varet nga mënyra e zgjedhjes së pikave c_i në segmentet e ndarjes.

$S_n = f(c_1) \cdot [x_1 - x_0] + f(c_2) \cdot [x_2 - x_1] + \dots + f(c_n) \cdot [x_n - x_{n-1}]$ që shënohet ndryshe

$$S_n = \sum_{i=1}^n f(c_i) \cdot (x_i - x_{i-1})$$

Detyrë 1.

Të gjendet syprina e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit $y = x^2$, boshti Ox, drejtëzat $x = 0$; $x = a$ ($a > 0$) (fig. 11.4).



Fig. 11.4

Zgjidhje

Ndajmë segmentin $[0, a]$ në n pjesë të barabarta dhe zgjedhim si pika c_i skajet e djathta të pjesëve të ndarjes. Kemi atëherë $c_i = i \cdot \frac{a}{n}$

$$\text{dhe } f(c_i) = c_i^2 = i^2 \cdot \left(\frac{a}{n}\right)^2.$$

$$\text{Prandaj } S_n = \sum_{i=1}^n \frac{a}{n} \cdot i^2 \cdot \left(\frac{a}{n}\right)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a}{n}\right)^3 \cdot i^2 = \frac{a^3}{n^3} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \frac{a^3}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

$$\text{Prandaj } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^3}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{a^3}{6} \cdot 2 = \frac{1}{3} a^3. \text{ Kjo është syprina e trapezit vijëpërkulur të shqyrtuar.}$$

Përkufizimi i integralit të caktuar

Është dhënë funksioni $f: y = f(x)$ i vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$.

E ndajmë segmentin $[a, b]$ në n pjesë të barabarta me anë të pikave $x_0 = a, x_1, x_2, \dots, x_n = b$.

Kemi $x_i = a + \frac{b-a}{n} \cdot i$, ku $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Në secilin nga segmentet e ndarjes, zgjedhim në mënyrë çfarëdo nga një pikë $c_1, c_2, \dots, c_n$.

Vlerat përkatëse të funksionit f në pikat e zgjedhura do të jenë përkatësisht $f(c_1), f(c_2), \dots, f(c_n)$.

Marrim tani shumën: $S_n = f(c_1) \cdot [x_1 - x_0] + f(c_2) \cdot [x_2 - x_1] + \dots + f(c_n) \cdot [x_n - x_{n-1}]$ që shënohet ndryshe $S_n = \sum_{i=1}^n f(c_i) \cdot (x_i - x_{i-1})$.

Është e qartë që kjo shumë varet nga mënyra se si janë zgjedhur pikat c_i .

Përkufizim: Integral të caktuar me kufij nga a në b të funksionit f do të quajmë limitin e shumës S_n kur $n \rightarrow \infty$, nëse ky limit ekziston dhe nuk varet nga mënyra e zgjedhjes së pikave c_i në segmentet e ndarjes.

Ai shënohet $\int_a^b f(x) dx$ dhe lexohet: “integrali i caktuar nga a në b i $f(x) dx$ ”.

$$\text{Pra, sipas përkufizimit, } \int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) (x_i - x_{i-1}).$$

a quhet kufi i poshtëm i integrimit, kurse b quhet kufi i sipërm i integrimit.

Vërtetohet se integrali i caktuar i një funksioni të vazhdueshëm në segment ekziston.

Duke pasur parasysh përkufizimin që dhamë më lart për syprinën e trapezit vijëpërkulur, nxjerrim se:

Nëse funksioni f është i vazhdueshëm dhe jonegativ në segmentin $[a, b]$, syprina e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit, boshti Ox dhe drejtëzat

$$x = a; x = b \text{ është e barabartë me } \int_a^b f(x) dx.$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë 1

Njehsoni syprinën e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit

$$y = \frac{1}{2} x^2, \text{ boshti } Ox \text{ dhe drejtëzat } x = 0; x = 1.$$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza

në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Njehsoni syprinën e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit $y = e^x$, boshti Ox dhe drejtëzat $x = 0$; $x = 1$.
2. Vërtetoni që syprina e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit $y = 1 - x^2$, boshti Ox dhe drejtëzat $x = 0$; $x = 1$ është $\frac{2}{3}$.
3. Njehsoni syprinën e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit $y = \ln x$, boshti Ox dhe drejtëzat $x = 1$; $x = e$.
4. Njehsoni syprinën e trapezit vijëpërkulur që kufizohet nga grafiku i funksionit $y = x^3$, boshti Ox dhe drejtëzat $x = 1$; $x = 2$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALI I CAKTUAR

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Kupton integralin e caktuar si limit të shumës integrale për funksionin $f(x)$ në intervalin $[a, b]$.
- Përvetëson vetitë e integralit të caktuar.
- Përdor vetitë e integralit të caktuar.
- Lidh integralin e pacaktuar me integralin e caktuar.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: **11.9 Vetitë të integralit të caktuar**Nr.: **2**

Fjalët kyçe: funksion, integral, segment, i kufizuar, ndarje, syprinë, trapez, vijëpërkulur, veti, formula e Njuton–Lajbnic

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon integralin e caktuar.
- Kupton vetitë e integralit të caktuar.
- Zbaton formulën e Njuton–Lajbnic për zgjidhjen e integralit të caktuar.
- Lidh integralin e pacaktuar me integralin e caktuar.

• Kriteret e suksesit:

- Njëson integralin e caktuar $\int_1^3 x^3 dx$.

- Me formulën e Njuton–Lajbnicit zgjidh integralin $\int_1^3 \left(x^2 + x + \frac{1}{x} \right) dx$.

- Cakton primitivin e funksionit $f: y = \sin x$ dhe më pas njëson integralin e funksionit $f(x)$ në intervalin $[0, \pi]$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi**Lidhja me lëndet tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Arkitekturë

Ndërtimtari

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:**TEKNIKAT****E Bashkëbisedim****R Leksion i përparuar****R Diskutim në çift****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë, ndërsa nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre.

a) A është i vërtetë barazimi $\int_0^a x^2 dx = \frac{1}{3} a^6$?

b) Le të jetë F një primitivë e funksionit $y = x^2$ në $[0, a]$. Njehsoni $F(a) - F(0)$. Ç'vini re?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit bashkohen në dyshe dhe, së bashku, shqyrtojnë zgjidhjen e detyrës. Pastaj, mësimdhënësi i udhëzon që t'iu tregojnë edhe të tjerëve në grup ato që kanë gjetur dhe idetë të shkëmbejnë mes tyre. Në tabelë shënohen zgjidhjet e tyre dhe u kërkohet të lexojnë pjesën e leksionit (mësimin) dhe të plotësojnë listat e tyre me ide të reja.

Në të gjitha vetitë e mëposhtme, funksioni f është i vazhdueshëm në $[a, b]$.

Vetia 1. Faktori konstant del jashtë integralit të caktuar: $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$.

Vetia 2. Integrali i caktuar i shumës së dy funksioneve është i barabartë me shumën e integraleve të caktuara të atyre funksioneve:

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

Vetia 3: Nëse në $[a, b]$ ka vend mosbarazimi $f(x) \geq 0$, atëherë $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.

Vetia 4: Nëse në $[a, b]$ ka vend mosbarazimi $f(x) \geq g(x)$, atëherë $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$.

Vetia 5 (Formula e Njuton–Lajbnic)

Nëse F është një primitivë e funksionit f në $[a, b]$, atëherë $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Vetia 6: Nëse kemi $a < c < b$, atëherë $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

7 (Teorema mbi të mesmen): Ekziston të paktën një pikë c në $[a, b]$, e tillë që

$$\int_a^b f(x)dx = f(c) \cdot (b-a).$$

Shënim.

Mënyra më e thjeshtë për njehsimin e integralit të caktuar është gjetja e një primitive të funksionit nën integral dhe përdorimi pastaj i formulës së Njuton-Lajbnic.

Detyrë

Njehsoni integralet e caktuara: a) $\int_1^3 x^3 dx$; b) $\int_0^\pi \sin x dx$.

Zgjidhje

a) Një primitivë e funksionit $f: y = x^3$ është $F: y = \frac{1}{4}x^4$. Prandaj, sipas formulës së Njuton-Lajbnic, kemi:

$$\int_1^3 x^3 dx = F(3) - F(1) = \frac{1}{4} \cdot 3^4 - \frac{1}{4} \cdot 1^4 = \frac{80}{4} = 20.$$

b) Një primitivë e funksionit $f: y = \sin x$ është funksioni $F: y = -\cos x$.

$$\text{Prandaj, sipas formulës së Njuton-Lajbnic, kemi: } \int_0^\pi \sin x dx = F(\pi) - F(0) = -\cos \pi - (-\cos 0) = 1 + 1 = 2.$$

Në disa raste është e dobishme të përdoren vetitë e integralit të caktuar.

Detyrë

Njehsoni $\int_1^3 (x^3 + 2x^2) dx$.

Zgjidhje

Duke përdorur vetinë 2 dhe pastaj vetinë 1 të integralit të caktuar, shkruajmë:

$$\int_1^3 (x^3 + 2x^2) dx = \int_1^3 x^3 dx + \int_1^3 2x^2 dx = 20 + 2 \cdot \int_1^3 x^2 dx. \text{ Meqenëse një primitivë e } y = x^2 \text{ është}$$

$$F: y = \frac{1}{3}x^3, \text{ gjejmë } \int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - \frac{1}{3} \cdot 1^3 = \frac{1}{3}(27 - 1) = \frac{26}{3}. \text{ Kështu, } \int_1^3 (x^3 + 2x^2) dx = 20 + 2 \cdot \frac{26}{3} = \frac{112}{3}.$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int_1^3 \left(x^2 + x + \frac{1}{x} \right) dx$.

Zgjidhje

Le të gjejmë një primitivë të funksionit $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{x}$.

$$\int \left(x^2 + x + \frac{1}{x} \right) dx = \int x^2 dx + \int x dx + \int \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \ln|x|$$

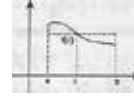
$$\text{Atëherë: } \int_1^3 \left(x^2 + x + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \ln|x| \right) \Big|_{-1}^3 = \left(\frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2} + \ln|3| \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \ln|1| \right) = 9 + \frac{9}{2} + \ln|3| - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \ln 1$$

$$= \frac{38 + 3 \ln 3}{3}.$$

Detyrë

Njihsoni integralet e caktuara:

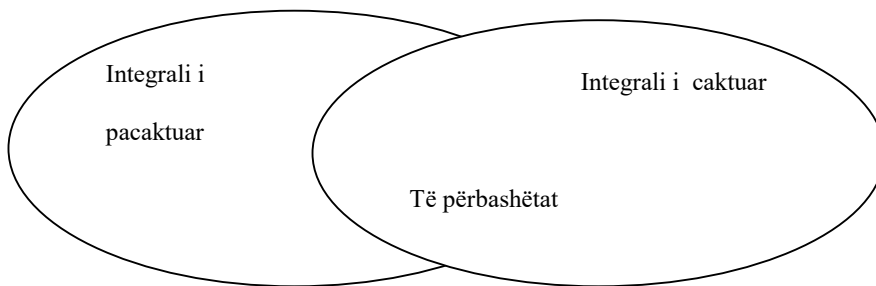
a) $\int_1^4 \sqrt{x} dx$; b) $\int_0^{\pi} \cos 2x dx$; c) $\int_1^e \left(\frac{1}{x} + e^x\right) dx$.



2. Interpretimi gjeometrikisht vetinë 7, duke u bazuar te figura e dhënë:

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Është një teknikë me të cilën mund të bëhen krahasime, të nxirren të përbashkëtat dhe dallimet e dy apo më shumë dukurive. Një teknikë me të cilën mund të bëhen krahasime, të nxirren të përbashkëtat dhe dallimet e dy apo më shumë dukurive. Vizatohen në dërrasë të zezë dy rrrathë të mëdhenj të ngjitur mes veti. Të njëjtën e vizatojnë edhe nxënësit në fletoret e tyre. Në rrethin e majtë do të shkruajnë për integralin e caktuar, ndërsa në rrethin në të djathtë për integralin e pacaktuar. Në lidhjen në mes dy rrrathëve shkruhen të përbashkëtat e dy temave. Preferohet që së pari të shkruhet për ato çka i dallojnë këto dy tema e më pas plotësohet pjesa ku specifikohen tiparet e përbashkëta. Puna bëhet individuale, pastaj në çifte dhe më pas i gjithë grupi formon një diagram të përbashkët. Prezantimi mund të bëhet nga udhëheqësit e grupeve, ose mësuesi vizaton një diagram në dërrasë të zezë duke i shkruar idetë nga diagramet që kanë formuar grupet.



VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të njehsohen integralet: a) $\int_1^2 (x+1) dx$. b) $\int_{-2}^{-1} \left(x^2 - x - \frac{1}{x}\right) dx$

2. Të njehsohen integralet:

a) $\int_0^1 (3x^2 - 2x - 5) dx$; $\int_{-1}^0 (3x^2 - 2x - 5) dx$; $\int_{-2}^{-1} (3x^2 - 2x - 5) dx$.

b) $\int_0^1 \frac{1-x^2}{1+x} dx$; $\int_1^2 \frac{1-x^2}{1+x} dx$; $\int_1^5 \frac{1-x^2}{1+x} dx$; $\int_4^5 \frac{1-x^2}{1+x} dx$.

c) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(\sin x + \cos x - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$; $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\sin x + \cos x - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$; $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\sin x + \cos x - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$.

3. Rrethoni përgjigjen e saktë:

i. Integrali: $\int_0^2 (x-1)^2 dx$ është: a) 0; b) $\frac{2}{3}$; c) 1; d) $\frac{1}{3}$.

ii. Integrali: $\int_{-2}^{-1} \left(\frac{1}{x} + x + 1 \right) dx$ është: a) $\frac{-1 - 2 \ln 2}{2}$; b) $-\ln 2$ c) $-\frac{1}{2}$; d) 0.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALI I CAKTUAR

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Gjen funksionin primitiv të disa funksioneve elementare.
- Kupton integralin e caktuar si limit të shumës integrale për funksionin $f(x)$ në intervalin $[a, b]$.
- Përvetëson vetitë e integralit të caktuar.
- Përdor vetitë e integralit të caktuar.
- Lidh integralin e pacaktuar me integralin e caktuar.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 11.10 Ushtrime-Integrali i caktuar Nr.:10

Fjalët kyçe: funksion, integral, segment, i kufizuar, ndarje, syprinë, trapez, vijëpërkulur, veti, formula e Njuton–Laibnicit

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon integralin e caktuar.
- Kupton vetitë e integralit të caktuar.
- Zbaton formulën e Njuton–Lajbnicit për zgjidhjen e integralit të caktuar.
- Lidh integralin e pacaktuar me integralin e caktuar.

Kriteret e suksesit:

- Cakton primitivët e funksionit dhe më pas njësion: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) dx$
- Faktorizon shprehjen e funksionit $y = \frac{(x-1)^3}{x^4 - x^3}$ dhe njësion integralin.
- Zbaton metodën e zëvendësimit për njësimin e integralit të caktuar: a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x (\cos x + 1)^3 dx$ dhe b) $\int_{-1}^0 e^x (e^x + 1)^3 dx$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Arkitekturë

Ndërtimtari

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE**Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyçe****R Ditari dypjesësh****R Diskutim në çift****Evokim/Pjesa hyrëse**

Caktohen si fjalë kyçe katër terma (fjalë) që përdoren më së shumti gjatë mësimit. Nga këto fjalë-pyetje, nxënësit për 5 minuta nxjerrin një zgjidhje me kuptim, ku përfshihen këto terma. Më pas nxënësit në dyshe shkëmbejnë idetë e zgjidhura, disa nga nxënësit mund edhe t'i komentojnë përgjigjet e tyre me kërkesë të mësimitdhënësit.

Të njehsohet: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) dx$.

Zgjidhje

Le të gjejmë një primitivë të funksionit $f: y = \sin x + \cos x$

$$\int (\sin x + \cos x) dx = \int \sin x dx + \int \cos x dx = -\cos x + \sin x$$

$$\text{Atëherë: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) dx = (-\cos x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \left(-\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \right) - (-\cos 0 + \sin 0) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 1$$

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit udhëzohen të tërheqin një vijë vertikale në mes të fletores, ku në anën e majtë do të shënojnë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë zgjidhjen e saj. Pastaj, nxënësve u kërkohet që të tregojnë zgjidhjet e tyre dhe mësimitdhënësi mund të bëjë pyetje rreth zgjidhjes së detyrës kur dëgjon një koment. Më pas, mësimitdhënësi pyet nëse ka nxënës që e kanë zgjidhur njëjtë detyrën dhe, nëse ka, kërkon edhe nga ata komentet e tyre. Në fund, mësimitdhënësi mund të bëjë edhe disa pyetje të përgjithshme për të parë nëse e kanë kuptuar nxënësit detyrën.

Detyrë

Të njehsohet: $\int_{-2}^{-1} \frac{(x-1)^3}{x^4 - x^3} dx$.

Zgjidhje

Le të gjejmë një primitivë të funksionit $f: y = \frac{(x-1)^3}{x^4 - x^3}$.

$$\int \frac{(x-1)^3}{x^4 - x^3} dx = \int \frac{(x-1)^3}{x^3(x-1)} dx = \int \frac{(x-1)^2}{x^3} dx = \int \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3} dx = \int \left(\frac{x^2}{x^3} - \frac{2x}{x^3} + \frac{1}{x^3} \right) dx$$

$$= \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{2}{x^2} dx + \int \frac{1}{x^3} dx = \ln|x| - 2 \int x^{-2} dx + \int x^{-3} dx = \ln|x| - 2 \cdot \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + \frac{x^{-3+1}}{-3+1} = \ln|x| + \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2}$$

$$\text{Atëherë: } \int_{-2}^{-1} \frac{(x-1)^3}{x^4 - x^3} dx = \left(\ln|x| + \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2} \right) \Big|_{-2}^{-1}$$

$$= \left(\ln|-1| + \frac{2}{-1} - \frac{1}{2(-1)^2} \right) - \left(\ln|-2| + \frac{2}{-2} - \frac{1}{2(-2)^2} \right) = \ln 1 - 2 - \frac{1}{2} - \ln 2 + 1 + \frac{1}{8} = \frac{-11 - 8 \ln 2}{8}$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int_{-1}^0 (1-3x)^4 dx$.

Zgjidhje

Le të gjejmë një primitivë të funksionit $f: y = (1-3x)^4$.

$$\int (1-3x)^4 dx = -\frac{1}{3} \int (1-3x)^4 d(1-3x) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{(1-3x)^5}{5} = -\frac{(1-3x)^5}{15}$$

$$\text{Atëherë: } \int_{-1}^0 (1-3x)^4 dx = \left[-\frac{(1-3x)^5}{15} \right]_{-1}^0 = -\frac{(1-3 \cdot 0)^5}{15} + \frac{(1+3)^5}{15} = -\frac{1}{15} + \frac{4^5}{15} = \frac{-1+4^5}{15}$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int_{-1}^0 e^x (e^x + 1)^3 dx$.

Zgjidhje

Le të gjejmë një primitivë të funksionit $f: y = e^x (e^x + 1)^3$.

$$\int e^x (e^x + 1)^3 dx = \int (e^x + 1)^3 d(e^x + 1) = \frac{(e^x + 1)^4}{4}$$

$$\text{Atëherë: } \int_{-1}^0 e^x (e^x + 1)^3 dx = \frac{(e^x + 1)^4}{4} \Big|_{-1}^0 = \frac{(e^0 + 1)^4}{4} - \frac{(e^{-1} + 1)^4}{4} = 4 - \frac{(e^{-1} + 1)^4}{4}$$

Detyrë

Të njehsohet: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x (\cos x + 1)^3 dx$.

Zgjidhje

Le të gjejmë një primitivë të funksionit $f: y = \sin x (\cos x + 1)^3$.

$$\int \sin x (\cos x + 1)^3 dx = -\int (\cos x + 1)^3 d(\cos x + 1) = -\frac{(\cos x + 1)^4}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{Atëherë: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x (\cos x + 1)^3 dx &= \left[-\frac{(\cos x + 1)^4}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{\left(\cos \frac{\pi}{2} + 1 \right)^4}{4} - \left[-\frac{(\cos 0 + 1)^4}{4} \right] = \\ &= -\frac{1}{4} + \frac{16}{4} = \frac{15}{4}. \end{aligned}$$

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në çifte mbi zgjidhjen e detyrave, nxjerrin përfundime, krahasojnë zgjidhjet dhe diskutojnë për ndonjë mospërputhje mes tyre dhe në punuese shënojnë zgjidhjet përfundimtare të detyrave. Pas bashkëbisedimit, mësimpldhënësi angazhon njërin prej nxënësve që janë në çift për të dhënë zgjidhjen e detyrave dhe përfundimet e nxjerra gjatë diskutimit. Secili prej nxënësve përfaqësues të çifteve në tabelë vendos fletat punuese me zgjidhjet e tyre, të cilat në fund mblidhen nga mësimpldhënësi për t'i analizuar më tutje pas orës mësimore.

Detyrë

Të njehsohet $\int_0^1 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Të njehsohen integralet e mëposhtme:

$$1. \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx; 2. \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx; 3. \int_0^1 e^x (e^x + 1) dx; 4. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos x dx; 5. \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx.$$

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALI I CAKTUAR

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përvetëson dhe përdor vetinë e integralit caktuar.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.
- Përdor shndërrime të thjeshta të metodës së zëvendësimit dhe integralin parcial për njësimin e integralit të caktuar.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.
- Lidh integralin e pacaktuar me integralin e caktuar.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.
- Përdor integralin e caktuar për njësimin e syprinës së trapezit vijëpërkulur.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2.3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Zhvillim

Njësia mësimore: 11.11 Zbatime të integralit të caktuar për njehsimin e syprinave të figurave Nr.:11

Fjalët kyçe: funksion, trapez vijëpërkulur, syprinë, integral, drejtëza, lakore, parabolë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon rastet kur trapezi vijëpërkulur ndodhet mbi bosht dhe nën bosht oxy , $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ dhe $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$.
- Ilustron grafikisht trapezin vijëpërkulur nga shembujt e dhënë.
- Njësion syprinën e trapezit vijëpërkulur.
- Shqyrton rastet.

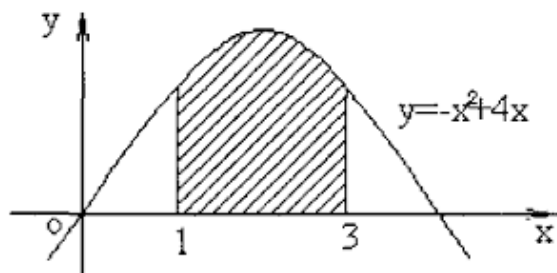
Kriteret e suksesit:

- Është dhënë parabola $y = x^2 - 2x$ dhe drejtëzat $y = 0$; $x = 3$, përdor integralin për njësimin e syprinës së kufizuar nga drejtëzat.
- Janë dhënë vijat $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$, njësion syprinën e përcaktuar nga këto drejtëza.
- Vijat $y = \frac{1}{2}x + 1$, $y = x$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$, paraqet trapez, cakton syprinën e tij.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:Fizikë
(Temperatura)**PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE****Përshkrimi i metodologjisë:****TEKNIKAT****E** Bashkëbisedim**R** Di/Dua të di/Mësova**R** Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit**FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan detyrën në tabelë, ndërsa nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.



Njehsoni syprinën e trapezit vijëpërkulur, që kufizohet nga grafiku i funksionit $f(x) = -x^2 + 4x$ boshti Ox dhe drejtëzat $x = 1$; $x = 3$.

Realizim/Pjesa kryesore

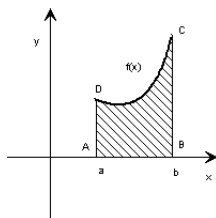
Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

Është dhënë funksioni $f: y = f(x)$ i vazhdueshëm në $[a, b]$. Kërkohe të gjendet syprina e figurës së kufizuar nga grafiku i funksionit $y = f(x)$, drejtëzat $y = 0$, $x = a$ dhe $x = b$.

Dallojmë rastet:

a) Në qoftë se $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$, ne kemi parë që syprina e trapezit vijëpërkulur ABCD (fig. 11.6) është $S =$

$$\int_a^b f(x) dx.$$

**Fig.11.6**

Njëlloj janë dhe rastet kur nuk kemi të bëjmë me trapez vijëpërkulur, por me një trekëndësh vijëpërkulur si në (fig.11.7/a, b) ose trekëndësh (fig.11.7/c):

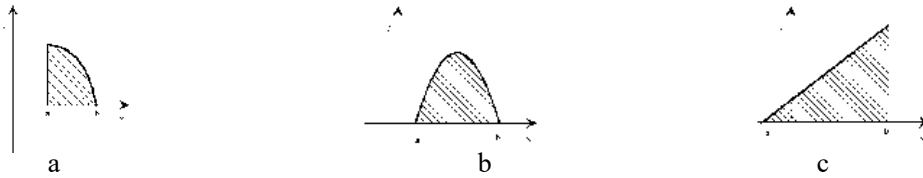


fig. 11.7/a,b,c

b) Në rastin kur $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$, shqyrtojmë simetrikën e figurës sonë (të vizuar) kundrejt boshtit Ox (fig. 11.8). Kjo simetrike kufizohet nga boshti Ox, drejtëzat $x = a$; $x = b$, si dhe nga grafiku i funksionit $-f$, që është $-f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$ (fig. 11.8).

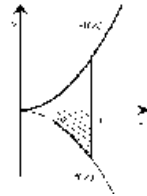


Fig. 11.8

Prandaj, syprina e figurës simetrike do të jetë: $S = \int_a^b [-f(x)] dx$ (sipas rastit a). Si rrjedhojë, edhe syprina e figurës sonë

do të jetë po kaq. Kështu, në rastin (b), syprina e kërkuar është $S = -\int_a^b f(x) dx$.

c) Në rastin kur funksioni $y = f(x)$ është i tillë që:

$f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, c]$ dhe $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [c, b]$. Atëherë syprina e kërkuar gjendet si shumë syprinash të dy pjesëve

(fig. 11.9) dhe është: $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b -f(x) dx$.

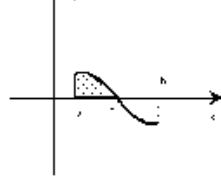


Fig. 11.9

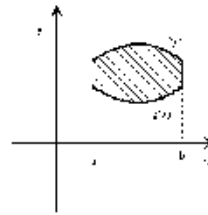


Fig. 11.10

d) Syprina e figurës që kufizohet nga grafikët e dy funksioneve $y = f(x)$, $y = g(x)$ dhe nga drejtëzat $x = a$, $x = b$, kur

dihet që $f(x) \geq g(x)$ (fig. 11.10) është: $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Për secilin rast, shqyrtojmë nga një shembull.

Detyrë

Të njehsohet syprina e trekëndëshit vijëpërkulur, që kufizohet nga vijat $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$.

Zgjidhje

Trekëndëshi vijëpërkulur, të cilit duam t'i gjejmë syprinën, është dhënë në figurën 11.11. Meqenëse në $[2, 3]$ $x^2 - 2x \geq 0$

atëherë $S = \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$.

Gjejmë një primitivë: $\int (x^2 - 2x) dx = \int x^2 dx - 2 \int x dx = \frac{x^3}{3} - x^2$.

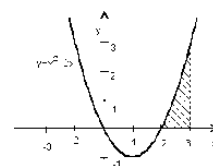


Fig. 11.11

Atëherë: $S = \int_2^3 (x^2 - 2x) dx = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^3 = \left(\frac{27}{3} - 9 \right) - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) = \frac{4}{3}$ (njësi katrore).

Detyrë

Të njehsohet syprina e trekëndëshit vijëpërkulur, që kufizohet nga parabola $y = x^2 - 2x$ dhe drejtëza $y = 0$. Nga figura 11.12 duket se në $[0, 2]$ kemi $x^2 - 2x \leq 0$, prandaj

$$S = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \left(4 - \frac{8}{3} \right) - 0$$

Përfundimisht: $S = \frac{4}{3}$ (njësi katrore)

Fig. 11.12



Detyrë

Të njehsohet syprina e figurës së kufizuar nga parabola $y = x^2 - 2x$ dhe drejtëzat $y = 0$; $x = 3$.

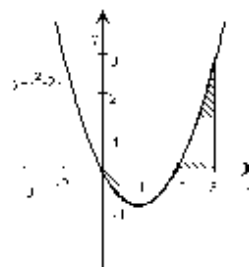
Zgjidhje

Nga figura (fig. 11.13) vëmë re se në $[0, 2]$ kemi $x^2 - 2x \leq 0$, kurse në $[2, 3]$ $x^2 - 2x \geq 0$, prandaj

$$S = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx. \text{ Duke marrë përfundimet e}$$

shembujve 1 dhe 2, kemi: $S = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ (njësi katrore).

Fig. 11.13



Detyrë

Të njehsohet syprina e trapezit të kufizuar nga vijat $y = \frac{1}{2}x + 1$, $y = x$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$.

Zgjidhje

Në bazë të figurës 11.14 kemi:

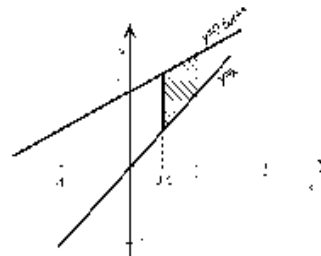
$$S = \int_{\frac{1}{2}}^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{1}{2}x + 1 - x \right) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) dx$$

Gjejmë një primitivë të funksionit: $\int \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) dx = \int -\frac{1}{2}x dx + \int dx = -\frac{x^2}{4} + x.$

Atëherë: $S = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) dx = \left(-\frac{x^2}{4} + x \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \left(-\frac{1^2}{4} + 1 \right) - \left(-\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{4} + \frac{1}{2} \right).$

Përfundimisht: $S = \frac{5}{16}$ (njësi katrore)

Fig. 11.14



Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

1. Të njehsohet syprina e figurës së kufizuar nga drejtëzat $y = -3x + 6$, $y = 0$, $x = 0$ dhe $x = 2$.

2. Të njehsohet syprina e figurës së kufizuar nga vija $y = -x^2 + 2x$ dhe drejtëzat $y = 0$, $x = 1$ (kufijtë e integritimit janë kufiri i poshtëm $x = 0$ dhe i sipërmi $x = 1$).

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Të njehsohen syprinat e figurave të kufizuara nga:

- drejtëzat $y = x$, $y = 0$, $x = 1$ dhe $x = 2$;
- drejtëzat $y = -x$, $y = 0$, $x = -1$ dhe $x = -2$;
- drejtëzat $y = 2x + 1$, $y = 0$, $x = 2$ dhe $x = 3$;
- vija $y = x^2 + 2$ dhe drejtëzat $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$.

2. Të njehsohen syprinat figurave të kufizuara nga:

- drejtëzat $y = x$, $y = 0$, $x = -1$, $x = -2$;
- drejtëzat $y = -x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$;
- vija $y = x^2 - 2x - 3$ dhe drejtëzat $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$;
- vija $y = -x^2 + 2x$ dhe drejtëzat $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$.

3. Të njehsohen syprinat e figurave të kufizuara nga:

- drejtëzat $y = x$, $y = 2$ dhe $x = 3$;
- drejtëzat $y = x$, $y = 2x - 1$ dhe $x = 4$;
- drejtëzat $y = x + 2$, $y = 2x + 6$, $x = 1$ dhe $x = 3$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALI I CAKTUAR

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përvetëson dhe përdor vetinë e integralit caktuar.
- Përdor tabelën e integraleve për zgjidhjen e detyrave të ndryshme.
- Përdor shndërrime të thjeshta të metodës së zëvendësimit dhe integralin parcial për njësimin e integralit të caktuar.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.
- Lidh integralin e pacaktuar me integralin e caktuar.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.
- Përdor integralin e caktuar për njësimin e syprinës së trapezit vijëpërkulur.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: Ushtrime

Njësia mësimore: 11.12 Ushtrime - Zbatime të integralit të caktuar për njësimin e syprinave të figurave
 Nr.:12

Fjalët kyçe: funksion, trapez vijëpërkulur, syprinë, integral, drejtëza, lakore, parabolë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Cakton pikat x_1 , x_2 të cilat priten me boshtin ox .
- Kupton pikat x_1 , x_2 si interval të integralit.
- Ilustron grafikisht trapezin vijëpërkulur nga shembujt e dhënë.
- Njësion syprinën e trapezit vijëpërkulur.
- Shqyrton rastet.

Kriteret e suksesit:

- Është dhënë parabola $y = x^2 - 4x + 5$ dhe drejtëza $y = x + 1$, përdor integralin për njësimin e syprinës së formuar.
- Cakton intervalin që kufizohet nga vija me ekuacion $y = 4 - x^2$ dhe drejtëzat $y = 3x$, $y = -3x$.
- Ilustron figurën që formojnë drejtëzat $y = x^2 - 4x + 5$ dhe $y = x + 1$, dhe më pas njësion syprinën e sipërfaqes së formuar.

- Cila është syprina e zonës që kufizohet nga drejtëzat me ekuacione $y = \frac{x}{4}$, $y = 2x$ dhe vija me ekuacion $y = \frac{2}{x^2}$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Parashikimi nëpërmjet fjalëve kyqe

R Të lexuarit në dyshe

R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Caktohen pesë terma (fjalë) si fjalë kyqe që përdoren më së shumti gjatë mësimit. Nga këto fjalë-pyetje, nxënësit për 5 minuta nxjerrin një zgjidhje me kuptim, ku përfshihen këto terma. Më pas nxënësit në dyshe shkëmbejnë idetë e zgjidhura, disa nga nxënësit mund edhe t'i komentojnë përgjigjet e tyre me kërkesë të mësimitdhënësit.

Gjeni syprinën e figurës, që kufizohet nga vija me ekuacion $y = 4 - x^2$ dhe drejtëzat $y = 3x$, $y = -3x$.

Si do të caktohet intervali që pret boshtin ox?

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit lexojnë tekstin në dyshe dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur në mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimitdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj, nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekstin dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënës.

Detyrë

Të njehsohet syprina e figurës së kufizuar nga vija $y = x^2 + 4x$ dhe drejtëza $y = 0$.

Zgjidhje

Gjejmë pikat ku grafiku pret boshtin x' . Për këtë formojmë sistemin:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = x^2 + 4x \end{cases} \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x + 4) = 0 \text{ del } x = 0, x = -4$$

Nga figura 11.15 duket se në $[-4, 0]$ $x^2 + 4x \leq 0$ prandaj $S = \int_{-4}^0 -(x^2 + 4x) dx$

Gjejmë një primitivë të funksionit $y = -(x^2 + 4x)$

$$\int -(x^2 + 4x) dx = \int -x^2 dx - \int 4x dx = -\frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} = -\frac{x^3}{3} - 2x^2$$

$$\text{Atëherë: } S = \int_{-4}^0 -(x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_{-4}^0 = 0 - \left(-\frac{(-4)^3}{3} - 2(-4)^2 \right)$$

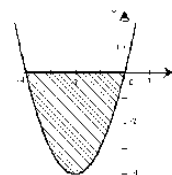


Fig. 11.15

Përfundimisht: $S = \frac{32}{3}$ (njësi katrore).

Detyrë

Të njehsohet syprina e figurës së kufizuar nga vijat $y = x^2 - 4x + 5$ dhe $y = x + 1$.

Zgjidhje

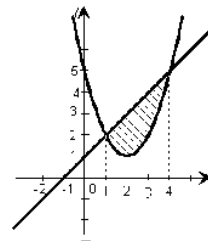
Gjejmë pikat e prerjes së grafikëve, abshisat e të cilëve do të jenë kufijtë e integritimit (fig. 11.16)

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = x + 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x + 5 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1, x = 4$$

$$\text{Atëherë: } S = \int_1^4 [x + 1 - (x^2 - 4x + 5)] dx = \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4) dx$$

Gjejmë një primitivë të funksionit $y = -x^2 + 5x - 4$

Fig. 11.16



$$\int (-x^2 + 5x - 4) dx = \int -x^2 dx + \int 5x dx - \int 4 dx = -\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x$$

Prandaj:

$$S = \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x \right) \Big|_1^4 = \left(-\frac{4^3}{3} + \frac{5 \cdot 4^2}{2} - 4 \cdot 4 \right) - \left(-\frac{1^3}{3} + \frac{5 \cdot 1^2}{2} - 4 \cdot 1 \right) =$$

$$\left(-\frac{64}{3} + \frac{80}{2} - 16 \right) - \left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - 4 \right) =$$

Përfundimisht: $S = \frac{9}{2}$ (njësi katrore).

Detyrë

Cila është syprina e zonës që kufizohet nga drejtëzat me ekuacione $y = \frac{x}{4}$, $y = 2x$ dhe vija me ekuacion $y = \frac{2}{x^2}$?

Zgjidhje

Bëjmë përsëri një figurë për të parë më qartë se cila është zona syprinën e së cilës duam të gjejmë (fig. 11.17). Shihet se zona e kërkuar përbëhet nga dy zona, syprinat e të cilave mund të llogariten me anë të integralit të caktuar (njërën e kemi gjetur në shembullin e mësipërm). Gjejmë në fillim koordinatat e pikëprerjes të drejtëzave me vijën. Pastaj kemi:

$$S_1 = \int_0^1 (2x - \frac{x}{4}) dx = \int_0^1 \frac{7x}{4} dx = \frac{7}{8}.$$

Syprinën S_2 e kemi njehsuar. Atëherë: $S = S_1 + S_2 = \frac{3}{2}$.

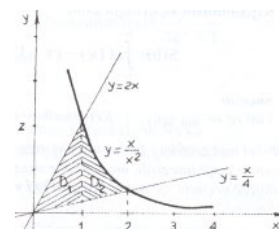


Fig. 11.17

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Detyrë

Gjeni syprinën e zonës, që kufizohet nga vijat me ekuacione $y = x^3$ dhe $y = 3x^2 - 2x$ në segmentin $[0; 1]$

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni syprinën e zonës, që kufizohet nga vijat me ekuacione $y = x^3$, $y = 2x^2 - 3$ dhe drejtëzat $x = 0$ e $x = 3$.
2. Gjeni syprinën e zonës, që kufizohet nga vijat me ekuacione $y = x^3 - 1$, $y = x^2 - 1$ dhe drejtëzat $x = -1$ e $x = 1$
3. Gjeni syprinën e zonës, që kufizohet nga vijat me ekuacione $y = x^2 - 1$, $y = \frac{x^2}{2}$ dhe drejtëzat $x = -2$ e $x = 2$. 4. Gjeni syprinën e zonës, që kufizohet nga vijat me ekuacione $y = \frac{1}{x}$, $y = \sqrt{x}$ dhe drejtëzat $x = 1$ e $x = 2$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALI I CAKTUAR

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Përdor integralin e caktuar për njësimin e vëllimit të disa trupave rrotullues.
- Përdor vetitë e integralit të caktuar.
- Me anë të njësimit të integralit, zgjidh probleme të matematikës apo edhe të lëndëve tjera të përafërta nga jeta e përditshme.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: **11.13 Njehsimi i vëllimeve të trupave Nr.:13**

Fjalët kyçe: funksion, integral, segment, i kufizuar, vëllim, rrotullim, vijë, syprinë, sferë, kon, cilindër, lakore

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon vëllimin e trupit kur njihen syprinat e prerjeve të tij nga vëllimi i trupit rrotullues.
- Njësion vëllimin e trupave kur ndodhet ndërmjet dy planeve.
- Llogarit vëllimin e trupave të dhënë në grafik.
- Cakton intervalet e integralit nga figura.

Kriteret e suksesit:

- Llogarit vëllimin e sferës me qendër në origjinë O dhe me rreze R.
- Parabola $y = x^2$ dhe drejtëzat $x = 0$; $x = 2$ rrotullohen rreth boshtit oxy , njësion vëllimin e trupit të përftuar nga rrotullimi rreth boshtit Ox të zonës së kufizuar.
- Cakton kufijtë e integralit të fituar nga vijat $y^2 = 8x$ dhe $y = x^2$, dhe më pas njësion vëllimin e trupit të përftuar nga rrotullimi rreth boshtit Ox të zonës së kufizuar nga vijat e dhëna.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë
(Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS MË NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Bashkëbisedim**R DRTA****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan temën që do të diskutohet në tabelë, ndërsa nxënësit bashkëbisedojnë për temën dhe japin argumentet për mendimet e tyre. Pastaj mësimdhënësi fillon të shpjegojë njësinë për të cilën bëhet fjalë.

Dimë se ekuacioni i rrethit është $x^2 + y^2 = R^2$. Le të mendojmë se kryhet një rrotullim i plotë, rreth boshtit Ox , i zonës që kufizohet nga vetë ky bosht dhe gjysma e sipërme e rrethit (ajo mbi boshtin Ox).

Cili është trupi që formohet gjatë rrotullimit?

Sa është vëllimi i tij?

Nga ekuacioni i rrethit nxirrni y^2 dhe njehsoni $\pi \int_{-R}^R y^2 dx$. Ç'vini re?

Realizim/Pjesa kryesore

Lexohet paragrafi i parë. Kur nxënësit ta përfundojnë leximin e këtij paragrafi, mbyllin tekstin. Pas këtij leximi, nxënësve u shtohen pyetjet varësisht nga natyra e përmbajtjes: Çfarë kuptuat nga kjo pjesë që lexuat? Si do të përkufizohet integrali i caktuar? Përse mendoni kështu? Në mes të pyetjeve, nxënësve u lihet hapësirë të mendojnë dhe përgjigjet e tyre duhen pranuar.

- Hapa të njëjtë merren edhe te leximi i pjesës 2,3... etj. Para leximit të fundit, shtohet edhe pyetja: Cila do të jetë formula bazë e njësimit të integralit të caktuar?
- Pas leximit të fundit, pyesim: A përfundoi njësia siç e menduat? Çfarë syprine mund të njësojmë me formulën e integralit të caktuar. Gjatë përgjigjeve të nxënësve, mësuesi duhet të japë mundësi që ata të flasin me njëri-tjetrin e jo përmes mësuesit. Këtë mësuesi e arrin duke dhënë pyetjet dhe duke miratuar përgjigjet me lëvizje të kokës.

I. Vëllimi i trupit kur njihen syprinat e prerjeve të tij

Le të jetë dhënë një sistem koordinativ kënddrejtë në hapësirë $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dhe le të konsiderojmë si njësi për matjen e vëllimit të trupave, vëllimin e kubit të ndërtuar mbi brinjët $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Teorema që vijon tregon se sa është vëllimi i një trupi në hapësirë, që ndodhet midis dy planeve paralele $z = a$ dhe $z = b$, për të cilin njohim syprinën e çdo prerjeje të trupit me një plan paralel me planet $z = a$ dhe $z = b$.

Teoremë: Vëllimi i trupit që ndodhet midis planeve P_a dhe P_b me ekuacione përkatësisht $z = a$ dhe $z = b$, është:

$$V = \int_a^b S(t) dt, \text{ ku } S(t) \text{ është syprina e prerjes së trupit me planin me ekuacion } z = t \text{ dhe } S(t) \text{ është funksion i vazhdueshëm në}$$

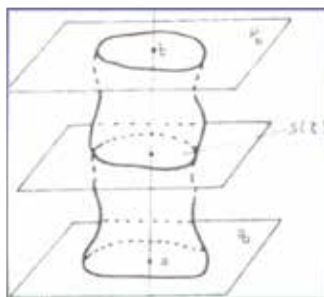


Fig. 11.19

Detyrë 1

Është dhënë sfera me qendër në origjinë O dhe me rreze R (fig. 11.20), njëso vëllimin e sferës në figurë.

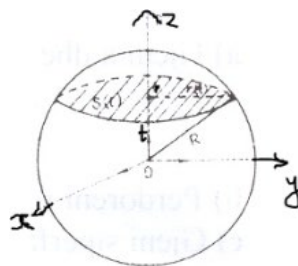


Fig. 11.20

Zgjidhje

Për çdo $t \in [-R; R]$, plani P me ekuacion $z = t$, paralel me planin xOy , e pret sferën sipas qarkut Q me rreze që varet nga t ; e shënojmë $r(t)$ rrezën e tij.

Nga teorema e Pitagorës, në trekëndëshin kënddrejtë gjejmë se $r^2(t) = R^2 - t^2$.

Atëherë, syprina e qarkut Q është : $S(t) = \pi r^2(t) = \pi(R^2 - t^2)$.

Vëllimi i sferës është

$$V = \int_{-R}^R S(t) dt = \int_{-R}^R \pi(R^2 - t^2) dt = \pi \left[R^2 t - \frac{t^3}{3} \right]_{-R}^R = 2\pi \left[R^3 - \frac{R^3}{3} \right] = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

Detyrë

Është dhënë koni me bosht Oz , me kulm A dhe lartësi h , baza e të cilit është një rreth në planin xOy me qendër në origjinë O , (fig. 11.21). Është dhënë sfera me qendër në origjinë O dhe me rreze R (fig. 11.20).

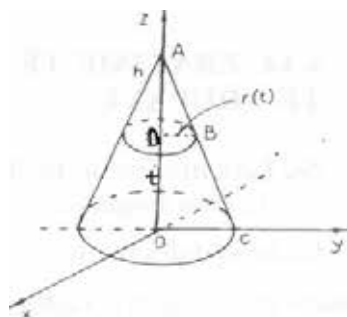


Fig. 11.21

Zgjidhje

Për çdo $t \in [0; h]$, plani me ekuacion $z = t$, pret konin sipas një qarku me rreze që varet nga t ; e shënojmë $r(t)$ rrezën e tij. Nga ngjashmëria e trekëndëshave OAC dhe DAB , mund të shkruajmë: $\frac{AD}{DB} = \frac{AO}{OC}$; pra, $\frac{h-t}{r(t)} = \frac{h}{R}$. Rrjedhimisht, $r(t) =$

$\frac{R}{h}(h-t)$. Në këtë mënyrë, syprina e qarkut me rreze $r(t)$ është $S(t) = \pi r^2(t) = \pi \frac{R^2}{h^2} (h-t)^2$.

Sipas teoremës, vëllimi i konit është:

$$V = \int_0^h S(t) dt = \int_0^h \pi \frac{R^2}{h^2} (h-t)^2 dt = \pi \frac{R^2}{h^2} \int_0^h (h-t)^2 dt = \pi \frac{R^2}{h^2} \left[-\frac{1}{3} (h-t)^3 \right]_0^h = \pi \frac{R^2}{h^2} \left[\frac{1}{3} h^3 \right] = \frac{1}{3} \pi R^2 h.$$

II. Vëllimi i trupit të rrotullimit

Është dhënë funksioni $f: y = f(x)$ jonegativ në $[a, b]$. Nëse trapezi vijëpërkulur ABCD i kufizuar nga vijat $y = f(x)$; $y = 0$; $x = a$; $x = b$ (fig. 11.22) rrotullohet rreth Ox, atëherë vërtetohet se vëllimi i trupit të rrotullimit që formohet jepet nga

formula $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$, pra $V = \pi \int_a^b y^2 dx$

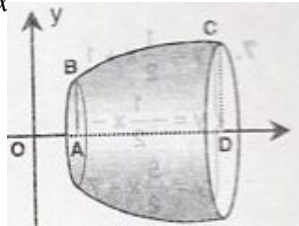


Fig. 11.22

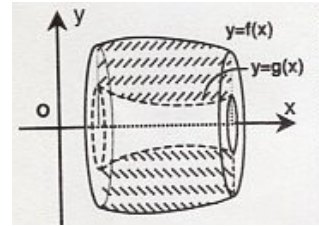


Fig. 11.23

Nëse e rrotullojmë rreth boshtit Ox figurën e kufizuar nga drejtëzat $x = a$; $x = b$ dhe grafikët e dy funksioneve f ; g , të tillë që $f(x) \geq g(x)$ në $[a, b]$, atëherë vëllimi i trupit të përfutur jepet nga formula:

$$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$$

Detyrë

Të gjendet vëllimi i trupit të formuar nga rrotullimi rreth boshtit Ox i figurës së kufizuar nga drejtëzat $x = 0$; $x = 2$ dhe parabola $y = x^2$.

Zgjidhje

Duke skicuar figurën, gjejmë që:

$$V = \pi \int_0^2 y^2 dx = \pi \int_0^2 x^4 dx = \pi \left[\frac{1}{5} x^5 \right]_0^2 = \frac{\pi}{5} (2^5 - 0^5) = \frac{32\pi}{5}.$$

Detyrë

Të gjendet vëllimi i trupit të përfutur nga rrotullimi rreth boshtit Ox të zonës së kufizuar nga vijat $y^2 = 8x$ dhe $y = x^2$ (fig. 11.24).

Zgjidhje

Për të përcaktuar kufijtë e integrit, gjejmë pikëprerjet e vijave të dhëna duke zgjidhur sistemin $\begin{cases} y^2 = 8x \\ y = x^2 \end{cases} \Rightarrow 8x = x^4$

prej ku gjejmë $x = 0$; $x = 2$. Meqenëse, sikurse shihet nga figura, në segmentin $[0, 2]$ kemi $\sqrt{8x} \geq x^2$, shkruajmë:

$$V = \pi \int_0^2 [f^2(x) - g^2(x)] dx = \pi \int_0^2 (8x - x^4) dx = \dots = \frac{48}{5} \pi.$$

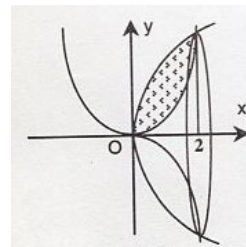
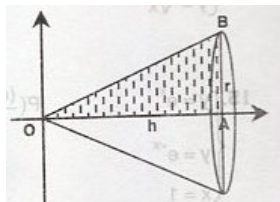


Fig. 11.24

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

Nxirrni formulën për vëllimin e konit të drejtë rrethor, duke e parë atë si trup të formuar nga rrotullimi rreth boshtit Ox të trekëndëshit kënddrejtë me katete r dhe h (fig. 11.25).

**Fig. 11.2**

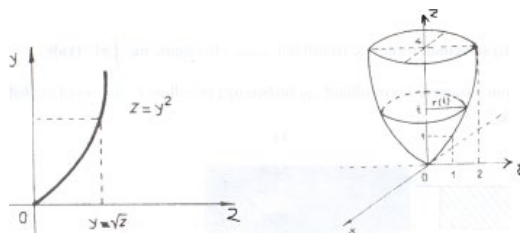
Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

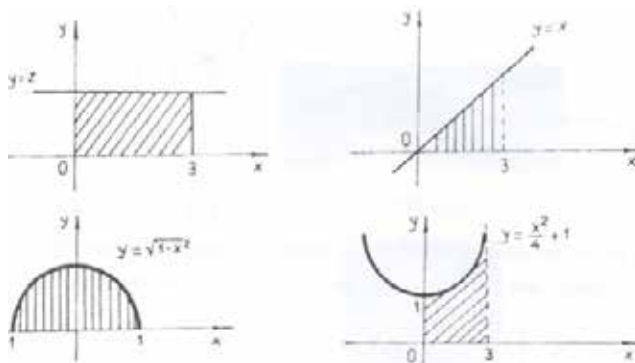
- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

Trupi që shihet në figurë (fig. 11.26) është marrë duke rrotulluar rreth boshtit Oz pjesën e parabolës me ekuacion $z = y^2$ (në planin yOz), për $y \in [0; 2]$. Vini re se ai ndodhet midis planeve me ekuacione $z = 0$ dhe $z = 4$. Cili është vëllimi i tij?

**Fig. 11.26**

2. Gjeni vëllimin e trupave të rrotullimit që fitohen nga rrotullimi rreth boshtit të abshisave i zonave në figurë (fig. 11.27).

**Fig. 11.27**

3. Gjeni vëllimin e trupit të rrotullimit që fitohet nga rrotullimi rreth boshtit Ox i zonës që ndodhet midis segmentit të drejtëzës $y = x$ dhe pjesës së sinusoidës me ekuacion $y = \sin x$ për $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Fusha kurrikulare: <u>MATEMATIKA</u> Lënda: <u>MATEMATIKË</u> Shkalla e kurrikulës: <u>VI</u> Klasa: <u>12</u>	
Tema (nga plani dymujor): INTEGRALI I CAKTUAR	Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor): - Përdor integralin e caktuar për njësimin e harkut të lakores. - Përdor integralin e caktuar për njësimin e sipërfaqes së rrotullimit. - Përdor vetitë e integralit të caktuar. - Me anë të njësimit të integralit, zgjidh probleme të matematikës apo edhe të lëndëve tjera të përafërta nga jeta e përditshme. - Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.
Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara): <u>I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;</u> <u>III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;</u>	
Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara): <u>3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;</u> <u>7. STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;</u>	
ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE	
Tipi i orës: <u>Zhvillim</u>	
Njësia mësimore: 11.14 Gjatësia e harkut të vijës.Syprina e sipërfaqes së rrotullimit. Nr.:14	
Fjalët kyçe: funksion, hark, syprinë, integral, drejtëza, lakore, parabolë, gjatësi,	
Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore: - Dallon formulën e gjatësisë së harkut të vijës. - Identifikon formulën e syprinës së sipërfaqes së rrotullimit. - Cakton gjatësinë e harqeve në shembuj.	
Kriteret e suksesit: - Është dhënë harku i lakores me ekuacion $y = \sqrt{x^3}$, i kufizuar me koordinatat nga origjina O(0; 0) deri te pika B(1; 1), njësion harkun e lakores. - Nxjerr formulën për syprinën e kësulës sferike. - Lakorja eksponenciale $y = e^x$ shtrihet brenda intervalit $x \in [0, 1]$, njësion gjatësinë e harkut të lakores. - Gjeni syprinën e sipërfaqes që përftohet nga rrotullimi rreth boshtit Ox të harkut të vijës $y = x + 1$, për $x \in [1, 3]$.	
Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi	
Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore: Fizikë (Temperatura)	
PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE	
Përshkrimi i metodologjisë: TEKNIKAT	

E Bashkëbisedim**R Të lexuarit në dyshe****R Mendo/puno në dyshe/thuaja grupit****FAZAT E ORËS****Evokim/Pjesa hyrëse**

Mësimdhënësi shkruan titullin e njësisë mësimore, si dhe disa pyetje rreth njësisë mësimore në tabelë. Nxënësit bashkëbisedojnë për detyrën dhe japin argumentet për mendimet e tyre.

DISKUTIM: Shqyrtoni trekëndëshin kënddrejtë, që kufizohet nga grafiku i funksionit $f: y = \frac{r}{h}x$, boshti Ox dhe drejtëza $x = h$.

a) Njehsoni gjatësinë e hipotenuzës. Krahasoni atë me $\int_0^h \sqrt{1+[f'(x)]^2} dx$.

b) Mendoni një rrotullim të plotë të këtij trekëndëshi rreth boshtit Ox. Çfarë trupi formohet? Njehsoni syprinën e sipërfaqes anësore të tij. Krahasoni atë me $2\pi \int_0^h f(x) \cdot \sqrt{1+[f'(x)]^2} dx$.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit lexojnë tekstin në dyshe dhe pastaj, me radhë, njëri tregon atë që ka mbajtur në mend apo ndonjë pjesë interesante nga ajo çfarë ka lexuar dhe flet më ngadalë për kohën që përcakton mësimdhënësi, ndërsa nxënësi tjetër dëgjon. Pastaj, nxënësit ndalojnë dhe ndërrojnë rolet. Nxënësi tjetër i radhës nuk mund të përsërisë çdo gjë të kujtuar nga shoku i tij dhe, për këtë arsye, bazohen në tekstin dhe diskutojnë në dyshe, duke dëgjuar me kujdes njëri-tjetrin dhe marrin përgjegjësinë për procesin e të nxënit.

I. Le të jetë dhënë funksioni $f: y = f(x)$ me derivat të vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$. Shënojmë A; B pikat e grafikut me abshisa përkatësisht a; b. Vërtetohet që gjatësia e harkut AB të vijës me ekuacion $y = f(x)$ (grafikut të funksionit) jepet nga formula:

$$l = \int_a^b \sqrt{1+[f'(x)]^2} dx$$

Detyrë

Të gjendet gjatësia e harkut të vijës me ekuacion $y = \sqrt{x^3}$, nga origjina O(0; 0) deri te pika B(1; 1).

Zgjidhje

Kemi $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ dhe $f'(x) = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}}$. Prandaj $\sqrt{1+[f'(x)]^2} = \sqrt{1+\frac{9}{4}x}$. Një primitivë e këtij funksioni është

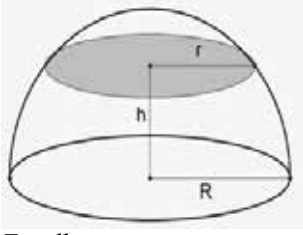
$$F: y = \frac{8}{27} \left(1 + \frac{9}{4}x\right)^{\frac{3}{2}}. \text{ Prandaj, gjatësia e harkut të kërkuar është: } l = \int_0^1 \sqrt{1+[f'(x)]^2} dx = F(1) - F(0) = \frac{13\sqrt{13}-8}{27}.$$

II. Le të na jetë dhënë funksioni $f: y = f(x)$ që ka derivat të vazhdueshëm në segmentin $[a, b]$. Duke bërë një rrotullim të plotë të grafikut të tij, për $x \in [a, b]$, rreth boshtit Ox, merret një sipërfaqe rrotullimi. Syprina e kësaj sipërfaqeje jepet nga formula:

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \cdot \sqrt{1+[f'(x)]^2} dx, \text{ që shënohet shkurt kështu: } S = 2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1+[y']^2} dx.$$

Detyrë

Të nxirret formula për syprinën e kësulës sferike.

**Zgjidhje**

Le ta zëmë se gjysmërrethi me qendër në origjinë e rreze, që ndodhet mbi boshtin Ox , rrotullohet rreth boshtit Ox . Shqyrtojmë harkun AB të këtij rrethi, që kufizohet nga pikat me abshisa përkatësisht a ; b . Të gjejmë syprinën e kësulës sferike që formohet.

Ekuacioni i rrethit është $x^2 + y^2 = R^2$. Për gjysmën e sipërme të tij, nxjerrim:

$$y = \sqrt{R^2 - x^2}. \text{ Duke derivuar, gjejmë: } y'_x = -\frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}} \Rightarrow \sqrt{1 + (y'_x)^2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2}} \Rightarrow y \cdot \sqrt{1 + (y'_x)^2} = R.$$

Prandaj, nga formula $S = 2\pi \int_a^b y \cdot \sqrt{1 + [y']^2} dx$ në rastin tonë gjejmë:

$$S = 2\pi \int_a^b R dx = 2\pi R(b - a).$$

Meqenëse $b - a = h$ është lartësia e kësulës sferike, nxjerrim formulën për syprinën e kësulës sferike me lartësi h , që ndodhet në sferën me rreze R : $S = 2\pi R \cdot h$

Reflektim/Pjesa përfundimtare**Detyrë**

1. Gjeni gjatësinë e harkut të vijës $y = e^x$, për $x \in [0, 1]$.

Detyrë

2. Gjeni syprinën e sipërfaqes që përftohet nga rrotullimi rreth boshtit Ox të harkut të vijës $y = x + 1$, për $x \in [1, 3]$.

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësit në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Gjeni gjatësitë e harqeve të vijave të mëposhtme:

a) $y = \sqrt{x}$; $x \in [0, 1]$; b) $y = \ln x$, $x \in [\sqrt{3}, \sqrt{8}]$;

c) $y = e^{2x}$, $x \in [1, 2]$; d) $y = \ln \cos x$, $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$.

2. Gjeni syprinën e sipërfaqes që përftohet duke rrotulluar rreth boshtit Ox harkun e vijës së mëposhtme:

a) $y = 2x$, $x \in [3, 5]$; b) $y = e^x$, $x \in [0, 2]$; c) $y = \sin x$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

3. Gjeni gjatësinë e harkut të vijës $y = \frac{a}{2}(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})$, nga pika me abshisë $x = 0$ tek ajo me abshisë $x = b$ ($a > 0$; $b > 0$).

4. Gjeni gjatësinë e harkut të vijës $5y^3 = x^2$, i cili ndodhet brenda rrethit $x^2 + y^2 = 6$.

5. Gjeni syprinën e sipërfaqes së përftuar nga rrotullimi rreth boshtit Ox i harkut të parabolës $y^2 = 4ax$ ($a > 0$), që kufizohet nga origjina dhe pika me abshisë $x = 3a$.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALI I CAKTUAR

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

- Problemeve nga fizika iu jep zgjidhje matematikore me anë të integraleve.
- Përdor vetitë e integralit të caktuar.
- Me anë të njësimit të integralit, zgjidh probleme të matematikës apo edhe të lëndëve tjera të përafërta nga jeta e përditshme.
- Zbaton integralin e caktuar në disa probleme praktike.
- Përdor teknologjinë për gjetjen e vlerave të përafërta të funksioneve, si dhe vlerat e përafërta të integralit të caktuar.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I.KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE TË TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III.KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3.KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1;5.PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
7.STRUKTURIMI I TË MENDUARIT MATEMATIK- 1;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: ZhvillimNjësia mësimore: 11.15. Zbatimi i integralit të caktuar në fizikë Nr.:15

Fjalët kyçe: funksion, integral, drejtëza, shpejtësi, kohë, lëvizje drejtvizore, pikë materiale, forcë, punë

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

- Dallon problemet nga fizika dhe iu jep zgjidhje matematikore me anë të integraleve.
- Identifikon $s(t)$ si funksion që përshkruan lëvizjen e pikës në interval kohor.
- Argumenton me shembull se gjatë zhvendosjes së një pike materiale sipas një drejtëze, nën veprimin e një force, kryhet një punë.

Kriteret e suksesit:

- Cakton rrugën e përshkuar, nga momenti $t = 1$ deri në momentin $t = 4$ gjatë një lëvizjeje drejtvizore, shpejtësia e së cilës është në funksion të kohës: $v(t) = t^2 - 3t + 2$.
- Cili është funksioni $s = s(t)$ që përshkruan lëvizjen e pikës në kohë, nëse pika zhvendoset në një lëvizje drejtvizore me shpejtësi të çastit $v(t) = (2t + 3)$ m/sek. Dihet gjithashtu se deri në momentin $t = 1$, pika ka përshkuar distancën 5m.
- Një pikë materiale zhvendoset në mënyrë drejtvizore me nxitim $a(t) = -6t$. Duke ditur se në momentin $t = 0$, rruga e përshkuar është zero dhe shpejtësia është 12m/sek, gjeni funksionin e zhvendosjes (pra funksionin $s = s(t)$, që për çdo t tregon distancën e përshkuar nga pika). **Udhëzim:** $a(t) = v'(t)$.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: libri, tabela, markeri/shkumësi

Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:

Fizikë (Temperatura)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

TEKNIKAT

E Leximi në dyshe

R Di/Dua të di/Mësova

R Ditari dypjesësh

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Nga nxënësit kërkohet që të shprehin mendimet e tyre në lidhje me detyrën e dhënë, duke iu përgjigjur kërkesave të detyrës, por duke mos i diskutuar dhe duke mos dhënë komente në lidhje me idetë e tyre, në mënyrë që të identifikojmë përgjigjet/zgjidhjet e mundshme.

Ku gjen zbatim integrali i caktuar?

Një pikë materiale, gjatë segmentit kohor $[0, 4]$ (sek), zhvendoset gjatë boshtit Ox me shpejtësi që ndryshon sipas ligjit $v(t) = t^2 + 1$ (m/sek).

a) Gjeni një primitivë të funksionit $v = v(t)$. Cili është kuptimi fizik i saj?

b) Njehsoni $\int_0^4 (t^2 + 1)dt$. Cili është kuptimi fizik i tij?

Realizim/Pjesa kryesore

Mësimdhënësi i udhëzon nxënësit që të vizatojnë një tabelë të ndarë në tri pjesë. Nxënësit lexojnë mësimin, provojnë të njehsojnë shembujt dhe pastaj fillojnë të plotësojnë shtyllat e tabelës: shtylla e parë “DI”, nëse ata kanë njohuri me atë çfarë lexuan; shtylla e dytë “DUA TË DI”, nëse ata kanë diçka të panjohur që dëshirojnë të dinë rreth saj; dhe shtylla e tretë “MËSOVA”, e plotësojnë nëse ka përgjigje dhe shkruajnë edhe informacionet e reja që nxënësit kanë marrë gjatë leximit.

I. Rruga e përshkruar në një lëvizje drejtvizore

Le të jetë $s = s(t)$ funksioni i kohës që përshkruan lëvizjen e pikës materiale [$s(t)$ është distanca që përshkon pika nga momenti i fillimit ($t = 0$) deri në momentin t].

Atëherë, shpejtësia e çastit e pikës materiale në momentin t_0 është $v(t_0) = s'(t_0)$.

$$s(a) = \int_0^a v(t)dt$$

Detyrë

Në një lëvizje drejtvizore, shpejtësia e një pike materiale, në funksion të kohës, është $v(t) = t^2 - 3t + 2$. Rruga e përshkruar nga pika, nga momenti $t = 1$ deri në momentin $t = 4$ (vëmë re se në $[1, 4]$ kemi $v(t) \geq 0$), është: $\int_1^4 (t^2 - 3t + 2)dt = \frac{9}{2}$.

Detyrë

Një pikë zhvendoset në një lëvizje drejtvizore me shpejtësi të çastit $v(t) = (2t + 3)$ m/sek. Dihet gjithashtu se deri në momentin $t = 1$, pika ka përshkruar distancën 5m. Cili është funksioni $s = s(t)$ që përshkruan lëvizjen e pikës në kohë (pra që jep në çdo çast t , rrugën e përshkruar nga pika që nga momenti i fillimit të lëvizjes)?

Zgjidhje

Është e qartë se $s = s(t)$ është një primitivë e $v = v(t)$. Nga kushti, ajo që kërkohet është primitiva që kalon nga pika $(1; 5)$, sepse $s(1) = 5$.

Primitiva është $s(t) = \int (2t + 3)dt = t^2 + 3t + c$.

Nga kushti gjejmë $1^2 + 3 \cdot 1 + c = 5$, pra $c = 1$. Pra $s(t) = t^2 + 3t + 1$.

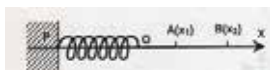
II. Puna e një force

$$A = \int_a^b f(x) dx.$$

Nga fizika dihet se, gjatë zhvendosjes së një pike materiale sipas një drejtëze, nën veprimin e një force, kryhet një punë. Supozojmë se një pikë materiale zhvendoset në boshtin e abshisave nga pika $A(a)$ në pikën $B(b)$, nën veprimin e forcës F , e cila ka drejtimin e boshtit të abshisave. Supozojmë se madhësia e forcës F në pikën x të segmentit $[a; b]$, është $F = f(x)$.

Detyrë

Një sustë e ka njërin skaj të fiksuar në pikën P (fig. 11.28) dhe, në gjendje të lirë, skaji tjetër i saj ndodhet në pikën O . Ushtrijmë në skajin e lirë një forcë zgjatëse në drejtimin e boshtit Ox . Të gjendet puna e kryer nga kjo forcë për zgjatjen e sustës, duke kaluar skajin e saj nga pika me abshisë x_1 te pika me abshisë x_2 .

**Fig. 11.28****Zgjidhje**

Madhësia e forcës për ta zgjatur sustën me x është në përpjesëtim të drejtë me këtë zgjatje $F = k \cdot x$. Puna e kryer për të

zgjatur sustën nga gjatësia x_1 te gjatësia x_2 është $A = \int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} k \cdot x \cdot dx = \frac{kx^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2)$.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit diskutojnë në dyshe lidhur me detyrat e dhëna nga mësimdhënësi dhe, pasi të arrijnë zgjidhjen e detyrës, njërit prej tyre i kërkohet të shkëmbejë mendimet në një diskutim me gjithë të tjerët. Mësimdhënësi vazhdimisht i motivon nxënësit të lëvizin nga faza në fazë gjatë këtij procesi.

Detyrë

Gjeni rrugën e përshkuar nga pika materiale gjatë segmentit kohor $[0, 4]$, në qoftë se shpejtësia e lëvizjes është $v = 4t^3 + 6t^2$.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i pjesëmarrjes aktive të nxënësve në orën mësimore.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

1. Një pikë kryen lëvizje drejtvizore me shpejtësi $v(t) = 4t + 5$, ku koha t shprehet në sekonda. Duke ditur se në momentin $t = 1$, pika ka përshkuar 7m, gjeni funksionin e zhvendosjes.
2. Gjeni rrugën e përshkuar nga pika materiale, gjatë intervalit të kohës $[0; 3]$, në qoftë se shpejtësia e lëvizjes është $v(t) = 2t + 4t^2$.
3. Një pikë materiale zhvendoset në mënyrë drejtvizore me nxitim $a(t) = -6t$. Duke ditur se në momentin $t = 0$, rruga e përshkuar është zero dhe shpejtësia është 12m/sek, gjeni funksionin e zhvendosjes (pra funksionin $s = s(t)$, që për çdo t tregon distancën e përshkuar nga pika). **Udhëzim:** $a(t) = v'(t)$.
4. Pika materiale zhvendoset me nxitim $a(t) = 12t^2 + 6t$. Të gjendet:
 - a) shpejtësia e çastit $v(t)$, në qoftë se $v(0) = 0$;
 - b) shpejtësia në momentin $t = 3$;
 - c) funksioni i zhvendosjes $s = s(t)$;
 - d) rruga e përshkuar në segmentin e kohës $[0, 3]$.
5. Dy pika materiale nisen nga e njëjta pikë, lëvizin në të njëjtin drejtim dhe me shpejtësi përkatësisht $v_1(t) = 3t + 7$ e $v_2(t) = 7t + 3$. Gjeni:
 - a) funksionin e zhvendosjes për secilën nga pikat $s = s_1(t)$ dhe $s = s_2(t)$, që për çdo t tregojnë rrugët e përshkuara nga pikat.

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

PLANIFIKIMI I ORËS MËSIMORE

Mësimdhënësi/ja: _____ Data: _____

ASPEKTET E PËRGJITHSHME TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Fusha kurrikulare: MATEMATIKA Lënda: MATEMATIKË Shkalla e kurrikulës: VI Klasa: 12

Tema (nga plani dymujor):

INTEGRALET

Rezultati i të nxënit të temës (nga plani dymujor):

-Zbaton integralin e caktuar dhe të pa caktuar në zgjidhjen e problemeve të ndryshme nga fushat tjera dhe jeta reale
 -Përdorë gjuhën e matematikës dhe teknologjinë për derivatin e funksionit.

Rezultatet e të nxënit për kompetencat kryesore të shkallës (të synuara):

I. KOMPETENCA E KOMUNIKIMIT DHE E TË SHPREHURIT: I.9; II. KOMPETENCA E TË MENDUARIT: II.1;
III. KOMPETENCA E TË NXËNIT: III.2,3,4;

Rezultatet e fushës së kurrikulës (të synuara):

3. KOMUNIKIMI NË/PËRMES MATEMATIKËS- 1; 5. PËRFAQËSIMET MATEMATIKE- 1;
6. MODELIMI MATEMATIK- 2;

ASPEKTET SPECIFIKE TË PLANIT TË ORËS MËSIMORE

Tipi i orës: VlerësimNjësia mësimore: 11.16 DETYRA DHE USHTRIME TË ZGJEDHURA Nr.: 16

Fjalët kyçe: funksion, integral, segment, i kufizuar, ndarje, syprinë, trapez, vijëpërkulur, vëllim, shpejtësi, kohë, lakore, primitiv i funksionit

Rezultati/et e të nxënit për orë mësimore:

Nxënësi/ja:

-Zbaton integralin në zgjidhjen e detyrave të ndryshme

Kriteret e suksesit:

-Zgjidh detyrat e caktuara me integrale në fletat punuese.

Burimet, mjetet e konkretizimit dhe materialet mësimore: tabela, markeri/shkumësi, fleta të gatshme punuese**Lidhja me lëndët e tjera mësimore dhe/apo me çështjet ndërkurrikulare dhe situatat jetësore:**

Fizikë Kimi
 (Lëvizja drejtvizore) (Përqendrimi i substancave)

PËRSHKRIMI I METODOLOGJISË DHE VEPRIMTARITË E PUNËS ME NXËNËS GJATË ORËS MËSIMORE

Përshkrimi i metodologjisë:

MATRICË APO PLAN TESTI

1. Bëhet një tabelë si më poshtë, me aq kolona sa kemi zhvilluar njësi mësimore.
 2. Caktohet numri i pyetjeve që duhet të ketë testi (9).
 3. Pyetje të nivelit të ulët duhet të jenë rreth 60%, ndërsa të nivelit të lartë rreth 40%.
 4. Nëse ndonjë njësi është më e rëndësishme, nga ajo pjesë duhet të ketë më shumë pyetje (5+3).
 5. Caktohet numri i pyetjeve në njësitë tjera.
 6. Mblidhet numri i pyetjeve të dy niveleve dhe plotësohet kolona me numrin e pyetjeve.
- Njësitë mësimore Pyetje nga niveli i ulët Pyetje nga niveli i lartë Nr. i pyetjeve
- Pas përfundimit të tabelës, shkruhen pyetjet e testit (tabela më poshtë):
1. Pyetjet shkruhen në test sipas radhës së njërive.
 2. Pyetjet duhet të jenë të tipave të ndryshëm (të hapura, të mbyllura, të kombinuara...).
 3. Numri i poenave për pyetje caktohet nga niveli pyetjeve (pyetjet e nivelit të lartë të kenë më shumë poena se ato të nivelit të ulët).
 4. Në fund caktohet kriteri për vlerësim mbi bazë të numrit të poenave, mbi 40% kaluese...

FAZAT E ORËS

Evokim/Pjesa hyrëse

Mësimdhënësi shpërndan detyrat para nx.Nx.do të punojnë në mënyrë individuale duke i zgjidhur detyrat në fletat e tyre punuese.

Realizim/Pjesa kryesore

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

Reflektim/Pjesa përfundimtare

Nxënësit fillojnë të zgjidhin detyrat në fletat punuese, ku në anën e majtë kanë detyrën e kërkuar dhe në anën e djathtë kryejnë zgjidhjen e saj. Pas zgjidhjes së detyrave nga ana e tyre, mësimdhënësi i grumbullon detyrat e tyre për vlerësim të mëtutjeshëm.

VLERËSIMI I NXËNËSVE

- Vlerësimi i punës individuale të nxënësve.

DETYRAT DHE PUNA E PAVARUR

/

Reflektimi për rrjedhën e orës mësimore

- Zgjedhja e mësimdhënësit sa i përket rrjedhës së orës mësimore.

Referenca

- Korniza Kurrikulare e Arsimit Parauniversitar të Republikës së Kosovës (e rishikuar), Prishtinë, gusht 2016.
- Kurrikula Bërthamë për Arsimin e Mesëm të Lartë të Kosovës (e rishikuar), gusht 2016.
- Kurrikulat lëndore/programet mësimore për lëndën Matematikë 12 (Gjimnazi i shkencave natyrore).
- Standarde për tekstet shkollore Prishtinë, Kosovë 2011.

Katalogimi në botim (CIP)
Biblioteka Kombëtare e Kosovës – “Pjetër Bogdani”

37.016:51(072)(075.3)

Shasivari, Edona

Matematika 12 : libër për mësuesin / Edona Shasivari, Arbnore

Kursani. - Prishtinë : Pegi, 2022. - 485 f. : ilustr. ; 21 x 29.7 cm.

Mësimdhënia -- Matematika

Tekste për mësuesit -- Tekste për shkolla të mesme

1. Kursani, Arbnore

ISBN 978-9951-786-61-4

Aleph [000103356]